

UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE
FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY



KVANTITATÍVNE BEHAVIORÁLNE FINANCIE
BAKALÁRSKA PRÁCA

2011

Zuzana Holá

KVANTITATÍVNE BEHAVIORÁLNE FINANČIE

BAKALÁRSKA PRÁCA

Evidenčné číslo: 582bc1c6-32a9-438b-a97e-1d67d8f8387d

Zuzana Holá



UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE

FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY

Študijný odbor: 9.1.9. Aplikovaná matematika

Študijný program: Ekonomická a finančná matematika

Vedúci bakalárskej práce: doc. RNDr. Július Vanko PhD

BRATISLAVA 2011



Univerzita Komenského v Bratislave
Fakulta matematiky, fyziky a informatiky

ZADANIE ZÁVEREČNEJ PRÁCE

Meno a priezvisko študenta: Zuzana Holá
Študijný program: ekonomická a finančná matematika (Jednoodborové štúdium, bakalársky I. st., denná forma)
Študijný odbor: 9.1.9. aplikovaná matematika
Typ záverečnej práce: bakalárska
Jazyk záverečnej práce: slovenský

Názov : Kvantitatívne behaviorálne financie

Cieľ : Zhodnotiť pôsobenie ľudského faktora na chovanie finančného trhu

Vedúci : doc. RNDr. Július Vanko, PhD.

Dátum zadania: 28.10.2010

Dátum schválenia: 08.11.2010

.....
doc. RNDr. Margaréta Halická, CSc.
garant študijného programu

.....
Halická

študent

.....
Halická

vedúci práce

Dátum potvrdenia finálnej verzie práce, súhlas s jej odovzdaním (vrátane spôsobu sprístupnenia)

.....
Halická

vedúci práce

ČESTNÉ PREHLÁSENIE

Čestne prehlasujem, že bakalársku prácu s názvom „Kvantitatívne behaviorálne financie“ som vypracovala samostatne, iba s použitím uvedenej literatúry a pomocou vedúceho bakalárskej práce. Svoje prehlásenie potvrdzujem podpisom.

.....

V Bratislave, máj 2011

POĎAKOVANIE

Rada by som sa poďakovala doc. RNDr. Júliusovi Vankovi, PhD, školiteľovi mojej práce, za jeho rady, ochotu a odborné vedenie pri zdolávaní problémov a hľadani odpovedí na otázky v mojej bakalárskej práci.

ABSTRAKT

HOLÁ, Zuzana: *Kvantitatívne behaviorálne financie*. [Bakalárska práca]. Univerzita Komenského v Bratislave. Fakulta matematiky, fyziky a informatiky. Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky. Vedúci bakalárskej práce: doc. RNDr. Július Vanko, PhD. Bratislava: UK, 2010, 55 s.

Bakalárska práca sa zaoberá opodstatnením behaviorálnych financií a ich kvantifikáciou. Cieľom tejto práce je zhodnotiť pôsobenie ľudského faktora na chovanie finančného trhu. Zahŕňa psychologický základ potrebný na pojednanie o význame behaviorálnej ekonómie. Poskytuje obraz o teórii behaviorálnych financií ako o plnohodnotnej finančnickej teórii. Venuje sa popisu rozhodovania investora ako o psychologickom procese, v ktorom vznikajú odchýlky od racionality. Predstavuje behaviorálne najznámejšie modely, ktoré sú následne aplikované na akciový trh. Model zachytáva výpočet investorových preferencií, meranie ziskov a strát a averziu voči strate. Posledná časť je príklad investovania do akcií pre lepšie pochopenie a oboznámenie sa s prácou s modelom.

Kľúčové slová: behaviorálne financie, emočné a kognitívne odchýlky, prospect theory, refrenčný bod, funkcia užitočnosti, averzia voči strate, equity premium

ABSTRAKT

HOLÁ, Zuzana: *Quantitative Behavioral Finance*. [Bachelor thesis]. Comenius University in Bratislava. Faculty of Mathematics, Physics and Informatics. Department of Applied Mathematics and Statistics. Leader of work: doc. RNDr. Július Vanko, PhD. Bratislava: UK, 2011, 55 p.

Bachelor thesis deals with the justification of behavioral finance and their quantification. The aim of this work is to evaluate the effect of human factor on the behavior of financial market. It includes psychological basic necessary for discussion of the significance of behavioral economics. Provides a picture of the theory of behavioral finance as a full financial theory. There is description of investor's decision making like a psychological process, which results in biases from rationality. The work represents best known behavioral models, which are applied to the stock market. Model captures calculation of investor's preferences, measurement gains and losses and loss aversion. The last part is an example of investing in shares for a better understanding and familiarity of working with the model.

Keywords: behavioral finance, emotional and cognitive biases, prospect theory, reference point, utility function, loss aversion, equity premium

OBSAH

Úvod	10
1. Behaviorálne financie	12
1.1 Pojem behaviorálne financie	12
1.2 História a vznik behaviorálnych financií	13
1.3 Aplikácie behaviorálnych financií	14
1.4 Anomálie v rozhodovaní investorov	15
2. Modely behaviorálnych financií	19
2.1 Prospect theory	19
2.1.1 Hodnotová funkcia	20
2.1.2 Pravdepodobnosť vážiaca funkcia	22
2.2 Cumulative prospect theory	25
2.3 SP/A theory	27
3. Aplikácia behaviorálnych financií na akciový trh	30
3.1 Prospect theory a equity premium puzzle	31
3.1.1 Meranie ziskov a strát	32
3.1.2 Podmienky rovnováhy	33
3.1.3 Numerické výsledky	34
3.2 Model s vplyvom predchádzajúcich výsledkov na investorove preferencie.....	36
3.2.1 Dynamika porovnávacej úrovne	39
3.2.2 Rovnovážne ceny	40
3.2.3 Ekonómia I.	40
3.2.4 Ekonómia II.	41
3.2.5 Numerické výsledky v Ekonómii I.	42
3.2.6 Numerické výsledky v Ekonómii II.	44
3.2.7 Analýza citlivosti	45
4. Praktická časť	49
 Záver	 52
Zoznam bibliografických odkazov	55

ZOZNAM OBRÁZKOV A TABULIEK

Obrázok č. 1: Hypotetická hodnotová funkcia	22
Obrázok č. 2: Hypotetická funkcia vážiaca pravdepodobnosti	24
Obrázok č. 3: Hodnotová funkcia v cumulative prospect theory	26
Obrázok č. 4: Funkcia vážiaca pravdepodobnosti v cumulative prospect theory.....	27
Obrázok č. 5: Funkcia $h(D)$ vážiaca pravdepodobnosti v SP/A theory zložená z dvoch funkcií $h_1(D)$ a $h_2(D)$	28
Obrázok č. 6: Grafy závislosti pomeru cena – dividend, Equity premium a výnosu bezrizikovej akcie od hodnoty σ	35
Obrázok č. 7: Graf závislosti užitočnosti od ziskov a strát	39
Obrázok č. 8: Graf pomeru cena – dividend v závislosti od hodnoty premennej z_t v ekonómii I.	43
Obrázok č. 9: Rozdelenie premennej z_t	43
Obrázok č. 10: Graf pomeru cena – dividend v závislosti od hodnoty premennej z_t Ekonomii II.	45
Tabuľka č. 1: Hodnoty parametrov v tradičnom modeli	31
Tabuľka č. 2: Hodnoty parametrov pre model akciového trhu pomocou prospect theory	35
Tabuľka č. 3: Hodnoty parametrov v Ekonómii I.	43
Tabuľka č. 4: Momenty návratnosti trhu vyjadrené v percentách v Ekonómii I	44
Tabuľka č. 5: Hodnoty parametrov v Ekonómii II.	45
Tabuľka č. 6: Momenty návratnosti trhu vyjadrené v percentách v Ekonómii I.	46
Tabuľka č. 7: Citlivosť návratnosti trhu na zmenu parametra k	46
Tabuľka č. 8: Citlivosť návratnosti trhu na zmenu parametra λ	47
Tabuľka č. 9: Citlivosť návratnosti trhu na zmenu parametra η	47
Tabuľka č. 10: Vplyv periódy prehodnocovania na návratnosť trhu	48
Tabuľka č. 11: Vplyv zmeny referenčného bodu na návratnosť trhu	48

ÚVOD

Počas posledného desaťročia behaviorálna ekonómia značne rozvíja ekonomickú teóriu novým smerom. Vznikajú nové prístupy rozširujúce rámec klasickej ekonomickej teórie pomocou psychológie. Faktor ľudského správania a zmýšľania je novým aspektom ekonómie. V jadre behaviorálnej ekonómie je presvedčenie, že vytvorenie modelu ekonomického človeka reálnejšie a presnejšie podľa skutočnosti zlepši naše chápanie ekonómie, čím spraví túto disciplínu užitočnejšou. Behaviorálna ekonómia ako subdisciplína skúma anomálie v rozhodovaní a vytvára alternatívne spôsoby modelovania rozhodnutia. Dôraz je kladený na dobré zdokumentovanie empirických zistení, zachytenie iracionalít v správaní ľudí a ich podloženie experimentmi. Okrem predpokladov sa teda behaviorálna ekonómia odlišuje od klasickej aj metódami, ktoré pozostávajú hlavne z testovania hypotéz na základe prieskumov a následne vloženia výsledkov do modelu.

Široká je oblasť, v ktorej je ocenená užitočnosť nových modelov. Behaviorálna ekonómia nachádza veľké uplatnenie v mnohých odvetviach: verejná ekonómia, financie, rozvoj, právo, zdravotníctvo, stanovovanie miezd a analýza majetku. Ale v tejto práci sa budeme zaoberať len behaviorálnymi financiami, pretože tam sa jej dostáva najväčšia pozornosť. Vo financiách nové spôsoby nazerania na rozhodovanie investora nachádzajú veľké uplatnenie. Behaviorálne financie sa snažia zaplniť stále sa zväčšujúcu medzeru klasickej teórie, a to pochopenie správania trhu a inštitúcií v ňom. Predpoklad racionálneho človeka totiž narúša efektivitu klasickej ekonomickej teórie. Keďže ľudia a investori nespĺňajú tento predpoklad, trhy sa správajú úplne ináč ako by sme podľa teórie očakávali. Avšak kvantifikácia a matematizácia správania a odchýlok od racionálnych rozhodnutí je veľmi zložitá. Preto sa vo finančných modeloch využíva väčšie množstvo parametrov. Napriek tomu Kahnemann a Tverský vytvorili model rozhodovania sa o riziku nazvaný Prospect theory. To spustilo rozvoj ďalších behaviorálnych modelov a ich následnú aplikáciu na akciové trhy. Hlavný rozdiel medzi tradičným modelom rozhodovania o riziku a behaviorálnym modelom je vo funkcii užitočnosti. Podľa behaviorálneho prístupu človek preferuje meranie ziskov a strát cez zmenu bohatstva k referenčnému bodu. Na rozdiel od klasického modelu, kde ho zaujíma nominálna hodnota. Podľa behaviorálnej teórie človek inak vníma zisk a stratu rovnakej hodnoty a na jeho rozhodovanie vplývajú aj

predchádzajúce skúsenosti. Na tieto a mnohé ďalšie aspekty ľudského zmýšľania tradičná ekonómia zabúda, respektíve ich ignoruje a nepovažuje za rozhodujúce.

Preto v tejto práci poukážeme na dôležitosť iracionalít v rozhodovaní ľudí a dôležitosť emočnej stránky rozhodnutí kvázi racionálnych investorov, ktorí si častokrát mnohé odchýlky ani neuvedomujú, no napriek tomu sú hlavným momentom, ktorý spôsobuje nepresnosti v klasickej teórii. Tieto odchýlky prezentujeme aj na príklade. Ďalej predstavíme niektoré behaviorálne modely, ktoré zahŕňajú odchýlky zmýšľania investorov do rozhodovania o riziku. Tieto modely následne aplikujeme na finančné trhy a popíšeme pomocou nich meranie ziskov a strát, averziu voči strate a niektoré finančné javy ako equities premium puzzle a pomer cena – dividend. Poslednou časťou práce bude príklad investovania do akcií na ozrejmienie fungovania popísaného modelu.

Kritici behaviorálnej ekonómie poukazujú na tvorenie záverov z experimentov, v ktorých sa ľudia nemusia správať tak, ako v skutočnosti. Ďalej namietajú, že emočné a kognitívne odchýlky v rozhodovaní nemajú žiaden vplyv na trh ako celok. Čo sa však behaviorálni ekonómovia snažia vyvrátiť kvantifikáciou modelov akciových trhov. Avšak behaviorálna ekonómia nepopiera závery tradičnej ekonómie, snaží sa skôr o jej rozšírenie, zlepšenie efektívnosti a odstránenie nespĺniteľných predpokladov.

1. BEHAVIORÁLNE FINANCIÉ

1.1 Pojem behaviorálne financie

Behaviorálne financie sú pomerne mladou vednou disciplínou úzko spätou s behaviorálnou ekonómiou, pričom behaviorálna ekonómia študuje vplyv psychológie na ekonomické rozhodovanie. Klasické ekonomické teórie a modely sú založené na predpoklade, že investor sa vždy rozhoduje racionálne a bez predsudkov. Zástancovia behaviorálnej ekonómie odhalili množstvo omylov v uvažovaní človeka a tvrdia, že ľudia sú vo svojom rozmyšľaní iracionálni. Pri svojich investičných rozhodnutiach používajú rôzne mentálne skratky a približné pravidlá, ktoré vedú často aj k úplne nevhodným záverom. Prijímať totiž kvalitné finančné rozhodnutia nie je jednoduché. Finančné trhy sú veľmi komplexné a nie každý má dostatok času a schopností, aby ich fungovaniu porozumel. Behaviorálne financie nás oboznamujú s mnohými emocionálnymi a kognitívnymi odchýlkami v rozhodovaní človeka resp. investora. Integrujú poznatky z psychológie a neo-klasickej ekonómie a vytvárajú nové finančné modely, ktoré vo svojich prognózach už zahŕňajú možnú iracionalitu finančných rozhodnutí. Pre tých, ktorí sú presvedčení, že psychológia vo financiách nehrá žiadnu rolu, je ťažké uveriť, že debata o behaviorálnych financiách je naozaj relevantná. No v dnešnej dobe mnoho akademikov už pripúšťa, že efekt ľudských emócií a kognitívnych odchýlok vo finančnom rozhodovaní si zaslúži unikátnu kategóriu štúdia ^[1].

Behaviorálne financie skúmajú nielen iracionality v rozhodovaní investorov, ale aj vysvetľujú mnohé javy na finančných trhoch, ktoré tieto iracionality spôsobujú.

Preto by sme ich mohli rozdeliť do dvoch podskupín:

a) Behaviorálne financie Mikro – skúmajú správanie a predpojatosť investorov, ktoré ich odlišuje od klasickej ekonomickej teórie.

b) Behaviorálne financie Makro – opisujú anomálie Teórie efektívnych trhov (Efficient Market Hypothesis), teda prečo a ako finančné trhy môžu byť neefektívne ^[1].

Jadrom behaviorálnej ekonómie je, že využívanie psychológie v ekonomickej teórii prospieva ekonómii ako takej, teda tvoreniu teoretických poznatkov, vytváraniu presnejších predpovedí a navrhovaniu úspešnejšej finančnej politiky. Toto presvedčenie

neznamená celkové popieranie klasického prístupu, ktorý je založený na maximalizácii užitočnosti, hľadani ekvilibria a efektívnosti.

1.2 História a vznik behaviorálnych financií

Behaviorálne financie ako aj behaviorálna ekonómia, sú moderné vedné odbory, napriek tomu, že mnohé myšlienky behaviorálnej ekonómie nemožno pokladať za nové.

