UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE

FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFOMATIKY

FYZIKA A EKONÓMIA

Bakalárska práca

Bratislava, 2011 Zoltán Gál

Fyzika a ekonómia

BAKALÁRSKA PRÁCA

Zoltán Gál

UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE
FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY
KATEDRA APLIKOVANEJ MATEMATIKY A ŠTATISTIKY

9.1.9. Aplikovaná matematika

Ekonomická a finančná matematika

Vedúci bakalárskej práce

doc. RNDr. Július Vanko, PhD.

Evidenčné číslo: 569de9b3-9abe-4c67-ae48-b29f8fb33efb

Univerzita Komenského v Bratislave
Fakulta matematiky, fyziky a informatiky

ZADANIE ZÁVEREČNEJ PRÁCE

Meno a priezvisko študenta: Zoltán Gál
Študijný program: ekonomická a finančná matematika (Jednoodborové štúdium, bakalársky I. st., denná forma)
Študijný odbor: 9.1.9. aplikovaná matematika
Typ záverečnej práce: bakalárska
Jazyk záverečnej práce: slovenský

Názov : Fyzika a ekonómia

Cieľ : Aplikácia fyzikálnych metód pri štúdiu ekonomického prostredia.

Vedúci : doc. RNDr. Július Vanko, PhD.

Dátum zadania: 10.11.2009

Dátum schválenia: 31.05.2011

doc. RNDr. Margaréta Halická, CSc.
garant študijného programu

Gál
študent

vedúci práce

Dátum potvrdenia finálnej verzie práce, súhlas s jej odovzdaním (vrátane spôsobu sprístupnenia)

vedúci práce

Čestné prehlásenie

Čestne prehlasujem, že som túto bakalársku prácu vypracoval samostatne pod dohľadom vedúceho bakalárskej práce a s použitím uvedenej literatúry.

....

V Bratislave, jún 2011 Zoltán Gál

Poďakovanie

Vo veľkej miere by som sa chcel poďakovať môjmu vedúcemu bakalárskej práce, doc. RNDr. Júliusovi Vankovi, PhD., za cenné rady, pripomienky a čas, ktorý mi poskytoval pri tvorbe tejto práce.

Abstrakt

GÁL, Zoltán: *Fyzika a ekonómia* [Bakalárska práca], Univerzita Komenského v Bratislave, Fakulta matematiky, fyziky a informatiky, Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky – Vedúci bakalárskej práce: Doc.RNDr. Július Vanko, PhD., 2011, 37 s.

Cieľom tejto práce je aplikácia fyzikálnych metód pri štúdiu ekonomického prostredia. Zaoberáme sa aplikáciou entropie v ekonómií, snažíme sa využiť poznatky o plynných modeloch pri štúdií rozdelenia bohatstva a príjmov, a nakoniec vývoj cien akcií na finančných trhoch popisujeme pomocou Brownovho pohybu. Práca má ambíciu priblížiť čitateľovi význam poznatkov z fyziky v ekonómií a na konkrétnych príkladoch ukázať spojitosť medzi týmito vednými odbormi.

Kľúčové slová: ekonofyzika, entropia, rozdelenie bohatstva a príjmov, brownov pohyb

Abstract

GÁL, Zoltán:*Physics and economics* [Bachelor thesis] - Comenius Univerzity Bratislava. Faculty of mathematics, physics and informatics; Department of Applied Mathematics and Statistics, Tutor: : Doc.RNDr. Július Vanko, PhD., 2011, 37 p.

The aim of this work is the application of physical methods in the study of the economic environment. We apply entropy in economics, try to exploit the knowledge of the gas-like models in the study of distribution of wealth and income and finally describe stock price development in financial markets by Brownian motion. The paper has the ambition to show the reader the importance of physics in economics and concrete examples to demonstrate a connection between these disciplines.

Key words: econophysics, entropy, distribution of wealth and income, brownian motion

Obsah

Úvod

História ekonomického myslenia siaha až do čias Xenofóna, ktorý je pôvodcom jej názvu (*oikos* – dom, hospodárstvo, *nomos* – pravidlo zákon). Ekonomická veda je však ďaleko mladšia a väčšina literatúry datuje jej vznik od čias Adama Smitha (1723–1790). Predmetom jej skúmania sú ekonomické súvislosti a ich dôsledky, spôsob, akým sa spoločnosť rozhoduje o prerozdelení vzácnych zdrojov. Na rozdiel od biológie, či fyziky, ktoré skúmajú prírodu, ekonómia sa zaoberá tým, čo vytvoril človek, resp. ľudská spoločnosť.

Niekto by sa preto mohol pýtať, ako je možné, že je pre nás tak ťažké správne a presne popísať ekonomické javy, keď my sami sme ich pôvodcami? Veď rezbár dokonale pozná svoje diela, maliar vie opísať ako vytvoril svoj obraz, počítačoví technici dokážu vysvetliť výrobu hardvéru. Ako jednoduché vysvetlenie sa naskytuje odpoveď – pretože ekonomické javy nie sú dielom jedného človeka, ale celej spoločnosti. No ešte zásadnejšou odpoveďou je: pretože počas tisícročí formovania našej spoločnosti sme vytvorili akýsi ľudský odraz prírody definujúci ekonómiu. Správanie prírody a jej súčastí sa predsa od ľudského a ekonomického správanie veľmi neodlišuje. Obe sú charakterizované istou náhodnosťou, neusporiadanosťou, ale aj jasnými zákonitosťami. A tak vedy, ktoré skúmajú prírodné javy, by mohli nájsť svoje uplatnenie aj ekonomických javoch.

Takto sa dá ideologicky vysvetliť prístup ekonofyzikov. Na svet ekonómie sa nepozerajú ako na súbor dát a javov s ďalekosiahlymi dôsledkami. Ekonomický svet chcú vnímať ako svet, ktorý je odrazom prírody a jej zákonitostí. Veď prečo by sme vývoj cien akcií nemohli prirovnať k náhodnému pohybu peľových častíc ponorených do tekutiny? A čo ak práve zrážky plynových častíc najlepšie vystihujú spôsob výmeny peňazí v spoločnosti? A prečo neprirovnať náhodnosť na trhu k entropii, merajúcej neusporiadanosť termodynamických systémov?

Týmito troma prístupmi sa budeme zaoberať v našej práci. V prvej kapitole podrobne vysvetlíme pojem entropie a popíšeme jej aplikáciu v ekonómii pri odvádzaní parametra averzie voči riziku pri maximalizácii funkcie užitočnosti.

V druhej kapitole preberieme teóriu rozdelenia príjmov a bohatstva v spoločnosti, do ktorej aplikujeme plynové modely opisujúce zrážku dvoch plynových častíc.

Poslednú kapitolu venujeme Brownovmu pohybu, ktorý vo fyzike opisuje pohyb peľových zrniečok v tekutine. V ekonómii ním definujeme vývoj cien akcie na trhu.

Na záver sa pokúsime zhodnotiť význam fyziky v ekónomii a efektivitu, akú prinášajú jej výsledky.

1. Entropia

1.1. Čo je entropia?

Pojem termodynamická entropia môžeme zachytiť z analýzy takzvaného Carnotovho cyklu, ktorý je idealizovaný model tepelného stroja, ktorý vykonáva mechanickú prácu pomocou toku tepla z horúceho zásobníka teplotou T_h na zásobník s nižšou teplotou T_l. Maximálna účinnosť takéhoto tepelného motora je $1 - T_l/T_h$. Čím väčší je teplotný rozdiel medzi teplým a studeným zásobníkom, tým väčší je podiel tepla, ktoré môžeme v prípade potreby presunúť na prácu. Clausius definoval premennú S ako $dS = dQ \,/\, T$, kde dQ je množstvo preneseného tepla do alebo zo systému inverzným spôsobom pri teplote T. Nazval ju entropia, založený na grécke τροπη (tropí), čo znamená transformáciu, otočenie spolu s analogickým názvom „energie“.

Druhý zákon termodynamiky(takzvaný zákon entropie), pojem entropia používa na vyjadrenie každodenných pozorovaní, že transformácia energie a hmoty sú jednosmerné. To hovorí, že entropia izolovaného termodynamického systému sa nikdy nezníži, ale sa striktne zvýši pri nezvratnej transformácií a zostáva konštantnou pri zvratnej transformácii. To kladie dôležité obmedzenia v oblasti prírodných i technických procesov. Napríklad, teplota jednej šálky horúcej kávy nechaná v studenej miestnosti bude vždy klesať, nikdy sa nezvýši, až kým sa nakoniec nedostane do rovnovážneho stavu s izbovou teplotou. V tomto procese sa zvýši entropia miestnosti. To znamená, že entropia umožňuje definovať pojem „šípka času“.