Najviac pozornosti sa im dostáva v posledných dvadsiatich rokoch.

Keď sa ekonómia začala rozvíjať ako veda, psychológia ešte neexistovala ako vedná disciplína. Mnohí ekonómovia si privyrábali ako psychológovia svojej doby. Adam Smith, známy svojím konceptom „neviditeľnej ruky“ a publikáciou Bohatstvo národov, napísal aj menej známu prácu Teória mravných citov v roku 1759. Kniha je plná poznatkov o ľudskej psychológii, ktoré sú predzvesťou súčasného vývoja behaviorálnej ekonómie ^[2].

Adam Smith, Jeremy Bentham a iní ekonómovia 18. storočia rozpoznali rolu psychológie v ekonomickom správaní, ale táto ich teória stratila význam počas ďalšieho storočia. Až v roku 1870 traja známi ekonómovia William S. Jevon, Carl Menger a Leon Walras predstavili revolučnú neoklasickú teóriu. Jej základom je hľadať rovnovážne riešenie, kde jednotlivci maximalizujú svoje zisky. Vytvárajú však postavu „Homo Economicus“, dokonalého racionálneho človeka, čím ignorujú dôležité aspekty ľudského uvažovania ^[1].

V roku 1896 Gustav Le Bon napísal jednu z najväčších a najvplyvnejších kníh sociologickej psychológie, Psychológia davu. Táto kniha sa zaoberá davom, masou a kolektívnym správaním. Autor v nej vypracoval teórie vzniku masy a šírenia masových procesov, myšlienok na základe sugescie a náказы. Jeho najdôležitejším prínosom bol popis duše masy a znakov individua v mase, zmeny správania. U individua zaniká vedomie osobnosti a jeho myšlienky sa uberajú smerom davu. George Selden napísal v roku 1912 publikáciu s názvom Psychológia na akciovom trhu, ktorá je založená na presvedčení, že pohyb cien na burze je vo veľkej miere závislý na postoji investujúcej verejnosti.

Od roku 1930 sa vyvíjala experimentálna ekonómia skúmajúca individuálne rozhodnutia. Niektoré užitočné experimenty boli kľúčom pre vytvorenie moderných behaviorálnych financií ^[1].

V druhej polovici dvadsiateho storočia ekonómovia ako George Katona, Harvey Leibenstein, Tibor Scitovsky, a Herbert Simon napísali knihy a články, v ktorých vyjadrujú dôležitosť psychologického pohľadu na hranice racionality finančného rozhodovania. Tieto komentáre priťahovali pozornosť, ale neovplyvnili základné smerovanie ekonómie.

Neskôr vedci ako Daniel Kahnemann a Amos Tversky poukazovali na anomálie v klasickej ekonómii pomocou presvedčivých pokusov. Ekonómovia začali akceptovať tieto anomálie ako protipríklady, ktoré len ťažko môžu byť ignorované. Vývoj psychológie znamenal sľubný základ pre vývoj novej teórie. Začiatkom 60-tych rokov dvadsiateho storočia kognitívna psychológia skúmala mozog a jeho reakcie, čo dovoľovalo rozvíjať nové štúdie zanedbávaných tém, akými boli pamäť, riešenie problémov a rozhodovanie človeka. Psychológovia ako Ward Edwards, Duncan Luce, Amos Tverský, a Daniel Kahneman začali dávať do kontrastu ekonomické a psychologické modely (Camerer, Loewenstein, Rabin, 2004, str. 33). V roku 1979 psychológovia Kahneman a Tverský vydali článok v renomovanom časopise *Ekonometria*, kde kritizujú klasickú teóriu očakávaného úžitku a vytvárajú nový model nazvaný *Prospekt theory*. Táto teória je založená na psychologických princípoch a vysvetľuje anomálie v teórii o očakávanom úžitku. Ďalšia dôležitá práca od Kahnemana a Tverského v roku 1981 predstavuje *Framing efekt*, čo označuje psychologický jav, pri ktorom, keď je človeku podaný problém rôznymi spôsobmi, vždy si vyberie inú možnosť, inú odpoveď^[2].

Týmito prácami sa odštartovala behaviorálna ekonómia a behaviorálne financie. Psychológovia sa začali venovať ekonómii a popieranu klasických teórií založených na predpoklade 100 – percentnej racionality investorov. Vzniklo mnoho prác, v ktorých predstavujú svoje nové teórie podložené experimentami a neskôr navrhujú ekonomické modely, ktoré fungujú na základe faktu, že existujú anomálie v rozhodovaní investorov. Behaviorálne financie ako vedný odbor sa ešte len začínajú rozvíjať, sú ešte len na počiatku svojho rozvoja. Vznikajú nové teórie, riešenia a ekonomické modely, ktoré sa dajú aplikovať v praxi. Stále majú mnoho odporcov, ktorí neuznávajú význam psychológie v ekonómii, no pomaly sa dostávajú do povedomia ekonómov. Napredujú veľkými krokmi zo dňa na deň.

1.3 Aplikácia behaviorálnych financií

Nedávne búrky na finančných trhoch narobili poriadny vietor aj v ekonomickom myslení. Dnes je zrejmé, že sa musíme definitívne vzdať pekných, ale nereálnych predstáv o racionálnych investoroch. Avšak jedna vec sú teoretické štúdie o iracionálnom uvažovaní, často vykonávané v umelých, nereálnych podmienkach a druhá vec je tieto poznatky využiť v obchodovaní na dosiahnutie nadpriemerných výnosov.

Počas posledného desaťročia behaviorálna ekonómia zásadne zmenila spôsob akým ekonómovia nazerajú na finančné problémy. Snaží sa rozšíriť rámec štandardnej ekonómie a jej jadrom je presvedčenie, že vytvorenie modelu ekonomického človeka zlepši naše porozumenie finančným javom, čím sa stane ekonómia užitočnejšia ^[3].

Behaviorálne financie vysvetľujú mnohé javy na finančných trhoch, ktoré sa zdali vďaka klasickej ekonomickej teórii pochopiteľné. Behaviorálne finančné modely nachádzajú veľké uplatnenie pri oceňovaní finančných aktív a derivátov, pri vytváraní optimálneho portfólia, časovej diverzifikácii portfólia, pri analýze majetku (tzv. Wealth management), pri určovaní kurzu a mnohých ďalších finančných problémoch.

1.4 Anomálie v rozhodovaní investorov

Cieľom behaviorálnej psychológie je prísť na to, ako robíme svoje rozhodnutia. Aj keď si väčšina z nás myslí, že svoje rozhodnutia robí jasne a logicky, nie je tomu tak. Každý z nás robí chyby z dôvodu existencie predsudkov. Avšak veľká väčšina z nás si myslí, že tieto chyby robia ostatní a my sa im dokážeme pomerne úspešne vyhýbať. A práve toto je náš najväčší predsudok.

Chyby, ktoré vznikajú v rozhodovaní človeka možno rozdeliť do dvoch skupín, a to kognitívne odchýlky a emočné odchýlky.

Kognitívne odchýlky

Kognitívna psychológia skúma myslenie človeka. Dokumentuje viacero chýb, ktoré pramenia z toho ako ľudia rozmýšľajú. Všetky odchýlky sú podložené mnohými experimentami.

Heuristika

Heuristika alebo odhad odoka nám rozhodnutia zjednodušuje. Často to ale môže viesť k chybám a suboptimálnym, približne optimálnym investičným rozhodnutiam. Napríklad pri N možnostiach ako investovať peniaze do dôchodku mnoho ľudí použije pravidlo $1/N$. Ak sú tri fondy, $1/3$ peňazí investujú do každého z nich. Toto jednoduché riešenie často nie je optimálne ^[4].

Prílišné sebavedomie

Ľudia majú prílišné sebavedomie vo vlastné schopnosti, čo sa prejavuje v mnohých prípadoch. Najmä u podnikateľov je pravdepodobná prehnaná sebadôvera vo vlastné odpovede na otázky. Príkladom je slabá diverzifikácia, čo označuje tendenciu investovať veľké percento do toho, čo je nám známe ^[4].

Mental accounting

Ľudia niekedy oddeľujú rozhodnutia, ktoré by v princípe mali byť kombinované. Napríklad mnoho ľudí má domáci rozpočet na jedlo a domáci rozpočet na zábavu. Doma si nedoprajú obed z morských plodov, pretože sú drahé. V reštaurácii si ich už zaplatia, lenže v konečnom dôsledku takto minú viac peňazí ^[4].

Framing efekt (Efekt rámovania)

Rámovanie znamená, že záleží na tom ako je problém predložený pred jednotlivca. Spôsob akým sú možnosti prezentované často určuje preferencie.

Klasickým príkladom je africká nemoc. Choroba ohrozuje 600 občanov a majú sa rozhodnúť medzi dvoma nežiaducimi možnosťami. V pozitívnom rámci je možnosť A) zachrániť 200 ľudí naisto, B) šanca jedna tretina na záchranu všetkých 600 a dvojtretinová šanca na záchranu nikoho. V negatívnom rámci sú možnosti C) 400 ľudí zomrie naisto, D) dvojtretinová šanca, že zomrú všetci a jednotretinová šanca, že nezomrie nikto. Napriek tomu, že možnosti A a C, B a D opisujú tú istú situáciu, ľudia preferujú A nad C a D nad B ^[3].

Reprezentatívnosť (Zákon malých čísel)

Ľudia podceňujú dlhodobý priemer a majú tendenciu prikladať veľkú váhu nedávnej skúsenosti. Napríklad ak výnosy akcií boli vysoké mnoho rokov, ľudia začnú veriť, že vysoké výnosy akcií sú normálne ^[4].

Status quo

Ľudia majú tendenciu nemeniť zavedené správanie, ak podnety k zmene nie sú presvedčivé. Preferujú, aby veci zostali rovnaké alebo sa zmenili čo najmenej, ak musia byť zmenené. V ekonómii status quo vysvetľuje, prečo ľudia robia konzervatívne

rozhodnutia, ako napríklad držanie peňazí v jednej banke, hoci im bola ponúknutá lepšia úroková sadzba v inej banke za rovnakých podmienok.

Narrow framing (Úzke rámcovanie)

Úzke rámcovanie je najlepšie vysvetlené na príklade. Klasická demonštrácia je cez experiment, kde bolo požiadaných 150 zúčastnených o dve rozhodnutia. Prvé rozhodnutie je medzi istým ziskom 240\$ (A) a alebo 25%-ná šanca na zisk 1000\$ a 75%-ná šanca na žiadny zisk (B). Druhé rozhodnutie bolo medzi istou stratou 750 \$ (C) a 75%-nou šancou na stratu 1000 \$ a 25%/nou šancou na žiadnu stratu (D). Výsledkom bolo, že 84% opýtaných si zvolilo možnosť A a len 14% možnosť B. 87% si zvolilo možnosť D a len 13% možnosť C. Celkovo 73% subjektov si zvolilo kombináciu A a D. Namiesto zamerania sa na kombinovaný finálny stav, ktorý by im z týchto rozhodnutí vznikol, zvažovali subjekty obe rozhodnutia oddelene ^[6].

Emočné odchýlky

Averzia voči strate

Averzia voči strate alebo citlivosť na stratu je rozdiel medzi silnou averziou voči strate a slabšou túžbou po zisku zodpovedajúcej veľkosti. Averzia voči strate je realistickejšia než štandardná rastúca konkávna funkcia užitočnosti o čom svedčí stovka experimentov. Citlivosť na stratu sa osvedčila v mnohých prípadoch, kedy predpovede štandardnej teórie vychádzajú zle. Táto teória pomáha pri výpočte equity premium puzzle vo financiách alebo asymetrii cenovej pružnosti ^[6].

Averzia voči riziku

Keď ľudia čelia opakovaným rozhodnutiam o risku, hodnotenie týchto rozhodnutí sa im môže javiť menej rizikové ako hodnotenie jeden po druhom. V dôsledku toho, človek, ktorý odmieta jediný hazard, môže prijať dva alebo viac rovnakých. Veľký odpor voči malému riziku znamená veľký odpor voči zmenšeniu bohatstva.

Napríklad osoba, ktorá odmietne hru s mincou, kedy môže vyhrať 11 \$ a stratiť 10 \$ takisto odmietne hru s mincou kedy môže stratiť 100 \$ a nezáleží na tom koľko dolárov môže získať ^[3].

Efekt darovania

Efekt darovania je fakt, že ľudia si cenia viac, to čo dostali než sú ochotní za to zaplatiť. Pre ľudí je ťažšie vzdať sa komodít ako získavať ďalšie.

V jednoduchom experimente bola jedna polovica zúčastnených obdarovaná hrnčekom a druhá polovica perom. Zaujímavé bolo pozorovanie obchodovania, pretože ak

preferencie sú nezávislé od náhodného obdarovania, hodnota pera a hrnčeka je rovnaká. V skutočnosti bolo obchodované len s 22 percentami predmetov. Zvyšných 78 % nechcelo stratit', to čo dostalo, za cenu získania niečoho iného ^[3].

Efekt kotvenia

Ďalší jav, ktorý porušuje štandardnú teóriu je efekt kotvenia. Je to tendencia príliš sa spoliehať na jeden jav, na informáciu z minulosti, na minulú skúsenosť.

Príkladom je experiment, kde zúčastneným bolo otočené koleso šťastia s hodnotami od 0 do 100 a ich úlohou bolo odhadnúť, či počet afrických národov v Organizácii spojených národov je väčší alebo menší ako toto číslo a potom odhadnúť skutočnú hodnotu. Aj keď hodnoty padnuté na kolese šťastia sú jasne náhodné, zaujímavé je, že odhad počtu afrických štátov v OSN u zúčastnených bol ovplyvnení padnutou hodnotou. Tento jav sa interpretuje tak, že človek „zakotvil“ na tom čísle, ktoré padlo, upravil ho podľa toho, čo pozná avšak nie dostatočne ^[3].

Hyperbolické diskontovanie

Ide o tendenciu ľudí preferovať okamžité výnosy nad neskoršími a táto tendencia sa zvyšuje, čím sú tie výnosy bližšie. Ľudia robia pomerne prezieravé rozhodnutia pri plánovaní v predstihu, keď sa všetky náklady a výnosy vyskytujú v budúcnosti. Ale robia pomerne krátkozraké rozhodnutia, keď sú niektoré náklady alebo výnosy okamžité. Tieto systémové zmeny rozhodnutí sú časovo nedôsledné, na rozdiel od exponenciálneho diskontovania. Človek, ktorý diskontuje exponenciálne, urobí rovnaké rozhodnutie do budúcnosti a rovnaké pri okamžitej voľbe. Človek urobí do budúcnosti prezieravé rozhodnutie, ale keď sa budúcnosť priblíži, koná proti jeho predchádzajúcim rozhodnutiam ^[3].

Existuje ešte mnoho ďalších kognitívnych a emočných odchýlok, ako napríklad:

- *selektívna pamäť* (sklon ľudí vyberať možnosti, ktoré poznajú z minulosti)
- *prílišné sebavedomie* (tendencia preceňovať svoje investičné kroky)
- *sebakontrola* (náchylnosť mýňať dnes radšej ako šetriť do budúcnosti)
- *ľútosť* (tendencia cítiť hlboké sklamanie pre nesprávne rozhodnutia)
- *dostupnosť* (náchylnosť veriť, že čo je ľahko dosiahnuteľné je viac pravdepodobné).

2. MODEL Y BEHAVIORÁLNYCH FINANCIÍ

Vytvoriť finančné modely, ktoré zohľadňujú reálne správanie ľudí aj s jeho anomáliami je veľmi ťažká práca pre behaviorálnych ekonómov. Je potrebné matematicky vyjadriť možnosť iracionálneho správania ľudí a zaradiť ho do finančného modelu. Preto naozaj dobrých behaviorálnych modelov v súčasnosti ešte veľa nie je. Jedných z najznámejších je Prospect Theory.

2.1 Prospect Theory

Teória očakávaného úžitku (Expected utility theory) dominuje v analýze rozhodovania sa o riziku. Je akceptovaná ako normatívny model racionálnej voľby a široko uplatniteľná ako deskriptívny model ekonomického správania. Predpokladá sa však, že všetci ľudia sa správajú podľa axióm tejto teórie, čo vyžaduje dokonale racionálne správanie. Teória očakávaného úžitku počíta celkovú užitočnosť pomocou ziskov $x_1, x_2, \dots, x_n$ a pomocou pravdepodobností $p_1, p_2, \dots, p_n$. u je funkcia užitočnosti, ktorá musí byť rastúca a kvázikonkávna. Zisk sa potom počíta pomocou rovnice:

$$U(x_1, p_1; \dots; x_n, p_n) = p_1 u(x_1) \dots p_n u(x_n)$$

Na rozdiel od toho, prospect theory je behaviorálny model, ktorý je kompromisom medzi normatívnym a deskriptívnym modelom rozhodovania sa o riziku. Slovo Prospect v angličtine znamená vyhliadky, nádej, a to vo význame nádej na veľký zisk.

Prospect theory rozlišuje dve fázy v procese výberu: prvá fáza editácie a následná fáza hodnotenia. Fáza editácie sa skladá z predbežnej analýzy ponúkaných perspektív. Jej funkcia je zorganizovať a preformulovať možnosti tak, aby sa nám zjednodušilo následné hodnotenie a výber. Prospect theory berie do úvahy, to že ľudia vnímajú svoje výnosy ako zisky a straty radšej než finálny stav bohatstva. Zisky a straty sú definované k nejakému neutrálnemu referenčnému bodu, ktorý slúži ako nulový bod stupnice. Ten najčastejšie zodpovedá predchádzajúcej finančnej situácii. V druhej fáze sú editované perspektívy hodnotené a je vybraná možnosť s najvyššou hodnotou^[7].

Označme hodnotu celkovej vyhliadky V , ktorá je vyjadrená dvoma funkciami π a v . Funkcia π odráža vplyv pravdepodobnosti na celkovú vyhliadku. Avšak π nie je

funkcia pravdepodobnosti aj keď $\pi(p) + \pi(1-p)$ je zvyčajne menej ako 1. Druhá funkcia v , priradí každému výnosu x číslo $v(x)$. Formulácia vyhliadky je $(x, p; y, q)$ s minimálne dvoma nenulovými členmi. Výsledkom je x s pravdepodobnosťou p , a y s pravdepodobnosťou q alebo 0 s pravdepodobnosťou $1 - p - q$, kde $p + q = 1$. Ak $x, y > 0$, výsledok je striktne kladný a ak $x, y < 0$, výsledok je striktne záporný. Perspektíva je regulárna, ak nie je ani striktne kladná ani striktne záporná.

Ak $(x, p; y, q)$ je regulárne, napríklad $(p + q < 1; x < 0 < y$ alebo $y < 0 < x)$, tak

$$V(x, p; y, q) = \pi(p)v(x) + \pi(q)v(y), \quad (1)$$

kde $w(0) = 0, \pi(0) = 0, \pi(1) = 1$.

Rovnica (1) zovšeobecňuje teóriu očakávaného úžitku vynechaním princípu očakávania. Na hodnotenie striktne kladnej a striktne zápornej vyhliadky je potrebné ďalšie pravidlo. V editačnej fáze sú vyhliadky rozdelené do dvoch zložiek: (i) bezriziková zložka, t.j. minimálny zisk alebo strata, ktoré sú isté, že budú získané alebo zaplatené; (ii) riziková zložka, t.j. ďalší zisk alebo strata, ktoré sú vlastne v stávke. Hodnotenie týchto perspektív je opísané v nasledujúcej rovnici:

Ak $p + q = 1$ a $x < y < 0$ alebo $y < x < 0$,

$$V(x, p; y, q) = v(y) + \pi(p)[v(x) - v(y)]. \quad (2)$$

Toto je hodnota striktne kladnej alebo striktne zápornej vyhliadky, ktorá sa rovná bezrizikovej zložke plus rozdielu medzi výnosmi, vynásobenému váhou viacerých extrémnych výnosov^[7].

Napríklad $V(400, 0.25; 100, 0.75) = v(100) + \pi(0.25)[v(400) - v(100)]$. Všimnime si, že pravá strana rovnice sa rovná $\pi(p)v(x) + [1 - \pi(p)]v(y)$. Preto rovnica (2) sa redukuje na rovnicu (1), ak $\pi(p) + \pi(1 - p) = 1$.

2.1.1 Hodnotová funkcia (funkcia v)

Základným rysom prospect theory je, že hodnoty sú vyjadrené ako zmeny bohatstva, nie ako finálny stav. Tento predpoklad je v súlade so základnými predpokladmi vnímania a úsudku. Ľudské vnímanie je nastavené na hodnotenie zmien a rozdielov skôr než na hodnotenie absolútnej veľkosti. Istá úroveň bohatstva môže pre jedného znamenať strašnú chudobu, pre iného veľké bohatstvo, v závislosti od predchádzajúceho bežného

stavu. Dôraz na zmenu hodnoty, by nemal byť chápaný tak, že nezáleží na východiskovej pozícii. Hodnota by v skutočnosti mala byť považovaná ako funkcia dvoch argumentov: aktívna pozícia, ktorá slúži ako referenčný bod a veľkosť zmeny (pozitívna alebo negatívna) z tohto referenčného bodu.

Funkcia $v(\cdot)$ je konkávna cez zisky ale konvexná cez straty, čo vyplýva aj z poznania, že ľudia sú rizikovo-averzní voči stredne pravdepodobnostným ziskom. Teda preferujú 500\$ pred 50 % - nou šancou na 50 \$. Ale sú riziko-obľubujúci voči stredne pravdepodobnostnej strate. Dávajú prednosť 50%-nej pravdepodobnosti, že stratia 1000\$ pred istou stratou 500\$^[7].

Tento jav opisuje nasledujúci problém :

Problém 1:

Zmena 6 000 s pravdep. 0.25 alebo 4000 s pravdep. 0.25 a 2000 s pravdep. 0.25

Problém 1':

Zmena -6000 s pravdep. 0.25 alebo -4000 s pravdep. 0.25 a -2000 s pravdep. 0.25

S použitím vzťahu (1) dostávame :

$$\begin{aligned}\pi(0.25)v(600) &< \pi(0.25)[v(400) + v(2000)] \\ \pi(0.25)v(-6000) &> \pi(0.25)[v(-4000) + v(-2000)].\end{aligned}$$

Preto $v(6000) < v(4000) + v(2000)$ a $v(-6000) > v(-4000) + v(-2000)$.

Tieto preferencie sú v súlade s hypotézou, že hodnotová funkcia je konkávna cez zisky a konvexná cez straty. Vyskytujú sa aj špecifické okolnosti ohľadne preferencií. Napríklad , človek, ktorý potrebuje 60 000 \$ na kúpu domu môže mať výnimočne strmú hodnotovú funkciu v blízkosti kritickej hodnoty. Podobne môže individuálna averzia voči riziku spôsobiť prudký nárast hodnotovej funkcie v blízkosti kritickej hodnoty. Takéto odchýlky môžu ľahko vyrábať konvexné oblasti v hodnotovej funkcii pre zisky a konkávne oblasti v hodnotovej funkcii pre straty. Väčšina ľudí považuje symetrické stávky $(x, 0.5; -x, 0.5)$ ako veľmi neatraktívne. Navyše odpor k symetrickým stávkam sa zvyšuje s rastúcim x . Teda ak $x > y > 0$, $(y, 0.5; -y, 0.5)$ je preferované pred $(x, 0.5; -x, 0.5)$.

Podľa vzťahu (1):

$$v(y) + v(-y) > v(x) + v(-x) \quad \text{a} \quad v(-y) - v(-x) > v(x) + v(y).$$

Ak položíme $y = 0$, výnos $v(x) < -v(-x)$, po zderivovaní $v'(x) < v'(-x)$, ak derivácia existuje. Z toho vyplýva, že hodnotová funkcia je strmšia pre straty ako pre zisky ^[6].

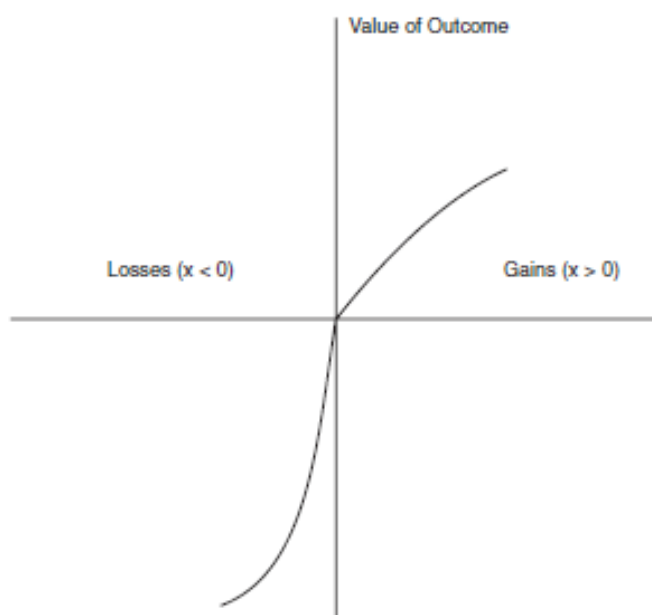
Hodnotová funkcia má tvar :

$$v(V) = \begin{cases} \frac{(V-R)^{1-\gamma}}{1-\gamma}, & \text{ak } V \geq R \\ \frac{-\lambda(R-V)^{1-\gamma}}{1-\gamma}, & \text{ak } V < R \end{cases}, \quad (3)$$

kde V je veľkosť majetku, R je referenčný bod, γ je kladná konštanta a λ je konštanta > 1 .

Hodnotová funkcia je spojitá a diferencovateľná. Môže byť aj v inom tvare ^[8]:

$$v(V) = \begin{cases} 1 - e^{-\gamma(V-R)}, & \text{ak } V \geq R \\ \lambda(e^{-\gamma(R-V)} - 1), & \text{ak } V < R \end{cases} \quad (4)$$



Obrázok č. 1: Hypotetická hodnotová funkcia ^[2].

2.1.2 Pravdepodobnosť vážiaca funkcia (funkcia π)

Pri výbere medzi rizikovými alternatívami priradená váha nezodpovedá pravdepodobnosti. Prospect theory navrhuje funkciu váhy, ktorá je konkávna pre malé pravdepodobnosti a konvexná pre veľké pravdepodobnosti. Ukážeme nižšie, že malé pravdepodobnosti sú nadvážené a veľké sú podvážené.

Pravdepodobnosť vážiaca funkcia $\pi(p)$ kombinuje dva elementy :

- (i) váženie pravdepodobnosti je spôsob ako vyjadriť postoj k riziku. Ak máme odpor k hazardu, priradíme nízku váhu ku hocijakej šanci na výhru.
- (ii) zakrivenie funkcie vyjadruje citlivosť ľudí na rozdiely pravdepodobnosti. Ľudia sú citlivejší na zmeny pravdepodobnosti blízke 0 a 1, preto sú nízke pravdepodobnosti nadvážené a vysoké podvážené ^[2].

V prospect theory je hodnota každého výnosu vynásobená váhou rozhodnutia. Váhy rozhodnutí sú odvodené od voľby medzi vyhliadkami rovnako ako sú pravdepodobnosti odvodené od preferencií. Avšak váhy rozhodnutí nie sú pravdepodobnosti. Nesplňajú axiómy o pravdepodobnosti a nemali by byť interpretované ako miera presvedčenia alebo viery.

Prirodzene funkcia váhy je rastúca funkcia, kde $\pi(0) = 0$ a $\pi(1) = 1$. To znamená, že výsledky závisiace od nereálnej udalosti sú ignorované a $\pi(p)$ je pomer váhy spojenej s pravdepodobnosťou ku váhe spojenej s určitou udalosťou. Najprv charakterizujeme funkciu váhy pre malé pravdepodobnosti p :

Problém 2:

Zmena 6000 s pravdep. 0.001 alebo zmena 3000 s pravdep. 0.002

V tomto prípade sú pravdepodobnosti výhry veľmi malé, výhra je možná, no nie je pravdepodobná. Väčšina ľudí si vyberie možnosť, ktorá im ponúka väčší výnos. π je subaditívna funkcia, čo znamená že $\pi(rp) > r \cdot \pi(p)$ pre $0 < r < 1$. Preto

$$\frac{\pi(0.001)}{\pi(0.002)} > \frac{v(3000)}{v(6000)} > \frac{1}{2}, \text{ kvôli konkávnosti funkcie }^{[6]}.$$

Ďalej Kahneman a Tversky navrhujú, aby malé pravdepodobnosti boli všeobecne nadvážené, teda $\pi(p) > p$, pre malé p .

Problém 3:

Zmena 5000 s pravdep. 0.001 alebo zmena 5 s pravdep. 1

Problém 3':

Zmena -5000 s pravdep. 0.001 alebo zmena -5 s pravdep. 1

Všimnime si, že v probléme 3 ľudia preferujú prvú možnosť, čo je v skutočnosti los s očakávanou výhrou 5000 za cenu 5. V probléme 3' ľudia preferujú malú stratu, čo môže znamenať platenie poistného, pred veľkou stratou. Preferencie v probléme 3 implikujú nerovnicu $\pi(0.001)v(5000) > v(5)$, preto $\pi(0.001) > v(5) / v(5000) > 0.001$, pri predpoklade, že hodnotová funkcia pre zisky je konkávna. Ochota platiť poistné v probléme 3' vedie k rovnakému záveru, pri predpoklade, že hodnotová funkcia pre straty je konvexná ^[6].

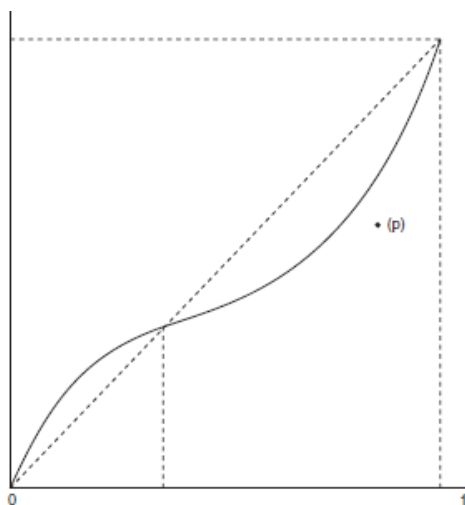
Ekvivalentne je to s vysokými pravdepodobnosťami blízko 1, preto navrhujeme, aby boli podvážené.

Hoci $\pi(p) > p$, pre malé pravdepodobnosti, je dôvod predpokladať, že $\pi(p) + \pi(1-p) < 1$, pre $0 < p < 1$. Nazvime tento jav subistota, čo znamená, že preferencie sú menej citlivé na zmeny p než sa očakáva. Pripomeňme, že porušenie axióm pravdepodobnosti formuje nasledujúce pravidlo: Ak (x,p) je ekvivalentné s (y,pq) , potom (y,pqr) je preferované pred (x,pr) , pre $0 < p, q, r \leq 1$. Podľa vzťahu (1),

$$\pi(p)v(x) = \pi(pq)v(y) \quad \text{teda} \quad \pi(pr)v(x) \leq \pi(pqr)v(y),$$

$$\text{preto} \quad \frac{\pi(pq)}{\pi(p)} \leq \frac{\pi(pqr)}{\pi(pr)}.$$

Preto, pre fixný pomer pravdepodobností, pomer zodpovedajúcej váhy rozhodnutí je bližšie k jednotke keď sú pravdepodobnosti malé. Táto vlastnosť funkcie π sa nazýva subproporcionalita ^[6].