Kým pôvodný pojem entropia je zameraná na teplo, Ludwig Boltzmann (1844-1906) zaviedol entropiu ako pojem, ktorý je založený na štatistickej mechanike a pravdepodobnosti. Formálne entropia môže byť definovaná ako entropia rozdelenia pravdepodobnosti súboru vzájomne sa vylučujúcich akcií i : $S = -k \sum p_i \log p_i$, kde p_i je pravdepodobnosť, že nastane udalosť i, k je faktor proporcionality (teraz sa to volá Boltzmannova konštanta). Boltzmann zobral udalosť i z termodynamického systému mikrostavu i, kompatibilným so zachovaním jeho makrostavu. Predpokladal, že všetky mikrostavy majú rovnakú pravdepodobnosť a zadefinoval množstvo Ω ako počet mikrostavov systému kompatibilnými so zachovaním jeho makrostavu.

Potom $S = k \log \Omega$. Boltzmannova entropia je miera mikroskopickej poruchy a pravdepodobnosti: vysoká entropia charakterizuje makrostav, ktorý má vysokú pravdepodobnosť, pretože môže byť realizovaná veľkým počtom mikrostavov, v ktorých sú jednotlivé zložky usporiadané priestorovým a aj homogénnym spôsobom. Nezvratnosť uvedené v druhom zákone termodynamiky sa javí ako vyhlásenie, že každý izolovaný makrostavový systém sa vždy vyvíja od menej pravdepodobnostného (organizovanejšieho) k viac pravdepodobnostnému (pomiešaného) stavu, kde Ω a S sú väčšie.

Boltzmannova štatistická entropia bola neskôr prevedená do matematickej štatistiky a do informačnej teórie ako všeobecné opatrenie rovnomernosti a homogénnosti. Používa sa ku konštrukcii ukazovateľov na meranie všetkých druhov heterogénnosti v prírodných a spoločenských systémoch, napríklad nepravidelnosť príjmov, koncentrácie priemyslu alebo na biologickú rozmanitosť.

1.2. Metóda maximálnej entropie v ekonómii

Riskantné udalosti veľmi ovplyvňujú finančný trh. Ako dôsledok rizika, náhodnosť alebo nepravidelnosť na trhu sa budú zvyšovať s časom. Rovnováha (ekvilibrium) nastane, keď sa trh dostane na maximálnu náhodnosť. V rovnovážnom stave strácame veľa informácií o stave akcií na trhu, v tomto prípade k nájdeniu optimálnej stratégie sa stáva viac ťažkopádne pre obchodovanie s akciami. Našou dôležitou úlohou je správne predpovedať stav trhu. Toto môžeme vykonať výpočtom distribučnej funkcie pre klesajúci trh, ktorý klesá do svojho eventuálneho rovnovážneho mikrostavu. Metóda maximálnej entropie sa nám javí ako najlepší spôsob, ako odvodiť záver o neznámom rozdelení založený iba na niekoľkých obmedzení. Entropiu podľa Shannona môžeme napísať ako:

$$H[\varphi] = -\int_{\Omega} \varphi(\omega)\, ln\varphi(\omega)\, d\Pi(\omega), \tag{1.1}$$

kde ω je prvok v pravdepodobnostnom priestore rizika Ω. Miera integrálu určuje váhu výskytu náhodných udalostí. Distribučná funkcia $\varphi(\omega)$ je normalizovaná.

$$\int_{\Omega} \varphi(\omega)\ d\Pi(\omega) = 1 \tag{1.2}$$

Predpokladá sa, že priemer trhového bohatstva v rovnovážnom stave by sa mal rovnať konštante.

$$< W > = \int_{\Omega} \varphi(\omega)\, W(\omega)\, d\Pi(\omega) = const. \tag{1.3}$$

To je správny predpoklad na konzervatívnom trhu (devízového trhu), pretože peniaze sa vymieňajú medzi rôznymi osobami a to v podstate nič nemení na trhovom bohatstve. Rovnice (1.2) a (1.3) by mali byť splnené súčasne, keď sa snažíme maximalizovať entropiu(1.1).

$$\delta H[\varphi] + \lambda\delta \int_{\Omega} \varphi(\omega)\ d\Pi(\omega) + \beta\delta \int_{\Omega} \varphi(\omega)\, W(\omega)\, d\Pi(\omega) = 0 \tag{1.4}$$

Riešením predchádzajúcej rovnice je kanonická distribúcia[22].

$$\varphi(\omega) = \frac{e^{-\beta W(\omega)}}{\int_{\Omega} e^{-\beta W(\omega)} d\Pi(\omega)} \tag{1.5}$$

Výsledok je odvodený analyticky a môžeme to nájsť [4, 5].Parameter β možno vypočítať tiež analyticky, čo môžeme nájsť [6], ale v porovnaní poistného trhu s podobnými prípadmi z termofyziky sa rozumie, že parameter súvisí s priemerným trhovým bohatstvom.

$$\beta \sim \frac{1}{<W>} \tag{1.6}$$

V prípade poistného trhu bohatstvo osoby (poisťovateľa alebo poistenca) je daná:

$$W_i(\omega) = W_{0i} - X_i(\omega) + Y_i(\omega) - \int_{\Omega} \varphi(\omega)\, Y_i(\omega)\, d\Pi(\omega), \tag{1.7}$$

kde index i označuje rôzne osoby. Každá osoba utrpí stratu $X_i(\omega)$ ak ω nastane. Preto poistenec poistí sám seba na cenu $\int_\Omega \varphi(\omega)\, Y_i(\omega)\, d\Pi(\omega)$ a dostane $Y_i(\omega)$ pri nastaní tej udalosti.

$$\sum_i Y_i(\omega) = 0 \tag{1.8}$$

Celkové trhové bohatstvo je súčet bohatstiev jednotlivých osôb.

$$W(\omega) = \sum_i W_i(\omega) = W_0 - Z(\omega) \tag{1.9}$$

To platí aj pre počiatočné bohatstvo W_0 a celkové riziko $Z(\omega)$,

$$W_0 = \sum_i W_{0i} \tag{1.10}$$

$$Z(\omega) = \sum_i X_i(\omega) \tag{1.11}$$

V ďalšej časti sa snažíme získať funkcie užitočnosti z výsledkov, ktoré sme dostali v tejto kapitole.

1.3 Funkcia užitočnosti

Funkcia užitočnosti demonštruje určitý zisk, ktorý nejaká osoba má v úmysle zarobiť na konkurenčnom trhu. Funkcia užitočnosti by mala závisieť od finančného stavu osoby, ktorá je často opisovaná svojím bohatstvom $u_i(W_i)$, pre i znázorňujúce rôzne osoby. Predpokladá sa, že prvá derivácia funkcie užitočnosti je kladná $u_i'(W_i) > 0$, aby bolo zaručené, že osoba túži mať zisk a druhá derivácia je záporná $u_i''(W_i) < 0$, aby obmedzil svoju lakomosť (racionálna osoba by mala mať odpor k riziku, mala by byť rizikovo averzná). Parameter averzie k riziku $\beta_i(W_i) = -u_i''(W_i)/u_i'(W_i)$ sa tiež podieľa na funkcií užitočnosti. Určuje akou váhou je osoba naklonená k rizikovosti v závislosti od jeho bohatstva. Ekvilibrium nastáva, ak osoba bude uspokojená zo svojho obchodovania.

Z pohľadu ekvilibrických cien, každá osoba chce maximalizovať svoju funkciu užitočnosti vybratím svojej úrovne $Y_i(\omega)$ pri každej udalosti.