Obrázok č. 2: Hypotetická funkcia váhy ^[6].

2.2 Cumulative prospect theory

Základné prvky prospect theory sú kompatibilné s kumulatívnou funkcionalitou, teda je možné vytvoriť model, ktorý kombinuje tieto dva prístupy. Tento model nazývame Cumulative prospect theory navrhutý Danielom Kahnemannom a Amosom Tverskym. Táto teória aplikuje funkciu vážiacu pravdepodobnosti na kumulatívnu distribučnú funkciu. Vedci zistili, že táto teória lepšie vystihuje dáta ako prospect theory.

Dáta $(x_{-m}, p_{-m}; \dots; x_0, p_0; x_1, p_1; \dots; x_n, p_n)$, kde $x_i < x_j$, pre $i < j$ a $x_0 = 0$ je priradená hodnota $\sum_{i=-m}^n \pi_i v(x_i)$, pričom

$$\pi_i = \begin{cases} \pi(p_i + \dots + p_n) - \pi(p_i + 1 + \dots + p_n) & \text{pre } 0 \leq i \leq n, \\ \pi(p_{-m} + \dots + p_i) - \pi(p_{-m} + \dots + p_{i-1}) & \text{pre } -m \leq i \leq -1 \end{cases}$$

Tversky a Kahnemann tiež navrhli funkčné formy pre $v(\cdot)$ a $\pi(\cdot)$, ktoré kalibrujú podľa experimentálnych dôkazov. Hodnotová funkcia v je funkcia užitočnosti definovaná cez zisky a straty, má tvar:

$$v(x) = \begin{cases} f(x) & \text{ak } x > 0 \\ 0 & \text{ak } x = 0 \\ \lambda g(x) & \text{ak } x < 0 \end{cases} \quad (5)$$

Funkcie $f(x)$ a $g(x)$ sú definované ako funkcie užitočnosti cez konštanty α a β .

$$f(x) = \begin{cases} x^\alpha & \text{ak } \alpha > 0 \\ \log x & \text{ak } \alpha = 0 \\ 1 - (1 + x)^\alpha & \text{ak } \alpha < 0 \end{cases} \quad (6)$$

$$g(x) = \begin{cases} -(-x)^\beta & \text{ak } \beta > 0 \\ -\log(-x) & \text{ak } \beta = 0 \\ (1 - x)^\beta - 1 & \text{ak } \beta < 0 \end{cases} \quad (7)$$

Konštanty λ , α , β sú empiricky odhadnuté ako $\lambda = 2.25$, $\alpha = \beta = 0.88$ a platí

$$\lim_{x \rightarrow 0+} \frac{-v(x)}{v(x)} = \lambda > 1.$$

Funkcia vážiaca pravdepodobnosti je definovaná ako π^+ v oblasti ziskov a π^- v oblasti strát.

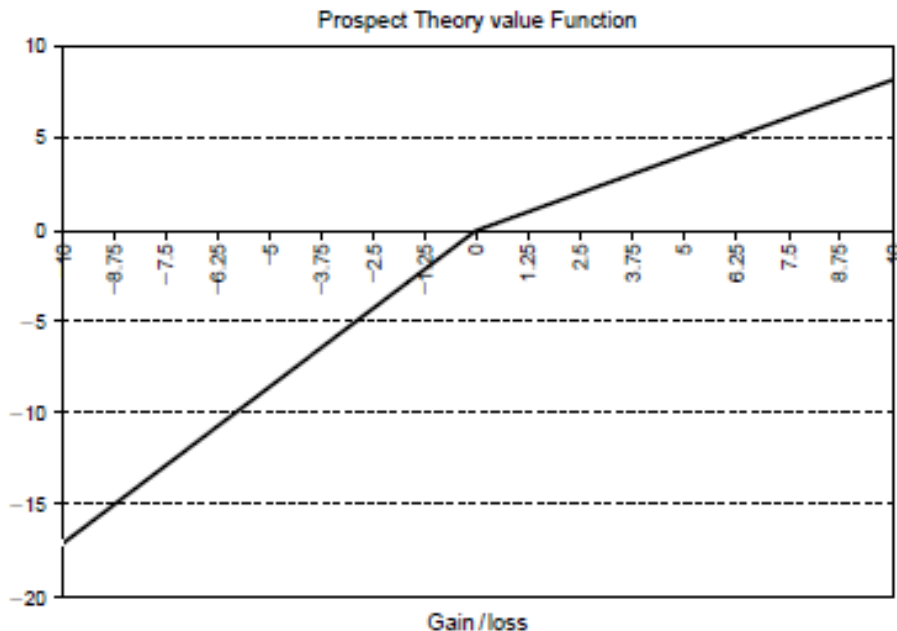
$$\pi^+(P) = \frac{P^\gamma}{(P^\gamma + (1-P)^\gamma)^{1/\gamma}}, \text{ pričom } \gamma = 0,61 \quad (8)$$

$$\pi^-(P) = \frac{P^\delta}{(P^\delta + (1-P)^\delta)^{1/\delta}}, \text{ pričom } \delta = 0,65 \quad (9)$$

V praxi sa často používa zjednodušená prospect theory :

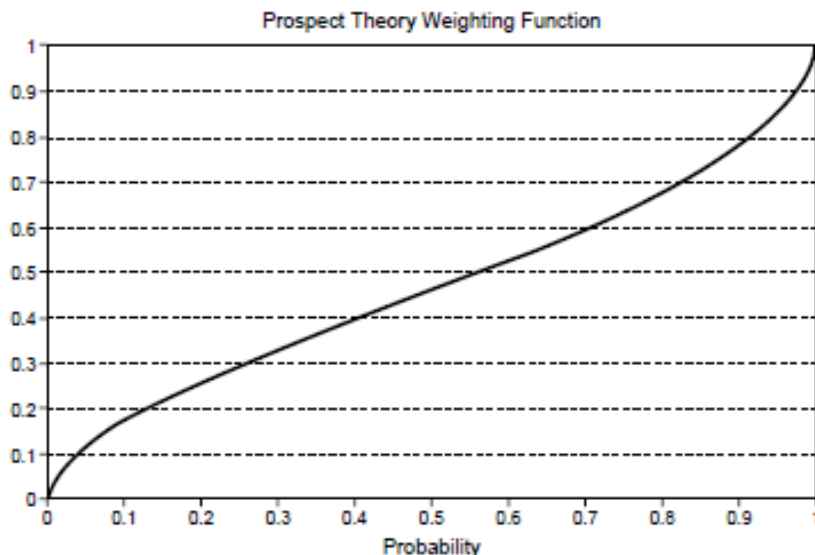
$$\pi(p) = p, v(x) = \begin{cases} x & \text{pre } x \geq 0 \\ \lambda x & \text{pre } x < 0 \end{cases} \quad (10)$$

Na obrázku číslo 3 je hodnotová funkcia. Vidíme, že je konkávna v oblasti ziskov, čo odráža averziu voči riziku a konvexná v oblasti strát, aby odrážala vyhľadávanie rizika. Má nediferencovateľný bod, od ktorého vľavo je strmšia ako vpravo. V oblasti ziskov je využívaná dekusumulatívna distribučná funkcia a v oblasti strát kumulatívna distribučná funkcia ^[9].



Obrázok č. 3: Hodnotová funkcia Cumulative prospect theory ^[10].

Obrázok číslo 4 zobrazuje tvar funkcie vážiacej pravdepodobnosti π^+ . Všimnime si nadvážené pravdepodobnostné miery spojené s extrémnymi ziskami. Rovnako vo funkcii π^- sú nadvážené pravdepodobnostné miery spojené s extrémnymi stratami. Táto funkcia má vždy tvar písmena S.



Obrázok č. 4: Funkcia vážiaca pravdepodobnosti v Cumulative prospect theory^[10].

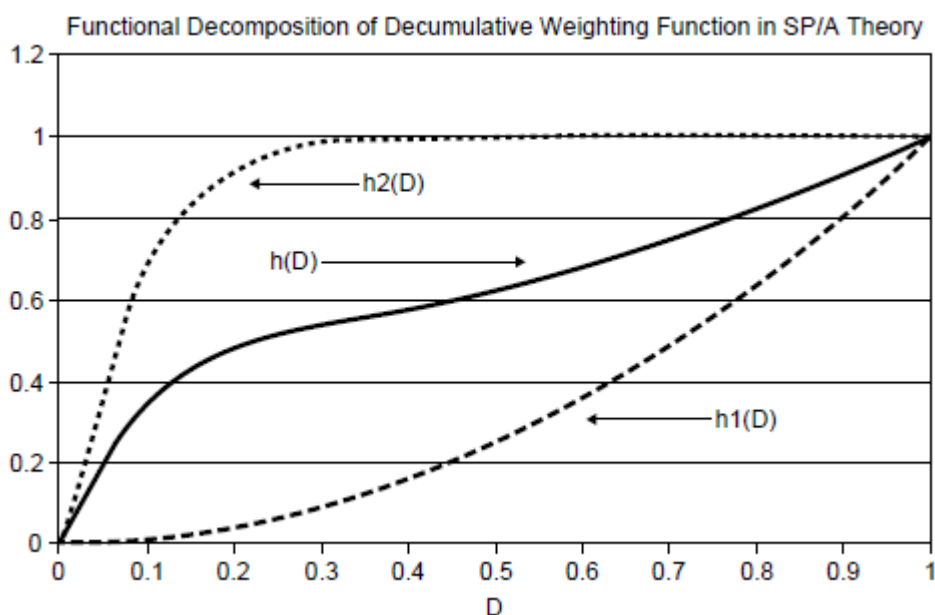
2.3 SP/A theory

SP/A theory je ďalšou psychologicky založenou teóriou rozhodovania sa o riziku. SP/A model behaviorálnych financií je menej známy ako prospect theory alebo ako cumulative prospect theory. SP/A theory bola navrhnutá Lolou Lopes v roku 1987. Zdieľa mnoho dôležitých rysov s cumulative prospect theory, ako napríklad funkciu vážiacu pravdepodobnosti alebo referenčný bod. Avšak psychologické základy SP/A theory sú v niečom odlišné od Prospect theory. SP/A theory kladie dôraz na vplyv emócií akými sú strach alebo nádej. Táto teória má dôležité výhody oproti Prospect theory pri aplikácii na hľadanie optimálneho portfólia a oceňovania akcií. V SP/A theory S znamená bezpečnosť (security, safety), P potenciál (potential) a A snahu, úsilie (aspiration). Bezpečnosť vo význame zamedzenia veľkých strát, potenciál vo význame potenciálu veľkého zisku a úsilie vo význame snahy o veľký zisk.

SP/A theory používa funkciu vážiacu pravdepodobnosti na vyjadrenie postoja k riziku, podobne ako Prospect theory. Hodnotová funkcia je váženým súčtom spotreby,

blízka k očakávanej spotrebe. Táto očakávaná hodnota má formu $SP = \sum_i v_i c_i$, kde SP znamená bezpečnosť a potenciál. Premenná v_i je určená transformovanou dekusulatívnou distribučnou funkciou $h(D)$ a môžeme ju vyjadriť ako $v_i = h(D_i) - h(D_{i+1})$. D_i je definovaná ako $p_1, \dots, p_n$, kde n je najpriaznivejší výsledok. Lopesová tvrdí, že strach núti človeka automaticky nadvážiť pravdepodobnosť najhoršieho výsledku. Strach a nádej sú formálne reprezentované v SP/A theory prostredníctvom transformovanej funkcie h , technikou navrhnutou Quiggenom a Yaarim^[10].

Obrázok číslo 5 zobrazuje tri funkcie, pretože funkcia $h(D)$ je konvexnou kombináciou funkcie h_1 , zobrazujúcej strach a funkcie h_2 , zobrazujúcej nádej. Konvexná funkcia $h_1(D)$ dominuje na pravej strane funkcie h , čo odráža nadváženie pravdepodobností najnepriaznivejších výsledkov z dôvodu strachu. Konkávna funkcia $h_2(D)$ dominuje na ľavej strane funkcie h , čo odráža nadváženie pravdepodobností najpriaznivejších výsledkov z dôvodu nádeje.



Obrázok č. 5: Funkcia $h(D)$ vážiaca pravdepodobnosti v SP/A theory zložená z dvoch funkcií $h_1(D)$ a $h_2(D)$ ^[10].

Formálne h_1 je sila funkcie D a h_2 je 1 mínus sila funkcie D v bode $(1-D)$.

$$h_1(D) = D^{1+q_1}$$

$$h_2(D) = 1 - (1 - D)^{1+q_2}$$

$$h(D) = wh_1(D) + (1 - w)h_2(D)$$

Kde q_1 a q_2 sú nezáporné a w patrí do intervalu $\langle 0,1 \rangle$.

SP/A theory tvrdí, že rizikové výsledky sú hodnotené na základe dvoch premenných. Prvá premenná je SP, očakávaná hodnota spotreby. Druhá premenná je $A = D^c(p)$, pravdepodobnosť, že spotreba bude p alebo vyššia. V skutočnosti funkcia na hodnotenie alternatívnych riskantných výsledkov je monotónna rastúca funkcia $U_j(SP_j, A_j)$, kde je snahou maximalizovať j .

3. APLIKÁCIA BEHAVIORÁLNYCH FINANCIÍ NA AKCIOVÝ TRH

Experti študujúci akciový trh USA zistili viaceré zaujímavé fakty o jeho správaní. Tri najvýraznejšie sú:

Equity Premium (Akciová prémia): Akciový trh má historicky vysokú mieru návratnosti. Napríklad v rokoch 1871 – 1993 priemerný výnos na indexe S&P 500 bol o 3,9 % vyšší ako priemerná návratnosť cenných papierov.

Volatilita: Výnosy z akcií a pomer cena - dividend sú veľmi variabilné. Ročná štandardná odchýlka indexu S&P 500 je 18 %. Štandardná odchýlka pomeru cena – dividend je 27%.

Predpovedateľnosť: Výnosy z akcií sú predpovedateľné. Ukazuje sa, že pomer cena – dividend je schopný predpovedať na 27 % zmeny akciového trhu na najbližšie 4 roky.

Tieto tri vlastnosti sa nazývajú puzzles: Equity Premium puzzle, Volatility puzzle, Predictability puzzle. A to preto, že sú ťažko vysvetliteľné tradičnými modelmi akciového trhu.

Pre pochopenie uvažujme o nasledujúcej ekonómii ^[11]. Na trhu je nekonečný počet rovnakých investorov a dve akcie: bezriziková akcia so ziskom $R_{f,t}$, v čase medzi t a $t+1$ a riziková akcia so ziskom R_{t+1} v čase medzi t a $t+1$. Akciový trh vypláca dividendy D_t , kde

$$\frac{D_{t+1}}{D_t} = e^{g_D + \sigma_D \varepsilon_{t+1}}.$$

Každý dividend môže byť chápaný ako komponent spotreby C_t , pre ktorú platí.

$$\frac{C_{t+1}}{C_t} = e^{g_C + \sigma_C \eta_{t+1}}.$$

Potom $\begin{pmatrix} \varepsilon_t \\ \eta_t \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & \omega \\ \omega & 1 \end{pmatrix}$ sú nezávislé a rovnako rozdelené (i.i.d) v čase.

Investor si zvolí spotrebu C_t , ktorú plánuje minúť v čase t a prídel S_t do rizikovej akcie tak, aby maximalizoval

$$E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \rho^t \frac{C_t^{1-\gamma}}{1-\gamma}.$$

Pre $\gamma = 1$ nahradíme $\frac{C_t^{1-\gamma}}{1-\gamma} \log(C_t)$.