Vzhľadom na trhové riziká, čo spôsobuje náhodnosť, podmienky ekvilibria môžu byť vyjadrené stálym vzťahom:

$$\int_\Omega u_i\big(W_i(\omega)\big)d\Pi(\omega) = max. \tag{1.12}$$

Rovnicu (1.12) chceme maximalizovať, to znamená, že hľadáme extrém rovnice vzhľadom na $Y_i(\omega)$. A teda maximalizácia funkcie užitočnosti vyzerá takto:

$$\frac{\delta}{\delta Y_i(\omega)} \int_\Omega u_i\big(W_i(\omega)\big)d\Pi(\omega) = 0 \tag{1.13}$$

Z tohto výrazu sa dá odvodiť variačnou metódou nasledujúci výsledok.

$$u_i'\big(W_i(\omega)\big) = \varphi(\omega) \int u_i'\big(W_i(\nu)\big)\, d\Pi(\upsilon)$$

$$u_i'\big(W_i(\omega)\big) = C_i\varphi(\omega) \tag{1.14}$$

Kde C_i je konštantná hodnota pre i-teho agenta.

Máme možnosť zmeniť funkciu premeny rizika $Y_i(\omega)$, a to až do konštantného čísla, pretože bohatstvo osoby zostáva nezmenené.

$$Y_i^{nový}(\omega) = Y_i^{starý}(\omega) - \int_\Omega \varphi(\omega)\, Y_i^{starý}(\omega)\, d\Pi(\omega) \tag{1.15}$$

Funkcia rizika tiež reviduje niesť funkcie premeny rizika.

$$X_i^{nový}(\omega) = X_i^{starý}(\omega) - Y_i^{nový}(\omega) \tag{1.16}$$

Pri nastaní udalosti ω sú na trhu všetky osoby dotknuté. Funkcia rizika osoby závisí od ω, prostredníctvom súhrnnej straty $\zeta = Z(\omega)$, a preto je to výhodnejšie a veľmi často potrebné a nutné používať ζ na miesto ω.

$$\sum X_i(\zeta) = \zeta \tag{1.17}$$

$$\varphi(\zeta) \sim e^{\beta\zeta}. \tag{1.18}$$

Zoberme logaritmickú deriváciu rovnice(1.14) a získame:

$$-\frac{u_i''(W_i(\zeta))}{u_i'(W_i(\zeta))} X_i'(\zeta) = \frac{\varphi'(\zeta)}{\varphi(\zeta)} \tag{1.19}$$

Z definície parametra averzie k riziku máme.

$$\beta_i = \frac{\beta}{X_i'(\zeta)} \tag{1.20}$$

Ak je daná funkcia rizika pre jednu osobu, potom funkcia užitočnosti je daná vzťahom

$$u_i(\xi) = \int_0^{\xi} e^{-\int_0^{\eta} \beta_i d\zeta} d\eta \tag{1.21}$$

V predchádzajúcej rovnici sme normovali funkciu užitočnosti za predpokladu, že

$u_i(0) = 0$ a $u_i'(0) = 1$, ale množstvo bohatstva sa môže preškálovať použitím tých predpokladov. Parameter ξ sa používa na preškálované bohatstvo. Pre konštantný parameter averzie k riziku je získaná exponenciálna forma funkcie užitočnosti.

Koncepcia maximálnej entropie zasahuje aj na poistný trh. Peniaze na tomto trhu majú tú istú úlohu ako energia v termosystémoch. Optimalizácia trhovej entropie za účasti podmienok nás vedie ku kánonickému rozdeleniu cien, ktoré sa používa na výpočet ceny. Ukázali sme, ako osoba môže odvodiť parameter averzie voči riziku na maximalizáciu svojho úžitku v poistnej zmluve.

2. Rozdelenie príjmov a bohatstva

V každom štáte alebo spoločnosti, ak by sme mohli oddeliť ľudí od ich peňazí alebo majetku, zistili by sme, že celková suma peňazí alebo bohatstva ostáva relatívne konštantná z hľadiska dlhodobého časového horizontu, ale nie je to tak pri jeho pohybe od jednej osoby k inej osobe, čo spôsobuje dynamika krátkodobého časového horizontu (denná alebo týždenná). V celkovom priemere pre krajinu alebo spoločnosť, sa zdá byť rozdelenie peňazí alebo príjmov veľmi robustné, ale z určitých dôvodov je toto rozdelenie v rámci spoločnosti nerovnomerné.

2.1 Empirické štúdie rozdelenia príjmov a bohatstva

Rozdelenie bohatstva medzi jednotlivcami v ekonomike je významnou oblasťou výskumu v ekonómii. To isté platí aj pre rozdelenie príjmov v spoločnosti. Podrobná analýza rozdelenia príjmov:

$$P(m) \sim \begin{cases} m^{\alpha} e^{\left(-\frac{m}{T}\right)} \; kde\; m < m_c \\ m^{-(1+\nu)} \; kde\; m \geq m_c \end{cases} \qquad (2.1)$$

kde P označuje hustotu ľudí s príjmami alebo bohatstvom m, α, ν sú exponenty a T označuje faktor škálovania. Príjmová mocninová funkcia rozdelenia bohatstva (pre $m \geq mc$) je pomenovaná po talianskom vedcovi Vilfedovi Paretovi a exponent ν sa nazýva Paretov exponent. Historický opis Paretových dát je možné nájsť v knižke [10].

2.2 Plynové modely

Zrážka dvoch častíc spôsobí zmeny ich individuálnej kinetickej energie (alebo momentu). Príjmový model môže byť založený na vzájomnom pôsobení dvoch agentov. Výmena peňazí dvoch náhodne vybraných agentov je určená mechanizmom za predpokladu, že proces výmeny nezávisí od predchádzajúcich výmen, čo môžeme opísať ako Markovovský proces:

$$\begin{pmatrix} m_i(t+1) \\ m_j(t+1) \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} m_i(t) \\ m_j(t) \end{pmatrix} \tag{2.2}$$

kde $m_i(t)$ je príjem agenta i v čase t a matica M definuje mechanizmus výmeny.

V tejto triede modelov uvažujeme o uzavretom hospodárskom systéme, kde je celková suma peňazí M a celkový počet agentov N pevne daný. To zodpovedá situácii, keď nedôjde k žiadnej výrobe alebo migrácií. Ekonomická činnosť je obmedzená iba na obchodovanie. Každý agent i, vlastní peniaze $m_i(t)$ v čase t. Pri každom obchode agenti i a j si navzájom vymenia svoje peniaze tak, aby ich celková suma peňazí bola zachovaná a žiaden z nich nechce skončiť v negatívnych číslach($m_i(t) \geq 0$, t.j. dlh nie je povolený):

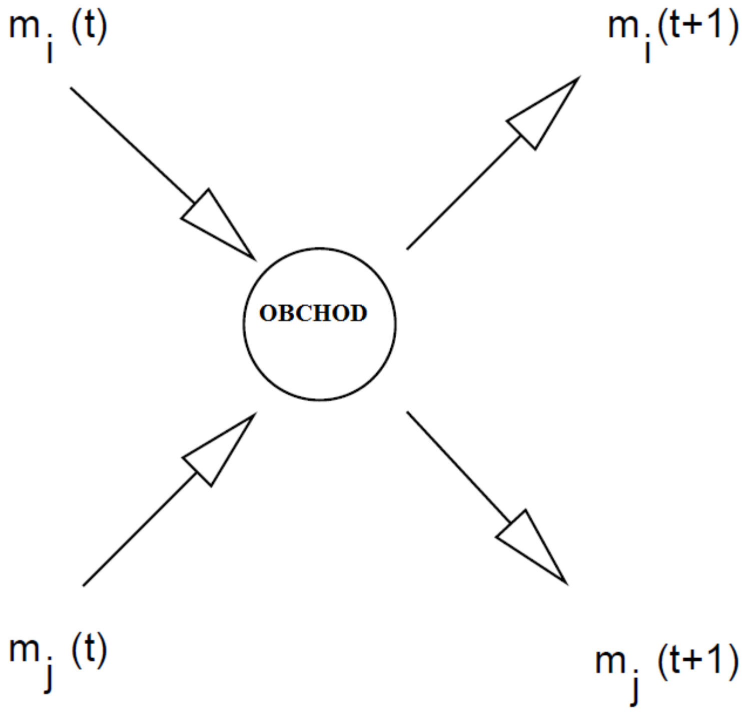
$$m_i(t+1) = m_i(t) + \Delta m \tag{2.3}$$

$$m_j(t+1) = m_j(t) - \Delta m \tag{2.4}$$

čo môžeme prerobiť na tvar:

$$m_i(t) + m_j(t) = m_i(t+1) + m_j(t+1) \tag{2.5}$$

čas (t) sa mení o jednu jednotku po každom obchode.