Použitím Eulerovej rovnici optimality dostávame rovnicu:

$$1 = \rho E_t \left[\left(\frac{C_{t+1}}{C_t} \right)^{-\gamma} R_{t+1} \right].$$

g_C	σ_C	g_D	σ_D	γ	ρ	ω	b_0
1.84%	3.79%	1,5%	12.0%	0.9	0.98	0,15	interval

Tabuľka č. 1: Hodnoty parametrov v tradičnom modeli ^[11].

V ekonómii s parametrami, aké sú v tabuľke číslo 1, priemerný návrat by bol len o 0,1% vyšší než návrat bezrizikovej akcie, nie 3,9% ako bolo historicky pozorované. Štandardná odchýlka bude 12% a nie 18% a pomer cena – dividend bude konštantný.

3.1 Prospect theory a equity premium puzzle

Jedným z prvých ekonómov, ktorí sa venovali prepojeniu prospect theory a equity Premium puzzle sú Bernartzi a Thaler v roku 1995. Študovali ako investor s preferenciami prospect theory rozdelí svoje finančné bohatstvo medzi T-bills (vládne dlhopisy s maturitou kratšou ako rok) a akciový trh. Podľa prospect theory, keď sa ľudia rozhodujú, spočítajú si zisky a straty pre obe rozhodnutia a vyberú to, z ktorého majú najväčší úžitok. Vyberú si ω , zlomok finančného bohatstva na trhu, aby maximalizovali

$$E_{\pi} v[(1 - \omega)R_{f,t+1} + \omega R_{f,t+1} - 1], \quad (11)$$

kde v, π spĺňajú $\sum_i \pi_i v(x_i)$, a rovnice (8) a (9). Funkcia v zachytáva averziu voči strate. $R_{f,t+1}$ a R_{t+1} sú zisky z T- bills a akciového trhu v čase medzi t a $t+1$. Za účelom fungovania tohto modelu Bernartzi a Thaler museli vypočítať ako často ľudia prehodnocujú svoje portfólio, teda čas medzi t a $t+1$. Teda ako často má investor prehodnocovať straty a zisky, aby sa mu oplátila aj možnosť T- bills, napriek vysokému historickému equity premium. Prišli na to, že optimálny interval je jeden rok.

Na vysvetlenie equity premium puzzle javu Barberis, Huang a Santos navrhli dynamický rovnovážny model návratu z akcií ^[11]. Predpokladá ekonomiku spomínanú vyššie, ale s investorovými preferenciami

$$E \sum_{t=0}^{\infty} \left[\rho^t \frac{C_t^{1-\gamma}}{1-\gamma} + b_t \bar{C}_t^{\gamma} v(X_{t+1}) \right]. \quad (12)$$

$\bar{C}_t$ je odlišené od C_t , tým že C_t je individuálna spotreba a $\bar{C}_t$ je celková spotreba na osobu. Konštanta b_0 určuje dôležitosť averzie voči strate v investorových preferenciách. Parameter b_0 je odhadnutý pomocou historických dát na 0,11. Parameter ρ je diskontný faktor času. Premenná X_{t+1} je zisk alebo strata medzi časmi t a $t+1$. Úžitok získaný z tohto zisku alebo straty je daný funkciou užitočnosti $v(X_{t+1})$, kde

$$v(X) = \begin{cases} X, & \text{pre } X \geq 0 \\ \lambda X, & \text{pre } X < 0 \end{cases} \quad (13)$$

Chápanie úžitku cez zisky a straty nám dáva dve dôležité otázky:

- (i) Ako investor meria svoje zisky a straty?
- (ii) Ako úžitok v závisí od týchto ziskov a strát?

3.1.1 Meranie ziskov a strát

Zisky a straty interpretujeme ako zmenu hodnoty akcie, ktorú nadobudla za určité obdobie. Investor monitoruje hodnotu akcie každý rok a získava úžitok z kolísania hodnoty akcie. Definujme S_t ako hodnotu akcie v čase t , položíme ju rovnú 100\$. Predstavme si, že za čas $t+1$ sa hodnota zmenila na $S_t R_{t+1} = 120$ \$. Presný spôsob ako investor meria svoje zisky a straty je cez referenčný bod, teda ako sa hodnota 120\$ odlišuje od hodnoty v referenčnom bode. V našom prípade zadajme referenčný bod na hodnotu $S_t = 100$ \$. Zisk je teda 20\$, presne $X_{t+1} = S_t R_{t+1} - S_t$. Ale pre všeobecnejší prípad zadajme referenčný bod ako zisk bezrizikovej akcie $S_t R_{f,t}$. V našom prípade, ak zisk bezrizikovej akcie je 0.05, referenčný bod je teda 105\$. Vo všeobecnosti teda investor vypočíta svoje zisky a straty pomocou rovnice

$$X_{t+1} = S_t R_{t+1} - S_t R_{f,t}. \quad (14)$$

Ak zisk bezrizikovej akcie je 5%, investor bude sklamaný, ak bude mať zisk 4%. Bezriziková akcie nemusí byť pre investora jediný porovnávací bod, aj keď je najzrejmejší. My si teda zvolíme referenčný bod rovný $S_t R_{f,t}$ ^[11].

Podľa prospect theory funkcia v je konvexná cez zisky a konkávna cez straty. Toto nám slúži pri voľbe, kde sú možnosti len ziskové alebo len stratové. V prípade akciového trhu sú možnosťami aj zisk aj strata. Preto v oblasti okolo zlomu medzi ziskami a stratami budeme predpokladať funkciu v lineárnu. Podľa toho funkcia v má tvar

$$v(X_{t+1}) = v(S_t R_{t+1} - S_t R_{f,t}) = S_t v(R_{t+1} + R_{f,t}). \quad (15)$$

Nakoniec môžeme definovať

$$\hat{v}(R_{t+1}) = v(R_{t+1} - R_{f,t}). \quad (16)$$

Agentove preferencie sa teda dajú zapísať v tvare

$$E \sum_{t=0}^{\infty} \left[\rho^t \frac{C_t^{1-\gamma}}{1-\gamma} + b_t \rho^{t+1} S_t \hat{v}(R_{t+1}) \right], \quad (17)$$

$$\text{kde } \hat{v}(R_{t+1}) = \begin{cases} R_{t+1} - R_{f,t}, & \text{ak } R_{t+1} \geq R_{f,t} \\ \lambda(R_{t+1} - R_{f,t}), & \text{ak } R_{t+1} < R_{f,t} \end{cases} \quad (18)$$

Funkciu v škálujeme parametrom b_t , aby sme zabezpečili, že pomer cena – dividend a prémie rizikovej akcie budú stacionárne, aj keď celkové bohatstvo sa postupom času zvyšuje. Parameter b_t môžeme špecifikovať ako $b_t = b_0 \bar{C}_t^\gamma$, kde $\bar{C}_t$ je celková spotreba na osobu v čase t a teda exogénna pre investora. Použitím exogénnej premennej zabezpečíme, že b_t bude neutrálny škálovací faktor. Parameter b_0 je kladná konštanta, ktorá nám umožňuje ovládať celkovú odlišnosť užitočnosti zo ziskov a strát od užitočnosti z celkového bohatstva. Ak by sme dali $b_0 = 0$, dostali by sme tradičný model akciového trhu.

3.1.2 Podmienky rovnováhy

V snahe preskúmať schopnosť modelu vysvetliť údaje, odvodíme rovnice, ktoré upravujú rovnovážne ceny. Investor si zvolí (C_t, S_t) , tak aby maximalizoval rovnicu (16). C_t je suma, ktorú spotrebuje a S_t je prídel do rizikovej akcie. Ukážeme si, že existuje ekvilibrium, v ktorom výnos z bezrizikovej akcie a pomer trhu cena – dividend sú obe konštantné. Výnosy akcií sú v ekvilibriu nezávislé a rovnako rozdelené (i.i.d), pretože pomer cena – dividend je konštantný. Výnosy z akcií sú spojené s pomerom cena – dividend, ktorý označme $f_t = P_t / D_t$ a platí :

$$R_{t+1} = \frac{P_{t+1} + D_{t+1}}{P_t} = \frac{1 + P_{t+1} / D_{t+1}}{P_t / D_t} \frac{D_{t+1}}{D_t} = \frac{1 + f_{t+1}}{f_t} \frac{D_{t+1}}{D_t} \quad (19)$$

Keďže pomer cena – dividend je i.i.d, tak podľa rovnice (18) aj výnosy akcií sú i.i.d^[11].

Pre preferencie dané rovnicami (17), (18) existuje ekvilibrium, kde úroková sadzba bezrizikovej akcie je konštantná v

$$R_f = \rho^{-1} e^{\gamma g - \gamma^2 \sigma^2 / 2} \quad (20)$$

a pomer cena – dividend f_t je konštantný, ak f je dané rovnicou

$$1 = \rho \frac{1+f}{f} E_t [e^{(1-\gamma)(g + \sigma_{t+1})}] + b_0 E_t [\hat{v} (\frac{1+f}{f} e^{g + \sigma_{t+1}})]. \quad (21)$$

Ďalšie výsledky sú odvodené pomocou Eulerových rovníc pre optimalitu.

$$1 = \rho R_f E_t \left[\left(\frac{\bar{c}_{t+1}}{\bar{c}_t} \right)^{-\gamma} \right], \quad (22)$$

$$1 = \rho E_t \left[R_{t+1} \left(\frac{\bar{c}_{t+1}}{\bar{c}_t} \right)^{-\gamma} \right] + b_0 \rho E_t [\hat{v} (R_{t+1})] \quad (23)$$

Toto sú podmienky rovnováhy pre model akciového trhu pomocou prospect theory^[11].

Eulerova rovnica pre bezrizikový výnos je: Keď miníme trochu menej dnes a investujeme ušetrené do bezrizikovej akcie, nezmení to mieru rizika straty pri rizikovej akcii. Eulerova rovnica pre rizikovú akciu je: Keď dnes miníme menej a investujeme usparené do rizikovej akcie, narastie miera rizika straty pri rizikovej akcii.

3.1.3 Numerické výsledky

S podmienkami rovnováhy (20) a (21) otestujeme užitočnosť nášho modelu pre rozumné hodnoty parametrov. Tabuľka 2 sumarizuje náš výber hodnôt parametrov:

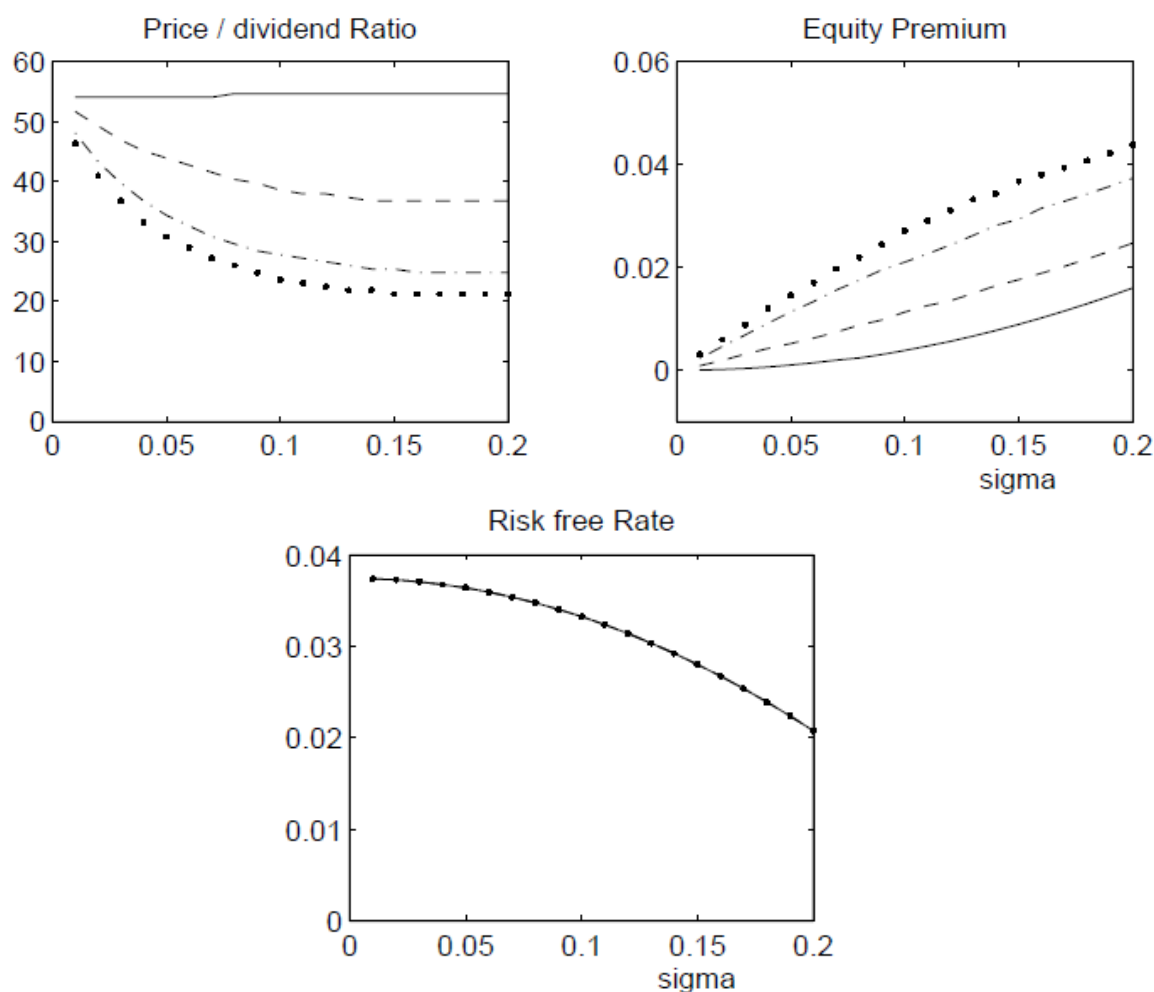
g	σ	γ	ρ	λ	b_0
1.84%	3.79%	0.9	0.98	2.25	interval

Tabuľka č 2: Hodnoty parametrov pre model akciového trhu pomocou prospect theory^[11].

Parametre preferencií investora sú γ , ρ , λ , b_0 . Zadaním hodnôt g , σ , γ a použitím rovnice (20) vypočítame hodnotu $\rho = 0.98$ a dostávame úrok bezrizikovej akcie $R_f - 1 \cong 3.5\%$.

Obrázok číslo 6 ukazuje predpokladané grafy pre pomer cena – dividend, equity premium a výnos bezrizikovej akcie pre parametrické hodnoty uvedené v tabuľke číslo 2. Grafy zobrazujú na x-ovej osi výnos portfólia a na y-ovej osi volatilitu portfólia. V každom grafe sú 4 čiary, pričom každá zodpovedá inej hodnote b_0 . Pevná čiara znázorňuje graf, kde

$b_0 = 0$, čiarkovaný graf je pre $b_0 = 0.3$, bodkočiarkovaný graf je pre $b_0 = 2$ a bodkovaná čiara znázorňuje graf, kde $b_0 = \infty$.



Obrázok č. 6 : Pomer cena – dividend, equity Premium, výnos bezrizikovej akcie ^[11].

Pozrime sa najprv na výsledok grafu equity premium, kde obyčajná čiara zodpovedajúca hodnote $b_0 = 0$ znázorňuje equity premium pri tradičnom modeli klasickej ekonómie. Equity premium puzzle je jasne viditeľné na grafe: keď $b_0 = 0$ empiricky meraná volatilita spotreby rastie na 3.79% a zodpovedá nepatrnej prémii vo výške len 0.06%. Pozoruhodné zistenie z tohto grafu je, že začlenenie averzie voči strate do investorových preferencií nevedie k okamžitému riešeniu equity premium puzzle. Ak $b_0 \rightarrow \infty$, equity premium smeruje k hornej hranici, čo znázorňuje bodkovaná čiara. Pre 0.39% volatiliy spotreby najvyššie možné equity premium je 1.2%. Graf nás vedie k výsledku, že averzia voči strate sama o sebe nedokáže vysvetliť jav equity premium puzzle ^[11].

V ďalšej kapitole upravíme model jednoduchým spôsobom a zistíme, že naša schopnosť porozumieť správaniu akciového trhu sa signifikantne zlepší. Do modelu začleníme dôkazy o tom, ako predchádzajúce investorove výsledky z investovania ovplyvňujú jeho postoj k riziku. To povedie k modelu meniaceho averziu voči riziku, a preto aj časom meniace sa výnosy portfólia a equity premium, budú oveľa pochopiteľnejšie.

3.2 Model s vplyvom predchádzajúcich výsledkov na investorove preferencie

V tomto modeli umožníme, aby investorova „bolesť“ zo straty nezávisela len od jej veľkosti, ale aj od predchádzajúcich výsledkov investora. Ak investor získal v predchádzajúcom pôsobení, tak nasledujúca strata bude pre neho menej bolestivá ako obvykle, pretože je utlmená predchádzajúcim ziskom. Naopak strata, ktorá prichádza po predchádzajúcej strate, bude viac bolestivá ako inokedy, pretože investor je v tom prípade citlivý na ďalšie prekážky.

Na zistenie vplyvu predchádzajúcich výsledkov zavedieme pojem historickej porovnávacej úrovne Z_t pre hodnotu rizikovej akcie. Pre rôznych investorov môže byť táto porovnávacia úroveň odlišná. Pre niektorých investorov môže Z_t reprezentovať priemer posledných cien akcií. Pre iných to môže byť špecifická cena akcií, napríklad cena na konci roka. Nech Z_t má ktorýkoľvek tvar, keď je rozdiel $S_t - Z_t$ kladný, je to meradlom toho ako je investor na tom „dobro“, a keď záporný ako je investor na tom „zle“.

Definovanie Z_t je užitočné pri modelovaní vplyvu predchádzajúcich výsledkov na skúsenosť z následnými ziskami a stratami. Keď $S_t > Z_t$, investor mal v predchádzajúcom pôsobení zisk, čo znižuje jeho averziu k strate. Naopak keď $S_t < Z_t$, investor mal stratu, ktorá zväčší jeho averziu k strate. S_t a Z_t sumarizuje ako investor vníma jeho minulé výkony. Jednoduchý spôsob ako zachytiť vplyv minulých výsledkov je zapísať funkciu užitočnosti ako $v(X_{t+1}, S_t, Z_t)$. Pre účely modelovania je ale lepší zápis funkcie užitočnosti ako $v(X_{t+1}, S_t, z_t)$, kde $z_t = Z_t / S_t$ ^[12].

Môžu nastať tri prípady:

- (i) $z_t = 1$, kedy investor nemal v minulosti ani zisky ani straty.
- (ii) $z_t < 1$, investor mal v minulosti zisk
- (iii) $z > 1$, investor mal v minulosti stratu.

Prípado $z = 1$ popisuje predchádzajúci model a funkcia užitočnosti $v(X_{t+1}, S_t, 1)$ má tvar rovnice (13).

Funkcia užitočnosti v prípade $z < 1$ sa líši od $v(X_{t+1}, S_t, 1)$ v spôsobe akým sú straty penalizované. Malé straty nie sú penalizované veľmi silno, ale keď strata dosiahne určitú hodnotu, začnú byť straty penalizované oveľa tvrdšie. Intuícia je taká, že ak investor mal doteraz viaceré zisky, tak tie zmiernia jeho „bolesť“ z nasledujúcej straty. Pre porozumenie uvedieme príklad:

Predpokladajme súčasnú hodnotu akcie $S_t = 100\$$ a že investor mal v minulom pôsobení na trhu zisk. Rozumné bude položiť teda $Z_t = 90\$$, nižšie než $100\$$, pretože hodnota akcie stúpala. Toto číslo môžeme považovať ako hodnotu akcie na konci predchádzajúceho roka, čo si investor stále pamätá. Rozdiel $S_t - Z_t = 10\$$ reprezentuje rezervu, ktorú investor získal minulými ziskami. Nakoniec predpokladajme, že výnos bezrizikovej akcie je 0. Predstavme si, že budúci rok padne hodnota akcie zo $S_t = 100\$$ na $S_t R_{t+1} = 80\$$.

V prípade (i), kde investor nemal žiadne predchádzajúce straty a zisky rovnice (13) a (14) ukazujú, že „bolesť“ zo straty meriame ako $(80 - 100)\lambda = -40$, pretože $\lambda = 2$.

Keď investor má predchádzajúce zisky navrhujeme meranie „bolesti“ zo straty takto:

Pri prvom páde hodnoty akcie zo $100\$$ na $90\$$ investorova bolesť zo straty ešte nebola silná, pretože mal z predchádzajúceho zisku rezervu. Penalizujeme to vo výške len 1 radšej ako λ . Pri páde hodnoty akcie na $80\$$ bude bolesť oveľa vyššia, pretože všetky predchádzajúce zisky boli minuté a penalizujeme to vyššou sadzbou λ . Použitím $\lambda = 2$ celková bolesť zo straty bude $(90 - 100)1 + (80 - 90)\lambda = (-10)1 + (-10)2 = -30$.

Vo všeobecnosti je to

$$(Z_t - S_t)1 + (S_t R_{t+1} + 1 - Z_t)\lambda = S_t(z_t - 1)1 + S_t(R_{t+1} + 1 - z_t)\lambda.$$

Všimnime si, že ak je strata taká malá, aby bola pokrytá predchádzajúcim ziskom, ak $S_t R_{t+1} < Z_t$ alebo ekvivalentne $R_{t+1} < z_t$, nie je potrebné rozdeliť stratu na dve časti, stačí stratu penalizovať sadzbou 1.

Takže funkcii $v(X_{t+1}, S_t, z_t)$ dáme nasledujúcu formu pre prípad predchádzajúcich ziskov :

$$v(X_{t+1}, S_t, z_t) = \begin{cases} S_t R_{t+1} - S_t & \text{pre } R_{t+1} \geq z_t \\ S_t(z_t - 1) + \lambda S_t(R_{t+1} - z_t) & \text{pre } R_{t+1} < z_t \end{cases} \quad (24)$$

Pre relevantnejší prípad, kedy výnos bezrizikovej akcie $R_{f,t}$ nie je nulový, škálujeme referenčnú úroveň S_t aj porovnávaciu úroveň Z_t hodnotou $R_{f,t}$ takže platí

$$v(X_{t+1}, S_t, Z_t) = \begin{cases} S_t R_{t+1} - S_t R_{f,t} & \text{pre } R_{t+1} \geq z_t R_{f,t} \\ S_t (z_t R_{f,t} - R_{f,t}) + \lambda S_t (R_{t+1} - z_t R_{f,t}) & \text{pre } R_{t+1} < z_t R_{f,t} \end{cases} \quad (25)$$

Nakoniec sa vrátime k prípadu $z_t > 1$, kde investor nedávno zažil straty pri investovaní. Funkcia $v(X_{t+1}, S_t, z_t)$ sa odlišuje od funkcie $v(X_{t+1}, S_t, 1)$ tým, že straty sú oveľa viac penalizované. Formálne

$$v(X_{t+1}, S_t, z_t) = \begin{cases} S_t R_{t+1} - S_t R_{f,t}, & \text{pre } R_{t+1} \geq z_t R_{f,t} \\ \lambda(z_t)(S_t R_{t+1} - S_t R_{f,t}), & \text{pre } R_{t+1} < z_t R_{f,t} \end{cases} \quad (26)$$

kde $\lambda(z_t) > \lambda$. Všimnime si, že $\lambda(z_t)$ je funkciou predchádzajúcich strát meranou pomocou z_t . V záujme jednoduchosti definujeme

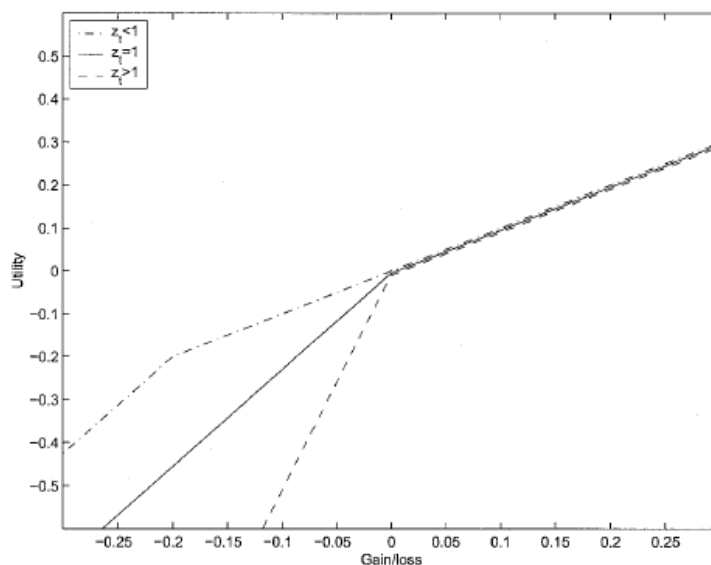
$$\lambda(z_t) = \lambda + k(z_t - 1), \quad (27)$$

kde $k > 0$. Čím väčšia je prechádzajúca strata, teda čím väčšie je z_t , tým bolestivejšie budú následné straty. Ilustrujeme toto tvrdenie ďalším príkladom:

Predpokladajme súčasnú hodnotu akcie $S_t = 100\$$ a že investor mal v minulom pôsobení na trhu stratu. Rozumné bude položiť teda $Z_t = 110\$$, vyššie než $100\$$, pretože akcia klesala. Podľa definície $z_t = 1.1$. Predpokladajme, že $\lambda = 2$, $k = 3$ a výnos bezrizikovej akcie je nula. Predstavme si, že nasledujúci rok spadla hodnota akcie z $S_t = 100\$$ na $S_t R_{t+1} = 90\$$. V prípade (i), kde $z_t = 1$ a investor by nemal žiadne predchádzajúce straty ani zisky rovnice (13) a (14) ukazujú, že „bolest“ zo straty je vyjadrená ako $(90 - 100)\lambda = (-10)2 = -20$.

V našom prípade, kde bola predchádzajúca strata a $z_t = 1.1$, „bolest“ bude vyjadrená $(90 - 100)(\lambda + 3(0.1)) = (-10)(2 + 0.3) = -23$, čo potvrdzuje myšlienku, že straty sú bolestivejšie po predchádzajúcej strate ^[12].

Na obrázku číslo 7 je znázornená závislosť užitočnosti od dosiahnutých ziskov a strát. Bodkočiarkovaná čiara reprezentuje graf, kde investor mal v predchádzajúcom pôsobení zisky, čiarkovaná čiara znázorňuje užitočnosť, kedy investor mal v predchádzajúcom pôsobení straty a plná čiara znázorňuje prípad, kedy nemal ani zisky ani straty. Stretávajú sa v bode, kde zisk a strata sú nulové.



Obrázok č. 7: Graf užitočnosti to ziskov a strát ^[12].

3.2.1 Dynamika porovnávacej úrovne

Pre dokončenie popisu nášho modelu potrebujeme prediskutovať ako sa investorove predchádzajúce zisky a straty menia časom. Presnejšie, chceme opísať ako sa z_t mení časom, teda ako hodnota Z_t reaguje na zmeny hodnoty akcie S_t . Sú dve možnosti ako sa hodnota akcií investora môže meniť. Prvým spôsobom je možnosť zmeny v čase t kvôli tomu, že investor mohol vybrať dividendy alebo predat'/kúpiť nejaký podiel akcie. Pre tento typ zmeny sa Z_t mení proporcionálne ku S_t , teda z_t zostáva konštantné. Napríklad predpokladajme hodnotu investorovej akcie $S_t = 100\$$ a $Z_t = 80\$$, čo znamená, že investor mal predchádzajúci zisk 20\$. Ak predá podiel 10\$ z akcie, spadne jeho S_t na 90\$ a Z_t na 72\$, teda z_t ostane konštantné 0.8.

Druhý spôsob je, keď sa hodnota akcie jednoducho mení v čase medzi t a $t + 1$. Jediná požiadavka na Z_t je, že reaguje pomaly na zmeny hodnoty rizikovej akcie. To znamená, že ak hodnota akcie stúpne veľmi, hodnota Z_t stúpne málo. Pri páde hodnoty akcie je to ekvivalentne. Jednoduchý spôsob modelovania pomalej reakcie porovnávacej úrovne na zmeny je cez parameter fixný $\bar{R}$ ^[12]:

$$Z_{t+1} = Z_t \frac{\bar{R}}{R_{t+1}}. \quad (28)$$

Táto rovnica vraví, že ak je výnos akcie dobrý, $R_{t+1} > R_t$, premenná $z_t = Z_t/S_t$ mierne klesne, pretože Z_t mierne stúpne. Naopak ak výnos akcie je slabý, $R_{t+1} < R_t$,

porovnávacie úroveň z_t mierne stúpne. $\bar{R}$ nie je voľný parameter, ale je podmienený požiadavkou na ekvilibrium, že hodnota mediánu premennej z_t sa rovná 1, čo v podstate znamená, že polovicu času by mal mať investor zisk a polovicu času stratu.

Rovnicu (28) môžeme mierne zovšeobecniť na tvar

$$z_{t+1} = \eta \left(z_t \frac{\bar{R}}{R_{t+1}} \right) + 1 - \eta. \quad (29)$$

Keď $\eta = 1$, z_{t+1} má tvar rovnice (28). Keď $\eta = 0$, $z_{t+1} = 1$, čo znamená, že rýchlosť zmeny hodnoty Z_t je rovnaká ako rýchlosť zmeny hodnoty S_t , teda porovnávacia úroveň je veľmi rýchlo sa pohybujúca. Parameter η interpretuje investorovu pamäť, teda ako ďaleko dozadu siaha investorove vnímanie predchádzajúcich ziskov a strát. Keď η je bližšie nule, hodnota Z_t je vždy blízko S_t . Predchádzajúce zisky a straty ovplyvňujú investora len na krátky čas. Efektom krátkodobej pamäte je, že investor vníma len jeho posledný zisk alebo stratu. Keď η je bližšie jednotke, porovnávacia úroveň sa pohybuje pomaly, ale minulé zisky a straty majú na investora dlhodobý vplyv.

3.2.2 Rovnovážne ceny

Každý investor si volí spotrebu C_t a prídel S_t do rizikovej akcie tak, aby maximalizoval svoje preferencie dané vzťahom

$$E \left[\sum_{t=0}^{\infty} \left(\rho^t \frac{C_t^{1-\gamma}}{1-\gamma} + b_0 \bar{C}_t^{-\gamma} \rho^{t+1} v(X_{t+1}, S_t, z_t) \right) \right], \quad (30)$$

kde platí rovnica (14), pre $z_t \leq 1$ platí rovnica (25) a pre $z_t > 1$ platí rovnica (26). Pomer cena – dividend je daný funkciou $f_t = P_t / D_t = f(z_t)$. Potom pre výnos rizikovej akcie platí rovnica (19), len $f_t = f(z_t)$ a $f_{t+1} = f(z_{t+1})$.