Obr.1: Schéma procesu obchodovania. Agenti i a j prerozdeľujú svoje peniaze na trhu: $m_i(t)$ a $m_j(t)$ sú ich peniaze pred obchodovaním, ktoré sa zmenia na $m_i(t+1)$ a $m_j(t+1)$ po obchodovaní.

2.3 Prvý model: Model bez úspor

Najjednoduchší model berie do úvahy náhodný pomer celkových peňazí, ktoré sa rozdelia:

$$\Delta m = \varepsilon_{i,j}\left[m_i(t) + m_j(t)\right] - m_i(t), \tag{2.6}$$

kde $\varepsilon_{i,j}$ je náhodný pomer ($0 \leq \varepsilon_{i,j} \leq 1$) meniaca sa s časom alebo obchodovaním. Za rovnovážneho stavu($t \rightarrow \infty$) rozdelenie peňazí sa dá popísať Gibbsovým rozdelením:

$$P(m) = \frac{1}{T} e^{\frac{-m}{T}}\,; T = \frac{M}{N} \tag{2.7}$$

Bez ohľadu na to, aké opodstatnené je začiatočné rozdelenie, konečný ustálený stav zodpovedá Gibbsovmu rozdeleniu, kde väčšina ľudí dostane veľmi málo peňazí. Toto vyplýva zo zachovania peňazí a aditivity entropie:

$$P(m_1)P(m_2) = P(m_1 + m_2) \tag{2.8}$$

2.4 Druhý model: Model so spoločnými úsporami

Pri každom obchode sú prirodzené úspory. Preto bol zavedený úroveň sklonu úspor λ na model náhodnej výmeny, kde každý obchodník v čase t ušetrí časť λ z jeho peňazí $m_i(t)$ a náhodne obchoduje so zvyškom:

$$m_i(t+1) = \lambda m_i(t) + \varepsilon_{i,j}\left[(1-\lambda)(m_i(t) + m_j(t))\right], \tag{2.9}$$

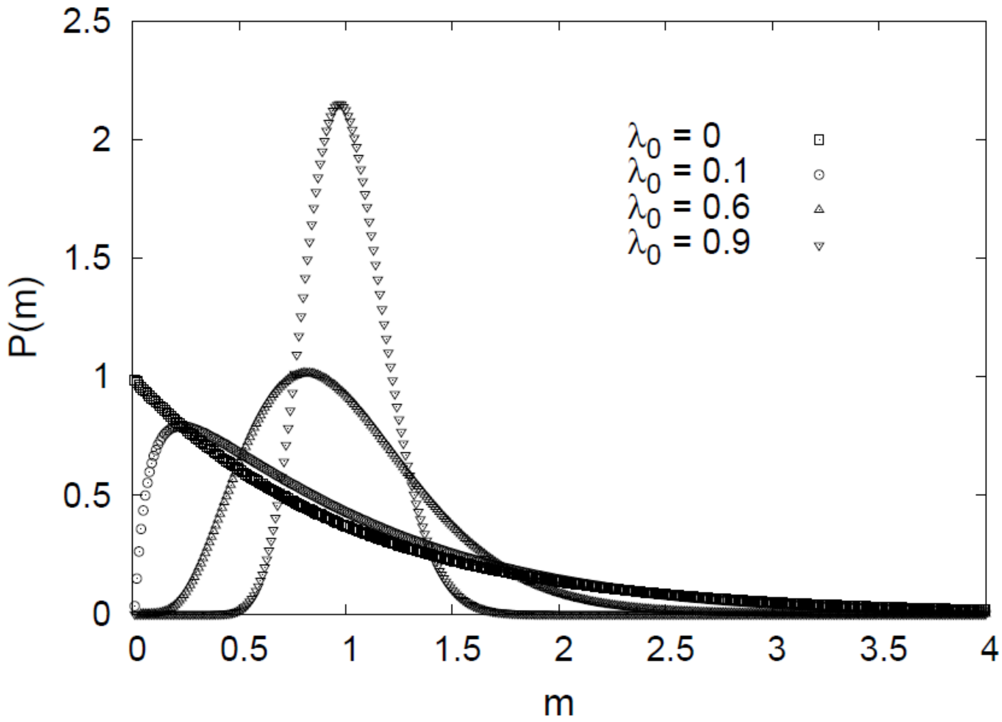
$$m_j(t+1) = \lambda m_j(t) + (1-\varepsilon_{i,j})\left[(1-\lambda)(m_i(t) + m_j(t))\right], \tag{2.10}$$

kde:

$$\Delta m = (1-\lambda)[\varepsilon_{i,j}(m_i(t) + m_j(t)) - m_i(t)], \tag{2.11}$$

$\varepsilon_{i,j}$ je náhodný pomer pochádzajúci zo stochastického charakteru obchodovania.

Trh sa stáva „ovplyvňujúcim“ pre všetky nenulové λ, $\lambda < 1$: pre pevné λ (pre všetkých agentov rovnakých) rozdelenie peňazí $P(m)$ v rovnovážnom stave exponenciálne klesá na oboch stranách s pravdepodobnosťou bohatstva na agenta a posúva sa z $m = 0$ (pre $\lambda = 0$) do $M / N, \lambda \to 1$(obr.2).



Obr. 2: Rozdelenie peňazí $P(m)$ v rovnovážnom stave pre model so spoločnými úsporami. Uvedené údaje sú pre rôzne hodnoty $\lambda =\ 0;\ 0{,}1;\ 0{,}6;\ 0{,}9$, pri veľkosti systému $N\ =\ 100$. Všetky údaje sú zobrazované pre priemerné bohatstvo za agenta $M\ /\ N\ =\ 1$.

Táto samoorganizovaná funkcia trhu, vyvolaná vlastným záujmom o úspory každého agenta bez globálnej perspektívy, je významný ako pokles podielu nemajetných ľudí s rastúcim λ.

M. Patriarca tvrdí cez heuristické argumenty(Na základe numerických výpočtov), že toto rozdelenie sa približne podobá Gama rozdeleniu[11],

$$P(m) = Cm^{\alpha}e^{(-\frac{m}{T})}, \tag{2.12}$$

kde $T = 1/(\alpha\ + 1)$ a $C = (\alpha +\ 1)^{\alpha+\,1}/\Gamma(\alpha +\ 1)$, Γ je gama funkcia, ktorej argument α súvisí s faktorom úspor λ:

$$\alpha = \frac{3\lambda}{1-\lambda}. \tag{2.13}$$

V porovnaní s rovnicou(2.7) pre $\lambda = 0$, je potrebné poznamenať, že tu $M / N = 1$. Tiež v porovnaní s rovnicou(2.1) pre $m_c \rightarrow \infty$. So zvyšujúcim sa λ si agenti ponechajú viac peňazí vo svojich obchodovaniach.

V plynových modeloch so spoločnými úsporami rozdelenie bohatstva ukazuje na samo organizovanú funkciu trhu. Vrchol rozdelenia s najväčšou pravdepodobnostnou hodnotou určuje ekonomickú mierku.

2.5 Tretí model: Model s rozloženými úsporami

V reálnej spoločnosti alebo ekonomike záujmy o úspory sa líšia, čo naznačuje, že λ je veľmi nehomogénny parameter. Napodobniť túto situáciu v reálnom svete, kde faktor úspor λ je rozsiahle rozdelené v rámci populácie, môžeme nájsť v knižkách [12, 13]. Vývoj peňazí pri takomto obchodovaní môžeme zapísať ako:

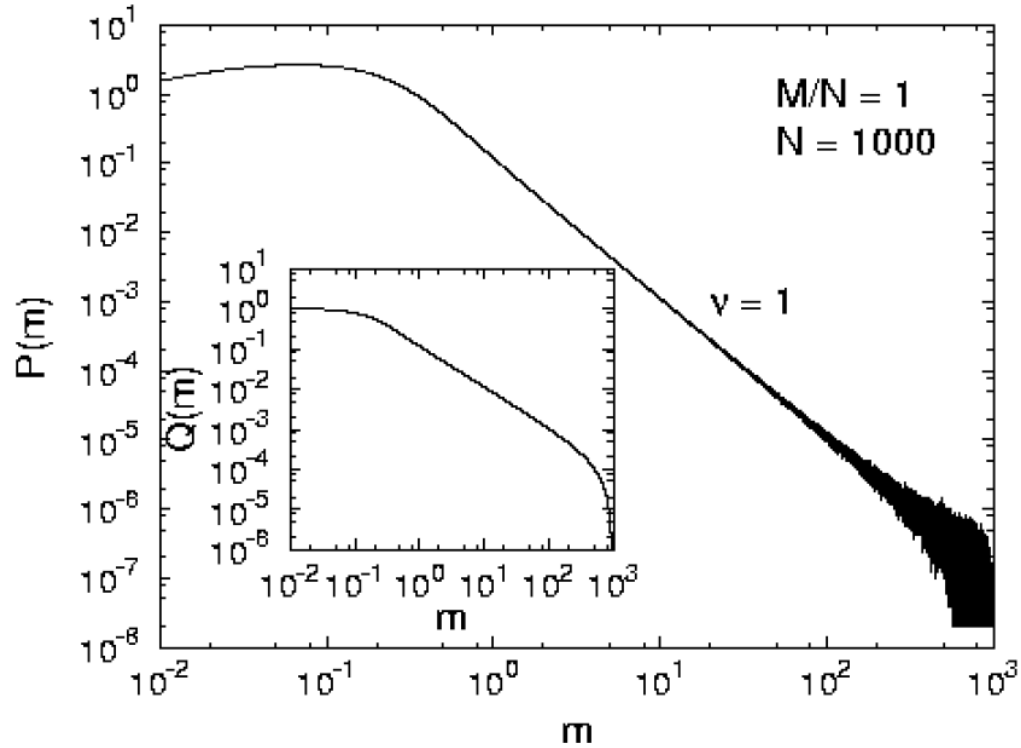
$$m_i(t+1) = \lambda_i m_i(t) + \varepsilon_{i,j}\left[(1-\lambda_i)(m_i(t) + (1-\lambda_j)m_j(t))\right], \quad (2.14)$$

$$m_j(t+1) = \lambda_j m_j(t) + (1-\varepsilon_{i,j})\left[(1-\lambda_i)(m_i(t) + (1-\lambda_j)m_j(t))\right]. \quad (2.15)$$

Pravidlá obchodu sú rovnaké ako predtým:

$$\Delta m = \varepsilon_{i,j}(1-\lambda_j)m_j(t) - (1-\lambda_i)(1-\varepsilon_{i,j})m_i(t), \quad (2.16)$$

kde λ_i a λ_j sú sklony k úsporám agentov i a j. Agenti majú fixné sklony k úsporám(v čase), ktoré sú nezávisle, náhodne a rovnomerne rozdelené na intervale 0 až 1. Agent i ušetrí náhodnú časť $\lambda_i (0 \leq \lambda_i < 1)$ a táto hodnota λ_i je uspokojivá pre každého agenta (λ_i sú nezávislé od obchodovania alebo času). Štúdie ukazujú, že pre rovnomerne rozdelené sklony k úsporám, $\rho(\lambda) = 1$ pre $0 \leq \lambda_i < 1$, dostaneme číslo jedna, ak $\nu = 1$ pri $P(m) \sim m^{(1+\nu)}$.



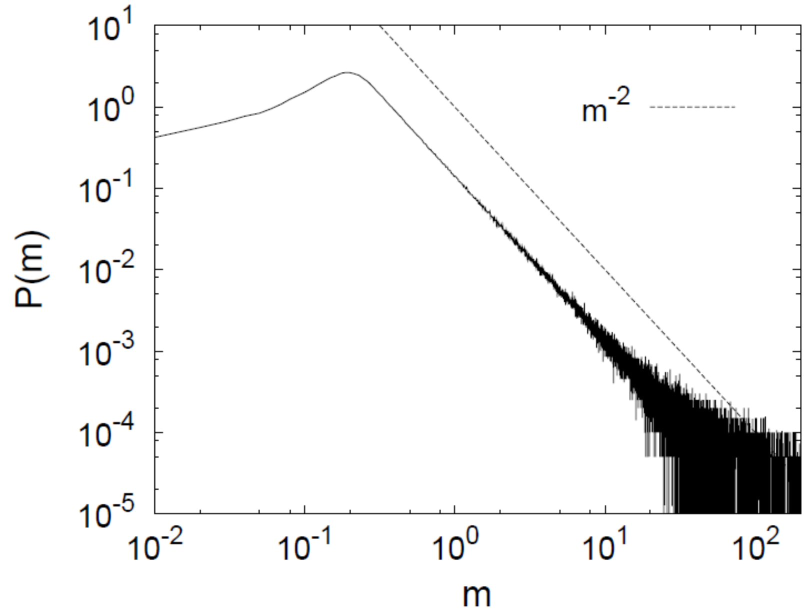
Obr. 3: Rozdelenie peňazí $P(m)$ v rovnovážnom stave pre model s rozloženými úsporami $\lambda(0 \leq \lambda < 1)$ pri veľkosti systému N = 1000 agentov. x^{-2} má za úlohu pozorovať mocninovú funkciu s $1 + \nu = 2$. Priemerné bohatstvo za agenta $M / N = 1$.

2.6 Rozdiely rozdelenia peňazí

V procesoch celková suma peňazí$(m_i + m_j)$ pre dvojicu agentov i a j zostáva konštantná, zatiaľ čo rozdiel Δm_{ij} sa vyvíja:

$$\left(\Delta m_{ij}\right)_{t+1} = (m_i - m_j)_{t+1} =$$
$$= \left(\frac{\lambda_i + \lambda_j}{2}\right)\left(\Delta m_{ij}\right)_t + \left(\frac{\lambda_i - \lambda_j}{2}\right)(m_i + m_j)_t +$$
$$+\left(2\varepsilon_{ij} - 1\right)\left[(1 - \lambda_i)m_i(t) + \left(1 - \lambda_j\right)m_j(t)\right]. \qquad (2.17)$$

Numericky je to zobrazené na obr.(3), kde môžeme pozorovať, že rozdelenie peňazí v rovnovážnom stave na trhu sa stáva mocninovou funkciou, kde faktory úspor λ_i agentov zostávajú konštantné, ale sú rôzne. Na obr.4 vidíme, že pravidlo, ako aj exponent zostávajú nezmenené, aj keď zmeníme $\varepsilon_{ij} = 1 / 2$ pre každý obchod. Z numerických pozorovaní[13, 14],



Obr. 4: Rozdelenie peňazí $P(m)$ v rovnovážnom stave na trhu s $N = 200$, použitím rovníc(2.14, 2.15) s (a) ε_{ij} náhodne rozdelené v intervale 0 až 1, (b) $\varepsilon_{ij} = 1 / 2$. Prerušovaná čiara zodpovedá $m^{-(1+\nu)}; \nu = 1$. Priemerné peniaze za osobu $M / N = 1$.

môžeme badať, že pre pevné λ na trhu($\lambda = \lambda_i$ pre všetky i) v rovnovážnom stave dochádza ku kritickosti pre $\lambda \to 1$, kde dynamika, hybnosť sa stáva nesmierne pomalá. Inými slovami, po dosiahnutí rovnovážneho stavu tretia časť rovnice(2.17) stáva bezpredmetnou pre kritické správanie. Pre jednoduchosť sa v tomto prípade sústredíme na to, že rovnica(2.17) pre vývoj Δm_{ij} môže byť napísaná v jednoduchšej podobe ako:

$$(\Delta m_{ij})_{t+1} = \bar{\lambda}_{ij}(\Delta m_{ij})\tilde{\lambda}_{ij}(m_i + m_j)_t, \tag{2.18}$$

kde $\bar{\lambda}_{ij} = \frac{1}{2}(\lambda_i + \lambda_j)$ a $\tilde{\lambda}_{ij} = \frac{1}{2}(\lambda_i - \lambda_j)$, $0 \leq \bar{\lambda}_{ij} < 1$ a $-\frac{1}{2} < \tilde{\lambda}_{ij} < \frac{1}{2}$.