3.2.3 Ekonómia I

Prvá ekonómia, o ktorej budeme uvažovať je taká, kde spotreba a dividendy sú modelované identickými procesmi ^[12]. Pre celkovú spotrebu $\bar{C}_t$ platí

$$\log(\bar{C}_{t+1}/\bar{C}_t) = \log(D_{t+1}/D_t) = g_C + \sigma_C \varepsilon_{t+1}, \quad (31)$$

kde $\sigma_c \sim N(0,1)$ nezávislé, rovnako rozdelené. Všimnime si, že $g_D = g_C$ a $\sigma_D = \sigma_C$. Návrat z trhu je v tvare

$$R_{t+1} = \frac{1+f(z_{t+1})}{f(z_t)} e^{g_C + \sigma_C \varepsilon_{t+1}}. \quad (32)$$

Hodnota bezrizikovej akcie sa môže meniť so spotrebou alebo ak sa mení pomer cena – dividend, ktorý reprezentuje funkcia $f(z_t)$. Zmeny funkcie f sú spôsobené zmenami z_t , čo reprezentuje predošlé zisky a straty.

Pre preferencie dané rovnicou (30) existuje ekvilibrium, kde veľkosť výnosu z bezrizikovej akcie je

$$R_f = \rho^{-1} e^{\gamma g_C - \gamma^2 \sigma_C^2 / 2} \quad (33)$$

a pomer cena – dividend je daný rovnicou

$$1 = \rho E_t \left[\frac{1+f(z_{t+1})}{f(z_t)} e^{(1-\gamma)(g_C + \sigma_C \varepsilon_{t+1})} \right] + b_0 \rho E_t \left[\hat{v} \left(\frac{1+f(z_{t+1})}{f(z_t)} e^{g_C + \sigma_C \varepsilon_{t+1}}, z_t \right) \right], \quad (34)$$

kde pre $z_t \leq 1$ platí rovnica (25) a pre $z_t > 1$ platí rovnica (26).

Nasledujúci dôsledok priamo vyplýva z Eulerových rovníc pre optimalitu v ekvilibriu:

$$1 = \rho R_f E_t [(\bar{C}_{t+1}/\bar{C}_t)^{-\gamma}] \quad (35)$$

$$1 = \rho E_t [R_{t+1} (\bar{C}_{t+1}/\bar{C}_t)^{-\gamma}] + b_0 \rho E_t [\hat{v}(R_{t+1}, z_t)]. \quad (36)$$

3.2.4 Ekonómia II

V ekonómii II spotreba a dividendy nasledujú odlišné procesy, čo je realistickejšie ako ekonómia I ^[12]. Spotreba je daná vzorcom

$$\log(\bar{C}_{t+1}/\bar{C}_t) = g_C + \sigma_C \eta_{t+1} \quad (37)$$

a dividendy sú opísané vzorcom

$$\log(\bar{D}_{t+1}/\bar{D}_t) = g_D + \sigma_D \varepsilon_{t+1}, \quad (38)$$

kde $\begin{pmatrix} \eta_t \\ \varepsilon_t \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & \omega \\ \omega & 1 \end{pmatrix}$ a sú nezávislé rovnako rozdelené.

Tento predpoklad, ktorý robí $\log(\bar{C}_t/\bar{D}_t)$ náhodným, nám dovoľí zostrojiť ekvilibrium, kde výnos bezrizikovej akcie je konštantný a návrat z trhu môže byť zapísaný ako

$$R_{t+1} = \frac{1+f(z_{t+1})}{f(z_t)} e^{g_D + \sigma_D \varepsilon_{t+1}}. \quad (39)$$

V ekonómii II výnos bezrizikovej akcie je konštantný v rovnici (33) a pomer cena – dividend je daný rovnicou

$$1 = \rho e^{g_D - \gamma g_C + \frac{\gamma^2 \sigma_C^2 (1 - \omega^2)}{2}} E_t \left[\frac{1 + f(z_{t+1})}{f(z_t)} e^{(g_D - \gamma \omega \sigma_C) \varepsilon_{t+1}} \right] + b_0 \rho E_t \left[\hat{v} \left(\frac{1 + f(z_{t+1})}{f(z_t)} e^{(g_D - \gamma \omega \sigma_C) \varepsilon_{t+1}}, z_t \right) \right], \quad (40)$$

kde pre $z_t \leq 1$ platí rovnica (25) a pre $z_t > 1$ platí rovnica (26).

3.2.4 Numerické výsledky v Ekonómii I

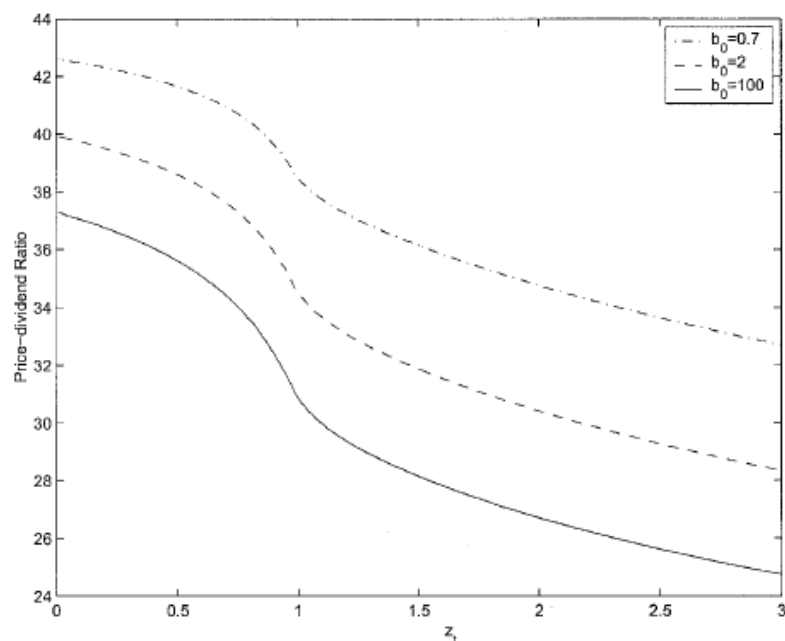
V tejto sekcii prezentujeme pomer cena – dividend, ktorý rieši rovnice (34). Parametre sú počítané pomocou historických dát. Autori Barberis, Huang a Santos vytvorili sériu simulovaných dát a použili ju na overenie hodnôt.

g	σ	γ	ρ	λ	b_0	k	η
1.84%	3.79%	0.9	0.98	2.25	interval	interval	0.9

Tabuľka č. 3: Hodnoty parametrov pre Ekonómiu I ^[12].

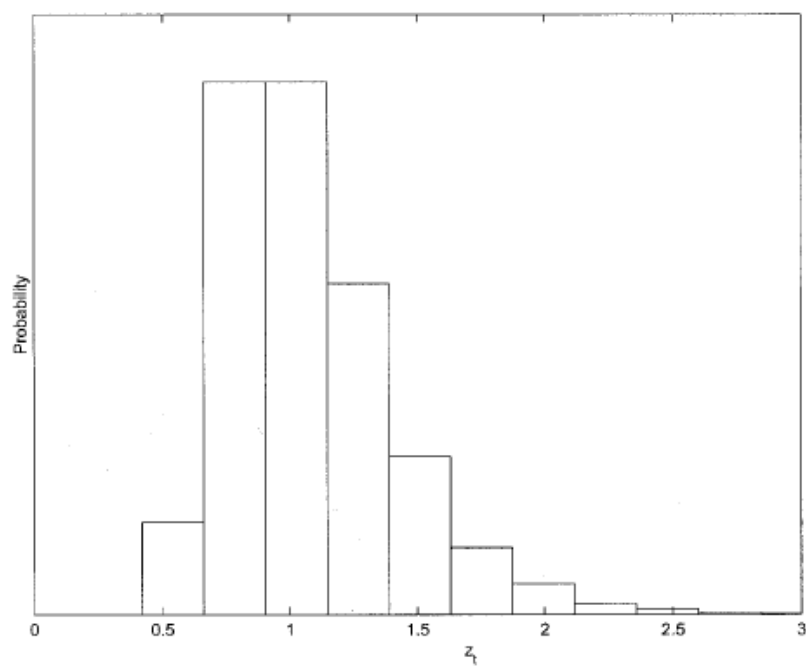
Všimnime si, že tabuľka číslo 3 je takmer rovnaká ako tabuľka číslo 2. Líši sa len pridaním parametrov η a k . Pomocou parametra k je vyjadrená premenná $\lambda(z_t)$ v rovnici (27). Parameter k určuje o koľko sú straty bolestivejšie, keď ich predchádzajú iné straty. Je to dôležitý činiteľ určujúci investorovu priemernú averziu k strate v čase. Najlepšie je parameter k odhadnúť číslom 3, pretože vtedy priemerná averzia voči strate v čase je veľmi blízko 2.25. Pomocou parametra η je vyjadrená porovnávacia úroveň z_t v rovnici (29). Parameter b_0 určuje ako veľmi investora zaujíma fluktuácia jeho finančného bohatstva.

Obrázok číslo 8 zobrazuje pomer cena – dividend $f(z_t)$, ktorý rieši rovnicu (34) pre tri odlišné hodnoty parametra $b_0 = 0.7$, $b_0 = 2$, $b_0 = 100$ a pre $k = 3$, ktorý spôsobí, že priemerná averzia k strate je 2.25. Všimnime si, že $f(z_t)$ je klesajúca funkcia vo všetkých prípadoch.



Obrázok č. 8: Graf pomeru cena – dividend v závislosti od z_t v Ekonomii I ^[12].

Obrázok číslo 8 nám sám o sebe nehovorí aký je pomer cena – dividend v ekvilibriu. Preto potrebujeme poznať rozdelenie premennej z_t v ekvilibriu. Obrázok číslo 9 znázorňuje rozdelenie pre prípad, kedy $b_0 = 2$ a $k = 3$. Všimnime si, že priemer z_t je blízko 1 a to nie náhodou. Hodnota $\bar{R}$ v rovnici (29) je vybraná tak, aby medián premennej z_t bol čo najbližšie k 1.



Obrázok č. 9: Rozdelenie premennej z_t ^[12].

Tabuľka číslo 4 prezentuje niektoré momenty návratnosti trhu. Empirické hodnoty v tabuľke (aj v nasledujúcich) sú založené na dátach cenných papierov a NYSE v rokoch 1926 – 1995. Vo vrchnom paneli tabuľky meníme b_0 , pričom $k = 3$. Všimnime si, aká je nízka štandardná odchýlka aj equity premium, ktoré popisuje moment Sharpe ratio. V spodnom paneli sú odlišné aj hodnoty parametra k : $k = 150$, $k = 100$, $k = 50$. Vysoké hodnoty parametra k spôsobili, že investor má veľkú averziu voči strate, teda aj priemerná averzia voči strate v čase je väčšia aj equity premium je väčšie. Štandardná odchýlka je stále nízka.

ASSET RETURNS IN ECONOMY I					
	$b_0 = 0$	$b_0 = 0.7$ $k = 3$	$b_0 = 2$ $k = 3$	$b_0 = 100$ $k = 3$	Empirical value
Log risk-free rate	3.79	3.79	3.79	3.79	0.58
Log excess stock return					
Mean	0.07	0.63	0.88	1.26	6.03
Standard deviation	3.79	4.77	5.17	5.62	20.02
Sharpe ratio	0.02	0.13	0.17	0.22	0.3
Average loss aversion		2.25	2.25	2.25	
		$b_0 = 0.7$ $k = 150$	$b_0 = 2$ $k = 100$	$b_0 = 100$ $k = 50$	
Log risk-free rate		3.79	3.79	3.79	
Log excess stock return					
Mean		3.50	3.66	3.28	
Standard deviation		10.43	10.22	9.35	
Sharpe ratio		0.34	0.36	0.35	
Average loss aversion		10.7	7.5	4.4	

Tabuľka č. 4: Momenty návratnosti trhu vyjadrené v percentách v Ekonómii I ^[12].

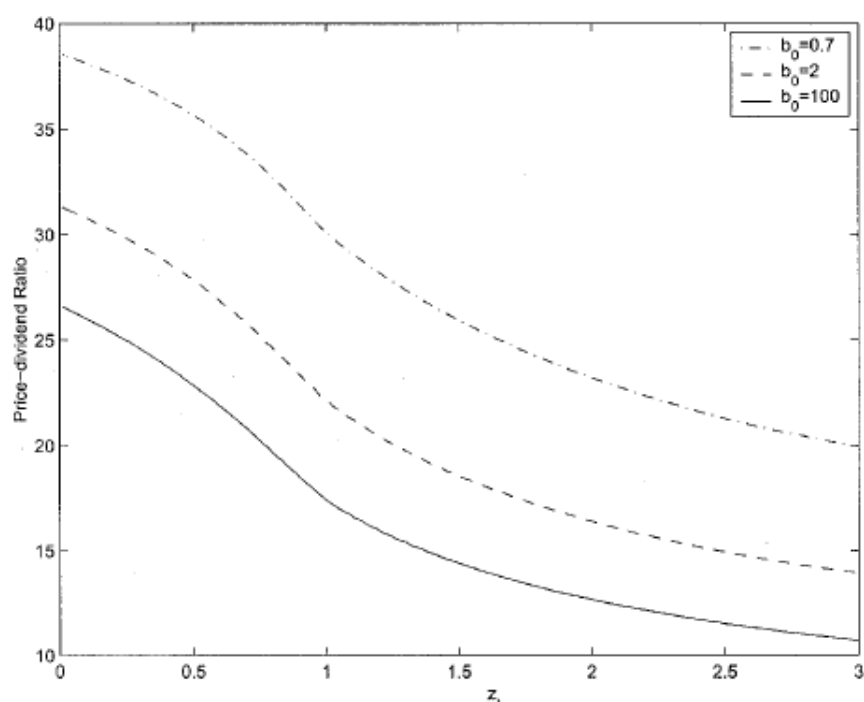
3.2.5 Numerické výsledky v ekonómii II

Parametre v Ekonómii II boli určované rovnakou metódou ako v Ekonómii I. V tabuľke číslo 5 vidíme odhadnuté parametre pre Ekonómiu II. Oproti Ekonómii I pribudli len hodnoty pre g_D , σ_D , ω , pomocou ktorých modelujeme dividendy. Parameter g_D je priemerná miera rastu dividendov, σ_D je volatilita rastu dividendov a ω je korelácia medzi rastom dividendov a rastom spotreby. Pre jednoduchosť $g_D = g_C = 1.84\%$ a $\sigma_C = 3.79\%$, pužitím dát NYSE z rokov 1926 – 1995. Odhad $\omega = 0.15$ urobil Campbell v roku 2000 použitím historických dát.

g_C	g_D	σ_C	σ_D	ω	γ	ρ	λ	b_0	k	η
1.84%	1.84%	3.79%	12.0%	0.15	0.9	0.98	2.25	interval	interval	0.9

Tabuľka č. 5: Hodnoty parametrov v Ekonómii II ^[11].

Obrázok číslo 10 znázorňuje pomer cena – dividend, ktorý rieši rovnicu (40) pre hodnoty parametra $b_0 = 0.7$, $b_0 = 2$, $b_0 = 100$ a pre $k = 3$, ktorý spôsobí, že priemerná averzia k strate je 2.25.



Obrázok č. 10: Graf pomeru cena – dividend v závislosti od z_t v Ekonómii II ^[12].

V tabuľke číslo 6 sú zobrazené niektoré momenty popisujúce trh v Ekonómii II. Vo vrchom paneli je k konštantné, rovné trom a $b_0 = 0$, $b_0 = 0.7$, $b_0 = 2$, $b_0 = 100$. Vidíme, že štandardná odchýlka je už vyššia, čo je omnoho realistickejší prípad ako v prvej ekonómii. V spodnom paneli sú hodnoty pre $k = 20$, $k = 10$, $k = 8$. Podľa tabuľky vidíme, že návrat trhu je len slabokorelovaný s rastom spotreby.