Pravdepodobnosť rovnovážneho stavu rozdelenia D, modul $\Delta = |\Delta \mathrm{m}|$ rozdielu vzájomných peňazí medzi dvoma osobami na trhu, možno získať z rovnice(2.18) v nasledujúcim spôsobom za predpokladu, že Δ je omnoho väčší ako priemerné peniaze za agenta M / N. To preto, že s použitím rovnice(2.18), veľké Δ sa môže objaviť v čase $t + 1$. Toto môžeme predpokladať pri každej situácii v čase t, pre ktorú pravá strana rovnice(2.18) je veľká. Môžu nastať nasledovné možnosti(v čase t): m_i je veľké (zriedkavo) a m_j nie je veľké, kde potom pravá strana rovnice(2.18) nadobúda tvar $\sim(\bar{\lambda}_{ij} + \tilde{\lambda}_{ij})(\Delta_{ij})_t$; alebo m_j(zriedkavo) je veľké a m_i nie je veľké, potom pravá strana vyzerá nasledovne $\sim(\bar{\lambda}_{ij} - \tilde{\lambda}_{ij})(\Delta_{ij})_t$; potom ešte môže nastať, že oba výrazy m_i a m_j budú veľké, čo je oveľa zriedkavejšie, ako prvé dva, a preto je zanedbateľné. V dôsledku toho, pre veľké Δ, rozdelenie D spĺňa:

$$D(\Delta) = \int d\,\Delta' \;\mathrm{D}(\,\Delta') \;\times \langle\, \delta(\,\Delta - (\big((\bar{\lambda} + \tilde{\lambda})\Delta'\big) + \delta\big(\Delta - (\bar{\lambda} - \tilde{\lambda})\Delta'\big)\,\rangle$$

$$= 2\,\langle\left(\frac{1}{\lambda}\right) D\left(\frac{\Delta}{\lambda}\right)\rangle, \tag{2.19}$$

kde sme využili symetriu $\tilde{\lambda}$ rozdelenia a vzťah $\bar{\lambda}_{ij} + \tilde{\lambda}_{ij} = \lambda_i$. V $\langle\ldots\rangle$ ukazuje priemer cez λ rozdelenie na trhu, δ označuje Diracovu δ-funkciu. Zoberme náhodné rozdelenie faktora úspor λ, $\rho(\lambda) = 1$ pre $0 \leq \lambda < 1$ a za predpokladu, že $D(\Delta) \sim \Delta^{-(1+\nu)}$ pre Δ veľké, dostaneme:

$$1 = 2\int_0^1 d\,\lambda\lambda^{\upsilon} = 2(1+\upsilon)^{-1}, \tag{2.20}$$

kde $\upsilon = 1$. Žiadna iná hodnota nezodpovedá vyššie uvedenej rovnice. To tiež znamená, že rozdelenie peňazí $P(m)$ na trhu tiež sprevádza podobná mocninová funkcia variácie $P(m) \sim m^{-(1+\upsilon)}$ a $\upsilon = 1$. Rozdelenie Δ z numerických simulácií tiež súhlasí s týmto výsledkom. Podrobnú analýzu rovnice pre kinetický proces výmeny a jej riešenie pre špeciálne prípady, sa môžeme dočítať v knihách[15, 16].

2.7 Vysvetlenie stredného poľa

Hore uvedené výsledky môžeme odvodiť z limity stredného poľa, kde rovnica prerozdelenia peňazí pre jednotlivé osoby, ktoré sa zúčastňujú procesu obchodovania, môže byť redukovaná na stochastickú mapu v m^2. Zoberieme si výsledky rovníc(2.14, 2.15) a pozrieme sa na časový vývoj m^2:

$$m_i(t+1)m_j(t+1) = \alpha_i(\epsilon_t, \lambda_i)m_i^2(t) + \alpha_j(\epsilon_t, \lambda_j)m_j^2(t) + \alpha_{ij}(\epsilon_t, \lambda_i, \lambda_j)m_i(t)m_j(t) \tag{2.21}$$

Pomocou aproximácie stredného poľa môžeme nahradiť kvadratické množstvá m_i^2, m_j^2 a $m_i m_j$ s priemerným množstvom m^2. Preto rovnicu(2.21) môžeme nahradiť touto aproximáciou:

$$m^2(t+1) = \eta(t)m^2(t), \tag{2.22}$$

kde $\eta(t)$ je algebraická funkcia λ_i, λ_j a ε_t. Z numerických simulácií vyplýva, že hodnota ε_t môže byť náhodná alebo konštanta, nemá vplyv na rozdelenie v rovnovážnom stave[16] a časová závislosť výsledkov $\eta(t)$) nám rezultuje z rôznych hodnôt λ_i a λ_j, ktorým došlo v priebehu vývoja na trhu. Označme $x = \log(m^2)$, potom rovnicu(2.22) môžeme prepísať na tvar:

$$x(t+1) = x(t) + \delta(t), \tag{2.23}$$

kde $\delta(t) = \log\eta(t)$ je náhodné číslo, ktoré sa mení pri každom časovom kroku. Transformovaním rovnice (2.23) získavame náhodnú prechádzku, a preto posunutie x do intervalu $[0, t]$ má normálne rozdelenie

$$\rho(x) \sim e^{(-\frac{x^2}{t})}. \tag{2.24}$$

$$\rho(x)dx = P(m)dm^2 \tag{2.25}$$

kde $P(m)$ je log normálne rozdelenie m^2:

$$P(m) \sim \frac{1}{m^2} e^{\left[-\frac{(\log(m^2))^2}{t}\right]} \tag{2.26}$$

Normálne rozdelenie v rovnici (2.24) sa rozťahuje s časom(pretože jeho šírka je proporcionálna $\sqrt{t}$), a tak sa normálny faktor rovnice(2.26), ktorý sa nakoniec stane veľmi slabou funkciou m a možno predpokladať , že bude konštantná pri $t \rightarrow \infty$. V dôsledku toho:

$$P(m) \sim \frac{1}{m^2} \text{ pre } t \rightarrow \infty, \tag{2.27}$$

čo je Paretov zákon pre model.

3. Brownov pohyb

Pod Brownovým pohybom rozumieme fyzikálny fenomén náhodného pohybu drobných čiastočiek ponorených v tekutine, ale aj matematický model opisujúci náhodný pohyb rôznych veličín.

3.1 História

Fenomén Brownovho pohybu bol objavený biológom Robertom Brownom v roku 1827. Počas štúdia peľových zrniečok ponorených vo vode pod mikroskopom pozoroval Brown chvejúci pohyb týchto čiastočiek. Po niekoľkých opakovaniach aj s čiastočkami prachu bol schopný odôvodniť jav, ktorý pozoroval pri peľových zrniečkach, tie sú totiž „naživе“. Stále však nebol schopný vysvetliť celkové pozadie a pôvod tohto javu.

Ako prvý, ktorý opísal teóriu Brownovho pohybu bol Louis Bachelier v roku 1900 vo svojej práci „Teória špekulácie“. Bol to však Albert Einstein, ktorý v roku 1905 použitím pravdepodobnostného modelu vedel dostatočne vysvetliť Brownov pohyb. Tvrdil, že ak kinetická energia tekutiny bola správna, molekuly vody sa pohybovali náhodne. Takto, malá častica dostávala náhodný počet impulzov náhodnej veľkosti a smeru počas ľubovoľnej malej časovej periódy. Takýto model presne opisoval jav, ktorý pozoroval aj samostatný Brown.

3.2 Definícia Brownovho pohybu

Brownov pohyb je úzko spätý s normálnym rozdelením. Pripomeňme si, že náhodná premenná je normálne rozdelená so strednou hodnotou μ a s disperziou σ ak

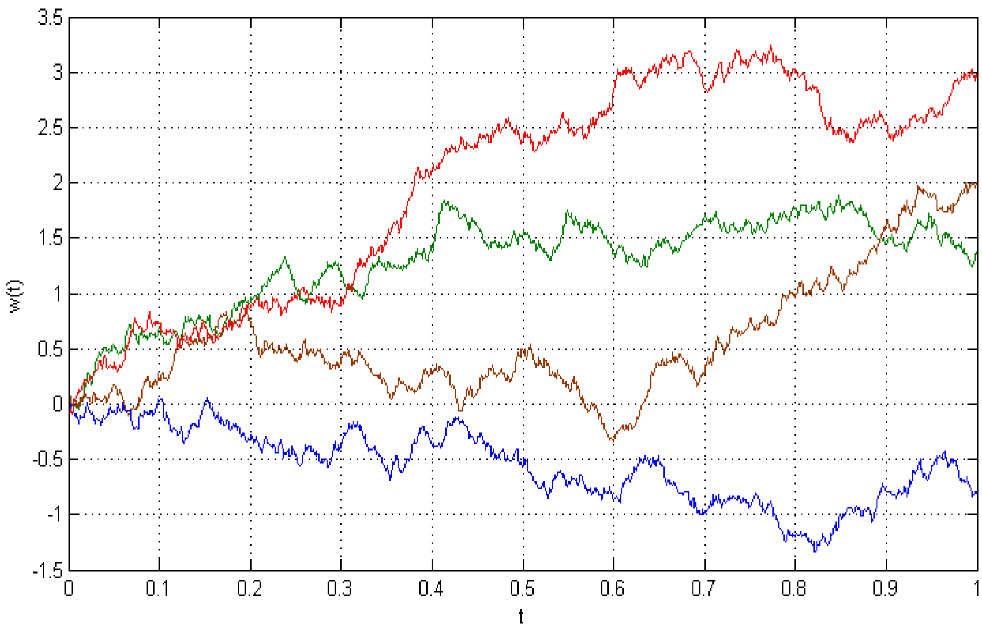
$$P\{X > x\} = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \int_x^{\infty} e^{-\frac{(u-\mu)^2}{2\sigma^2}} du$$

$$\forall x \in R \tag{3.1}$$

Definujme stochastický proces ako t-parametrický systém náhodných premenných $\{X(t), t \in I\}$, kde I interval alebo nejaká diskrétna množina indexov. Potom stochastický proces $\{B(t), t > 0\}$ nazývame ako (lineárný) Brownov pohyb so začiatkom $x \in R$ ak platia nasledovné vlastnosti:

- $B(0) = x$,
- Proces má nezávisle prírastky, t.j. pre všetky $0 \leq t_1 \leq t_2 \ldots \leq t_n$ sú prírastky $B(t_n) - B(t_{n-1}), B(t_{n-1}) - B(t_{n-2}), \ldots, B(t_2) - B(t_1)$ nezávislé náhodné premenné.
- Pre všetky $t \geq 0$ a $h > 0$, prírastky $B(t+h) - B(t)$ sú normálne rozdelené s priemernou hodnotou μh a s varianciou $\sigma 2\ h$.
- Funkcia $t \to B(t)$ je spojitá, skoro všade.

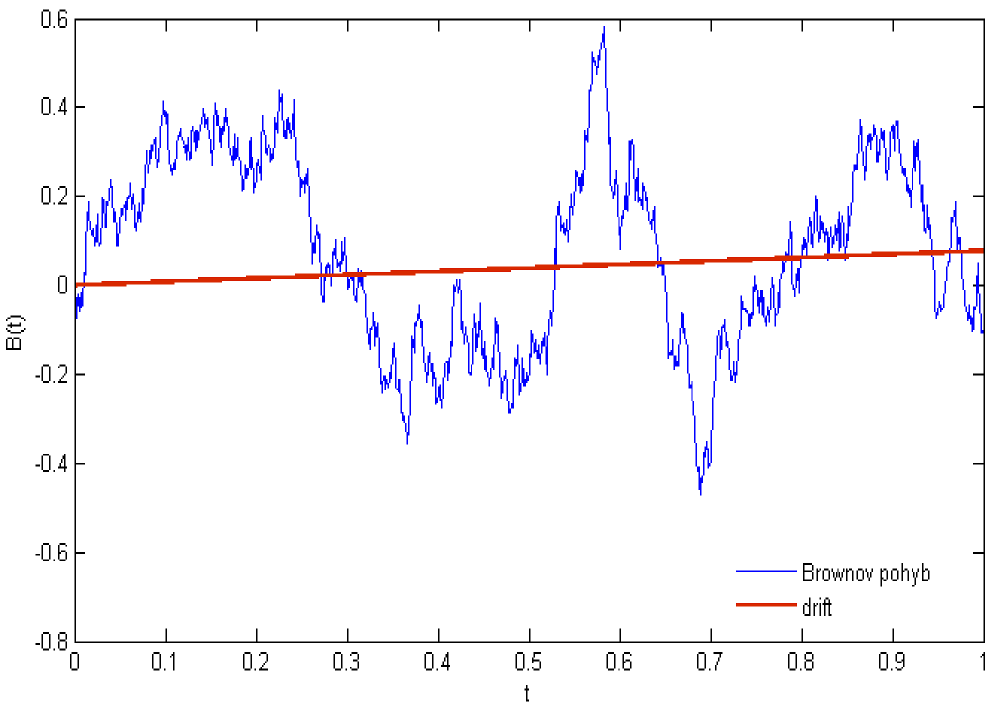
Ak pre stochastický proces $\{B(t), t > 0\}$ platí, že $x = 0$ potom hovoríme o tzv. štandardnom Brownovom pohybe. Pre $\mu = 0$ a $\sigma = 1$ definujeme tzv. Wienerov proces.



Obr. 5: Simulácia Wienrovho procesu

Niektoré zaujímavé fakty o Brownovom pohybe:

- Brownov pohyb nie je diferencovateľná funkcia ani v jednom bode, ale je spojitá všade.
- Je self similiar t.j. zväčšenie ľubovoľne malej časť trajektórie Brownovho pohybu vyzerá ako samostatný Brownov pohyb.
- Brownov pohyb v konečnom dôsledku dosiahne ľubovoľné veľkú, ale aj malú hodnotu.
- Raz Brownov pohyb dosiahne hodnotu 0 alebo inú hodnotu dosiahne ju znova a nekonečne veľakrát.



Obr. 6: Simulácia Brownovho pohybu.

3.3 Aplikácie Brownovho pohybu

Matematická teória Brownovho pohybu zožala úspechy aj v iných oblastiach. Rozvinula sa ďaleko od jej základnej myšlienky o probléme s peľovými zrnkami. Akciové trhy podľa výskumov preukázali podobnú problematiku. Na týchto trhoch je veľmi náročné na sekundovej báze sledovať dopyt aj ponuku akcií, teda kto a koľko kupuje alebo predáva a ako tieto pozície ovplyvňujú vývoj ceny akcie. Brownov pohyb je aplikovateľný v tejto sfére. Predpokladá sa, že akciové, ale aj menové či komoditné trhy sledujú práve Brownov pohyb resp. jeho alternatívy. Matematické modely založené na Brownovom pohybe sú fundamentálnou súčasťou a nástrojom, na ktorom je postavené oceňovanie finančných aktív a derivátov. V ďalšom sa sústredíme na odvodení základných nástrojov dôležitých pre oceňovanie vychádzajúce práve z Brownovho pohybu.

3.4 Stochastická diferenciálna rovnica

Uvažujeme rozdelenie intervalu $[0,t]$ na ľubovoľný počet podintervalov t.j. $0 = t_0 < t_1 < \cdots < t_n = t$. Zrejme sa dá odvodiť

$$B(t) - B(0) = \sum_{i=1}^{n} B_i - B_{i-1} \tag{3.2}$$

Stredné hodnoty ľavej aj pravej strany musia byť samozrejme rovnaké. Podľa definície sa dá odvodiť, že $E\big(B(t) - B(O)\big) = \mu(t - 0) = \mu t$. Pre pravú strana rovnosti platí to isté. Pre disperziu premenných $B(t) - B(0)$ platí podľa vlastnosti Brownovho pohybu

$$Var\big(B(t) - B(0)\big) = \sigma^2(t - 0) = \sigma^2 t. \tag{3.3}$$

Rovnako pre ľavú stranu, keďže prírastky sú nezávislé dá sa odvodiť:

$$Var(\sum_{i=1}^{n} B_i - B_{i-1}) = \sum_{i=1}^{n} Var(B_i - B_{i-1}) = \sigma^2 \sum_{i=1}^{n}(t_i - t_{i-1}) = =\sigma^2 t \qquad (3.4)$$

Teda rovnako platí rovnosť ako v prípade stredných hodnôt. Ak teda $\{w(t), t > 0\}$ je Wienerov proces , tak pre jeho parametre platí : $E\big(w(t)\big) = 0$, $Var\big(w(t)\big) = t$. Pre prírastok, teda diferenciu $B(t)$ platí: $dB(t) = B(t + dt) - B(t)$. Potom jeho stredná hodnota sa dá vyjadriť ako $E\big(dB(t)\big) = \mu t$ a zhodne disperzia $Var\big(dB(t)\big) = \sigma^2 dt = \sigma^2 Var(dw(t))$. Brownov pohyb sa takto dá vyjadriť pomocou jeho deterministickej (drift) a fluktuačnej (volatilita) zložky v podobe stochastickej diferenciálnej rovnice :

$$dB(t) = \mu dt + \sigma dw(t), \qquad (3.5)$$

kde $\{w(t), t > 0\}$ je Wienerov proces.

3.5 Geometrický Brownov pohyb

Faktom je, že štandardný Brownov pohyb môže nadobúdať záporné hodnoty. Tento jav ho robí nepraktickým pri oceňovaní finančných aktív, pretože ako vieme tie nenadobúdajú záporné hodnoty. Z tohto dôvodu predstavíme nezápornú variantu nazývanou aj geometrickým Brownovým pohybom $S(t)$ definovanú nasledovným spôsobom :

$$S(t) = S_0 e^{B(t)}, \qquad (3.6)$$

kde $B(t)$ je vyššie spomínaný Brownov pohyb a $S_0 = S(0) > 0$ je počiatočná hodnota. Zlogaritmovaním a následnými úpravami dostávame pre logaritmus geometrického Brownovho pohybu:

$$\ln\big(S(t)\big) = \ln(S_0) + X(t), \tag{3.7}$$

Stredná hodnota tejto stochastickej premennej je $E\Big(\ln\big(S(t)\big)\Big) = \mu t + \ln(S_0)$ a disperzia $Var\Big(\ln\big(S(t)\big)\Big) = \sigma^2 t$, a preto má stochastická premenná $S(t)$ lognormálne rozdelenie. Ak si zvolíme hodnotu $\bar{r} = \mu + \frac{\sigma^2}{2}$ (voľbu tejto hodnoty nebudeme bližšie špecifikovať, presahuje totiž rámec tejto práce) a riešime strednú hodnotu stochastickej premennej $S(t)$ dostávame$E\big(S(t)\big) = e^{\overline{rt}} S_0$. Ak si ako S_0 označíme cenu akcie v čase $t = 0$, môžeme tento výsledok, teda strednú hodnotu alebo očakávanie interpretovať ako spojité úročenie S_0 s úrokom $\bar{r}$. Ak si to porovnáme s úročením sumy S_0 základným úrokom na štátne dlhopisy r vo spojitom prípade, mohli by sme povedať, že v prípade $\bar{r} >> r$, by sa oplatila investícia do akcií s hodnotou S_0 viac ako do štátnych dlhopisov s rovnakou počiatočnou investíciou. Vo všeobecnosti je však tento jav jedným zo základných princípov oceňovania opcií pomocou Black –Scholesovho modelu t.j. výnos z určitej akcie nesmie prekročiť výnos z bežného účtu resp. zo štátnych dlhopisov.

Záver

V našej práci sme sa venovali uplatneniu fyziky v ekonomických javoch. Využili sme entropiu, fyzikálnu veličinu charakterizujúcu neusporiadanosť v termosystémoch, plynové modely opisujúce zrážky plynových častíc a neusporiadaný pohyb peľových zrniečok ponorených do tekutiny. Tieto fyzikálne javy sme aplikovali na ekonomickú funkciu užitočnosti, využili sme ich pri analýze rozdelenia príjmov v spoločnosti alebo pri sledovaní fluktuácií cien akcií na trhu.

Zvolili sme ich aj preto, aby sme poukázali na to, aké rôznorodé využitie môže mať fyzika v ekonómii. Neobmedzuje sa len na využitie fyzikálnej veličiny, ale aj pohybu častíc a mnohých ďalších javov, ktoré nie sú obsahom tejto práce. Naším cieľom nebolo vypracovať zoznam všetkých fyzikálnych aplikácií, ale poukázať na tie, ktoré patria k najpopulárnejším a prostredníctvom nich zhodnotiť význam ekonofyziky.

Usudzujeme, že fyzikálne zákonitosti budú mať široké uplatnenie na poli ekonómie. Veľkou výhodou je naša dôkladná znalosť ich prejavov aj dôsledkov, nakoľko fyzika je omnoho starší odbor ako ekonómia. Aj náš výber ukazuje na to, že rôznym oblastiam fyziky možno hľadať uplatnenie pri vysvetľovaní ekonomických javov, preto poskytuje široké spektrum možností aj vedomostí. Ekonofyzici poskytujú nový pohľad, v ktorom presadzujú užší kontakt s empirickými dátami a odmietajú tzv. reprezentatívnych agentov, s ktorými často pracujú ekonómovia. Tým sa snažia priblížiť ekonomickú vedu k realite, upraviť jej teoretické východiská na také, ktoré viac zodpovedajú empirickým pozorovaniam. V tom spočíva ich veľký prínos, ale dôležité je správne naplniť tieto veľké ambície.

Aké výsledky teda môže priniesť takýto prístup? Didier Sornette, fyzik, odborník na zemetrasenia a zároveň finančný expert vo švajčiarskej spoločnosti ETH Zurich, predpovedal prepuknutie problémov na americkom hypotékovom trhu už v roku 2005. Začiatkom roka 2008, predtým ako skrachovala banka Lehmann Brothers, socio-fyzik Dirk Helbing s kolegami Jamesom Breidingom a Markusom Christenom varovali, že vo finančnom systéme prebehli zmeny, ktoré narušili jeho vnútornú stabilitu. Podľa najnovších správ[1] sa v súčasnosti ekonofyzikom venuje viac pozornosti a peňazí na vypracovanie viacodborového prístupu k analýze ekonomických kríz. Otázkou ale zostáva, či vďaka fyzike budeme schopní krízy len predpovedať, alebo im aj zabraňovať.

[1] http://www.novinky.cz/veda-skoly/200058-ekonofyzika-nabizi-presnejsi-predpovidani-hospodarskych-krizi.html

Zoznam použitej literatúry

[1] Georgescu-Roegen, N. (1971), The Entropy Law and the Economic Process, Cambridge/MA: Harvard University Press.

[2] Kåberger, T. and Månsson, B. (2001), 'Entropy and economic processes – physics perspectives', Ecological Economics.

[3] Kondepudi, D. and I. Prigogine (1998), Modern Thermodynamics. From Heat Engines to Dissipative Structures, New York: John Wiley & Sons.

[4] D. K. Foley, Statistical Equilibrium in a Simple Labor Market, Metroeconomica, 47(2), (1996).

[5] A. Dragulescu and V. M. Yakovenko, Statistical Mechanics of Money, Eur. Phys. J. B, (2000).

[6] A. H. Darooneh, Non Life Insurance Pricing: Statistical Mechanics Viewpoint, Int. J. of Mod. Phys. C 16(1), (2005).

[7] H. Buhlmann, General Economic Premium Principle, ASTIN Bulletin, (1984).

[8] A. H. Darooneh, Non Life Insurance Pricing: Multi Agent Model, Eur. Phys. J. B, (2004).

[9] J. L. McCauley and C. M. Kuffner, Economic System Dynamics, Discrete Dynamics in Nature and Society, 1, (2004).

[10] B. K. Chakrabarti, A. Chakraborti, A. Chatterjee (Eds.), Econophysics and Sociophysics, Wiley-VCH, Berlin (2006).

[11] M. Patriarca, A. Chakraborti, K. Kaski, Phys. Rev. E 70 (2004) 016104.
Scripta T 106 (2003).

[12] B. K. Chakrabarti, A. Chatterjee, in Application of Econophysics, H. Takayasu (Ed.), Springer, Tokyo (2004).

[13] A. Chatterjee, B. K. Chakrabarti, S. S. Manna, Physica A 335 (2004).

[14] A. Chakraborti, B. K. Chakrabarti, Eur. Phys. J. B 17 (2000).

[15] A. Chatterjee, B. K. Chakrabarti, R. B. Stinchcombe, Phys. Rev. E 72 (2005) 026126.

[16] A. Chatterjee, B. K. Chakrabarti, R. B. Stinchcombe, in Practical Fruits of Econophysics, H. Takayasu (Ed.), Springer-Verlag, Tokyo (2005).

[17] A. Carbone, G. Kaniadakis, A. M. Scarfone, Editorial: Topical Issue on "Physics in Society", Eur. Phys. J. B, 57 (2007).

[18] Peter Mörters and Yuval Peres,Brownian motion(2008)

[19] D. Ševčovič, B. Stehlíková, K. Mikula, Analytické a numerické metódy oceňovania fin. Derivátov, (2009)

[20] I. Melicherčík, L. Olšarová, V. Úradníček, Kapitoly z finančnej matematiky, (2005)

[21] novinky.cz: Ekonofyzika nabízí přesnější předpovídaní hospodářských krizí, dostupné na http://www.novinky.cz/veda-skoly/200058-ekonofyzika-nabizi-presnejsi-predpovidani-hospodarskych-krizi.html

[22] R. K. Pathria, Statistical Mechanics, Pergamon Press, Oxford, (1972)