	$b_0 = 0$	$b_0 = 0.7$	$b_0 = 2$	$b_0 = 100$	Empirical
		$k = 3$	$k = 3$	$k = 3$	value
Log risk-free rate	3.79	3.79	3.79	3.79	0.58
Log excess stock return					
Mean	-0.65	1.3	2.62	3.68	6.03
Standard deviation	12.0	17.39	20.87	20.47	20.02
Sharpe ratio	-0.05	0.07	0.13	0.18	0.3
Correlation w/consumption					
growth	0.15	0.15	0.15	0.15	0.1
Price-dividend ratio					
Mean	76.6	29.8	22.1	17.5	25.5
Standard deviation	0	2.9	2.7	2.4	7.1
Average loss aversion		2.25	2.25	2.25	

	$b_0 = 0.7$	$b_0 = 2$	$b_0 = 100$
	$k = 20$	$k = 10$	$k = 8$
Log risk-free rate	3.79	3.79	3.79
Log excess stock return			
Mean	5.17	5.02	5.88
Standard deviation	25.85	23.84	24.04
Sharpe ratio	0.2	0.21	0.24
Correlation w/consumption			
growth	0.15	0.15	0.15
Price-dividend ratio			
Mean	14.0	14.6	12.7
Standard deviation	2.6	2.5	2.2
Average loss aversion	5.8	3.5	3.2

Tabuľka č. 6: Momenty návratnosti trhu vyjadrené ako ročné percento v Ekonómii II ^[12].

3.2.5 Analýza citlivosti

V tejto časti spravíme analýzu citlivosti výsledkov na zmenu veľkosti parametrov v Ekonómii II. Tabuľka číslo 7 ukazuje efekt zmeny hodnoty k na $k = 3$, $k = 5$, $k = 10$. Hodnotu parametra λ sme dali fixne 2.25 a hodnotu $b_0 = 2$. Zvyšovanie hodnoty k má vplyv na priemernú averziu voči strate, zvyšuje equity premium a zvyšuje volatilitu.

	$k = 3$	$k = 5$	$k = 10$	Empirical
				value
Log excess stock return				
Mean	2.62	3.15	5.02	6.03
Standard deviation	20.87	20.93	23.84	20.02
Sharpe ratio	0.13	0.15	0.21	0.3
Average loss aversion	2.25	2.6	3.5	

Tabuľka č. 7: Citlivosť návratnosti trhu na zmenu parametra k ^[12].

Tabuľka číslo 8 znázorňuje citlivosť návratnosti trhu na zmenu parametru λ . Pri fixnom $k = 3$, $b_0 = 2$. Zvyšovanie λ zvyšuje priemernú averziu voči strate a aj equity premium.

	$\lambda = 1.5$	$\lambda = 2.25$	$\lambda = 3$	Empirical value
Log excess stock return				
Mean	3.8	5.02	5.6	6.03
Standard deviation	25.68	23.84	23.21	20.02
Sharpe ratio	0.15	0.21	0.24	0.3
Average loss aversion	3.2	3.5	3.9	

Tabuľka č. 8: Citlivosť návratnosti trhu na zmenu parametra λ ^[12].

Tabuľka číslo 9 zaznamenáva efekt zmeny parametra η pri fixnom $k = 3$, $\lambda = 2.25$, $b_0 = 2$. Tento parameter podmieňuje ako ďaleko do budúcnosti budú investora ovplyvňovať predchádzajúce zisky alebo straty. Primárny efekt zmeny η je na štandardnú odchýlku.

	$\eta = 1$	$\eta = 0.9$	$\eta = 0.8$	Empirical value
Log excess stock return				
Mean	7.68	5.02	3.91	6.03
Standard deviation	34.54	23.84	19.12	20.02
Sharpe ratio	0.22	0.21	0.2	0.3
Autocorrelation of price-dividend ratio	0.81	0.72	0.65	0.7
Average loss aversion	4.5	3.5	3.0	

Tabuľka č. 9: Citlivosť návratnosti trhu na zmenu parametra η ^[12].

Predchádzajúce tabuľky boli spravené s periódou prehodnocovania portfólia 1 rok. Tu sa pozrieme na zmeny návratnosti trhu pri zmene tejto periódy na 6 mesiacov a dva roky. Parametre λ , η , k a b_0 zostávajú fixné. Ak investor prehodnocuje portfólio častejšie ako raz za rok, je pravdepodobné, že zažije stratu, ktorá zvýši jeho averziu voči strate a zníži jeho equity premium.

	6 months	1 year	2 years	Empirical value
Log excess stock return				
Mean	7.63	5.02	2.85	6.03
Standard deviation	27.78	23.84	20.15	20.02
Sharpe ratio	0.27	0.21	0.14	0.3
Average loss aversion	3.5	3.5	3.6	

Tabuľka č. 10: Vplyv periódy prehodnocovania na návratnosť trhu ^[12].

Doteraz sme referenčný bod brali ako hodnotu výnosu bezrizikovej akcie a to $R_f = 3.86\%$. Tabuľka číslo 11 ukazuje efekt zníženia referenčného bodu o 1% a o 2%. So snížením referenčného bodu averzia voči strate klesá a equity premium stúpa.

	0%	-1%	-2%	Empirical value
Log excess stock return				
Mean	5.02	4.11	3.43	6.03
Standard deviation	23.84	24.25	25.20	20.02
Sharpe ratio	0.21	0.17	0.14	0.3
Average loss aversion	3.5	3.5	3.7	

Tabuľka č. 11: Vplyv zmeny referenčného bodu na návratnosť trhu ^[12].

4. PRAKTICKÁ ČASŤ

Uvediem príklad ako by som podľa predchádzajúceho modelu investovala do akcií.

1. Januára 2009 sme sa rozhodli investovať sumu okolo 2000 \$ do rizikovej akcie Apple.

3. Januára je cena akcie 208,99 \$. Čas $t = 0$ je teda 3. Január 2009.

Kúpime 10 akcií, teda $S_0 = 2089,9$ \$. Parametre si zvolíme podľa tabuľky číslo 2 a parameter $b_0 = 2$.

Pre referenčný bod si ako bezrizikovú akciu zvolíme americké vládne dlhopisy s maturitou 6 mesiacou. Pre čas $t = 0$ je výnos týchto vládnych dlhopisov $R_{f,0} = 1,28$.

Referenčný bod zvolíme $S_t R_{f,t} = 2089,9 \cdot 1,28 = 2675,072$ \$.

Investujeme teda sumu 2089,9 \$ do desiatich kusov akcií Apple. Počkáme rok, kým prehodnotíme naše portfólio. Po jednom roku, teda 31.12.2009 je hodnota akcie Apple rovná 210,73 \$. Teda $R_1 = 1,008326$.

Podľa rovnice (14) vypočítame hodnotu X_1 .

$$X_{t+1} = S_t R_{t+1} - S_t R_{f,t}$$

$$X_1 = 2089,9 \cdot 1,008326 - 2089,9 \cdot 1,28$$

$$X_1 = 2107,25 - 2675,072$$

$$X_1 = -567,83 \text{ \$}$$

Zarobili sme síce 2107,25 \$ z investovaných 2089,9 \$. Teda náš čistý zisk bol 17,35 \$. Lenže, ak by sme peniaze vložili do bezrizikových vládnych dlhopisov, zarobili by sme 2675,072 \$ a náš zisk by bol 585,172. Boli sme teda v strate oproti referenčnému bodu, pretože ak by sme investovali do bezrizikových vládnych dlhopisov zarobili by sme o 567,83 \$ viac. Keďže investor mal oproti referenčnému bodu stratu, tak $Z_t > S_t$. Položme $Z_0 = 2263,9$.

Potom $z_t = \frac{Z_t}{S_t}$, teda $z_0 = \frac{Z_0}{S_0} = \frac{2263,9}{2089,9} = 1,083$. Naša bolesť zo straty je daná funkciou (26) :

$$v(X_{t+1}, S_t, z_t) = \begin{cases} S_t R_{t+1} - S_t R_{f,t}, & \text{pre } R_{t+1} \geq z_t R_{f,t} \\ \lambda(z_t)(S_t R_{t+1} - S_t R_{f,t}), & \text{pre } R_{t+1} < z_t R_{f,t} \end{cases}$$

$R_1 = 1,008326$. $z_0 R_{f,0} = 1,0083$. $1,28 = 1,29 > 1,008326$. Čiže $R_1 < z_0 R_{f,0}$.

Takže $v(X_1, S_0, z_0) = \lambda(z_0)(S_0 R_1 - S_0 R_{f,0})$.

$\lambda(z_t) = \lambda + k(z_t - 1)$, teda $\lambda(z_0) = \lambda + k(z_0 - 1)$ a $k = 3$.

Potom $\lambda(z_0) = 2 + 3(1,083 - 1) = 2,249$.

$$v(X_1, S_0, z_0) = 2,249 \cdot (2089,9 \cdot 1,008326 - 2089,9 \cdot 1,28)$$

$$v(X_1, S_0, z_0) = 2,249 \cdot (-567,83)$$

$$v(X_1, S_0, z_0) = -1277,05$$

„Bolest“ zo straty môžeme teda číselne vyjadriť ako $-1277,05$.

Rozhodneme sa teda investovať do inej akcie. Zvolíme si napríklad akciu Google. Investujeme okolo znova okolo 2000 \$. 4.1.2010 jedna akcia Google stojí 626,75 \$. Kúpime 3 akcie, teda $S_1 = 1880,25$ \$.

Počkáme rok a na konci roku 2010 znova prehodnotíme svoje investovanie. 31.12.2010 má jedna akcia Google hodnotu 593,97 \$. $S_2 = 1781,91$ \$. $R_2 = 0,9477$.

Nezarobili sme bohužiaľ nič, stratili sme 98,34 \$. V roku 2010 bol výnos vládnych dlhopisov 1,32, teda $R_{f,1} = 1,32$.

$$X_2 = 1880,25 \cdot 0,9477 - 1880,25 \cdot 1,32$$

$$X_1 = 1781,9 - 2481,93$$

$$X_1 = -700,03 \$$$

Naša strata oproti referenčnému bodu je 700,03 \$. Teda ak by sme investovali do vládnych dlhopisov zarobili by sme o 700,03 \$ viac.

$$Z_1 = 2300, S_1 = 1880,25 \text{ a } z_t = \frac{2300}{1880,25} = 1,22$$

Našu „bolest“ zo straty vypočítame pomocou rovnice $\lambda(z_1) = \lambda + k(z_1 - 1)$ a $k = 3$.

$R_2 < z_1 R_{f,1}$. Potom $\lambda(z_1) = 2 + 3(1,22 - 1) = 2,66$.

$$v(X_2, S_1, z_1) = 2,66 \cdot (-700,03)$$

$$v(X_2, S_1, z_1) = -1862,08$$

Naša bolesť zo straty je tentokrát -1862,08. Čiže sme vysoko averzní voči strate. Tak investujeme už len do bezrizikových vládnych dlhopisov.

Ak by naša prvá investícia bola so ziskom, boli by sme menej averzní voči strate a dovolili by sme si investovať viac peňazí do rizikovejších akcií.

ZÁVER

Behaviorálne ekonómia a behaviorálne financie sa len pomaly dostávajú do popredia a do povedomia ľudí. Aj napriek odporcom behaviorálnej ekonómie bude jej vývoj pokračovať a budú sa vytvárať nové finančné modely. Modely, ktoré neobsahujú predpoklad o čistej racionalite investorov, ale zahŕňajú aj emočné a kognitívne odchýlky, ktoré pri investovaní vznikajú u každého z nás. Behaviorálne modely lepšie vystihujú správanie investorov a následne aj správanie trhu, kde tradičné modely najmä v poslednej dobe značne zlyhávajú. Toto tvrdenie ešte bohužiaľ nie je akceptované viacerými ekonómami. Preto cieľom tejto bakalárskej práce bolo pojednanie o behaviorálnych financiách a ich opodstatnení. Práca poukazuje na význam behaviorálnych financií, na ich históriu a na hlavný nedostatok klasickej finančnej teórie, predpoklad racionálneho správania ľudí. V práci sú prezentované teoretické východiská behaviorálnych financií, dané do protikladu klasickej ekonomickej teórie. Práca obsahuje charakteristiku behaviorálnych financií, tri behaviorálne modely a ich aplikáciu na akciové trhy. Poslednou časťou práce je príklad investovania do akcií, pre lepšie porozumenie modelu a výpočtu premenných v modeli.

V práci bolo urobené :

- objasnenie pojmu behaviorálne financie
- vysvetlenie hlavných emočných a kognitívnych odchýlok, ktoré vplývajú na investovacie rozhodnutia
- popis a charakterizácia modelu prospect theory
- rozšírenie modelu prospect theory na model cumulative prospect theory
- popis modelu SP/A theory
- funkcia užitočnosti, hodnotová funkcia a funkcia vážiaca pravdepodobnosti vo všetkých modeloch
- aplikácia modelu prospect theory na akciové trhy
- numerické výsledky modelu
- grafy javu equity premium a pomeru cena – dividend
- rozšírenie modelu na model s ohľadom na investovacie predchádzajúce zisky a straty
- zavedenie pojmu porovnávacia úroveň, jej dynamika
- numerické výsledky a analýza citlivosti modelu na parametre

- príklad investovania do akcií podľa modelu a teórie behaviorálnych financií
- výpočet referenčného bodu
- výpočet ziskov a strát oproti referenčnému bodu
- zadanie porovnávacej úrovne
- výpočet investorovej „bolesti“ bolesti zo straty
- investovanie do ďalšej akcie a následný výpočet vyššie uvedených premenných
- popis ďalšieho rozhodovania investora

Aplikácia behaviorálnych financií je veľmi široká. V ďalšom rozvíjaní témy by sa mohli spracovať behaviorálne modely na vytvorenie optimálneho portfólia, časovej diverzifikácii portfólia alebo analýze majetku. Ďalej by bolo dobré predstaviť modely na oceňovanie finančných aktív a derivátov. Uviesť ako tieto modely fungujú v praxi a na príkladoch. Toto spolu s dodatočný výskum by sa dalo urobiť v diplomovej práci, ktorá by bola pokračovaním tejto širokej témy.

ZOZNAM BIBLIOGRAFICKÝCH ODKAZOV

- [1] POMPIAN, M. 2006. *Behavioral Finance and Wealth Management*. New Jersey: John Wiley & Sons, 2006. 317 p. ISBN 0471745170.
- [2] CAMERER, C. F. – LOWENSTEIN G. – RABIN M. 2004. *Advances in Behavioral Economics*. Princeton: Princeton University Press, 2004. 740 p. ISBN 0-691-11682-2.
- [3] DIAMOND, P. – VERTIAINEN, H. 2007. *Behavioral Economics and Its Applications*. Princeton: Princeton University Press, 2007. 307 p. ISBN 978-0-691-12284-7.
- [4] RITTER, J.R. 2003. Behavioral Finance. In *Pacific – Basin Finance Journal*. ISSN 0927538X. 2003, vol. 11, no. 4, p. 429 – 437.
- [5] BARBERIS, N. – HUANG, M. 2006. The loss aversion / Narrow framing approach to the equity premium puzzle. In *NBER Working Paper 12378*. Cambridge: National bureau of economic research, 2006. p. 199 – 227.
- [6] KAHNEMAN, D. – TVERSKY, A. 1979. Prospect Theory: An Analysis of Decision Under Risk. In *Econometrica*. ISBN 0521627494. 1979, vol. 47, no. 2, p. 263 – 292.
- [7] BARBERIS, N. – HUANG, M. 2007. Prospect Theory Applications in finance. In *NBER Working Paper*. Yale: Yale University, 2007.
- [8] HAN, B. – HSU, J. 2004. Prospect Theory and Its Applications in finance. In *Imagine*.
- [9] SEWELL, M. 2007. *Behavioural Finance*. Cambridge: University of Cambridge, 2007. ISBN 1450-2887.
- [10] SHEFRIN, H. 2008. *Behavioral Approach to Asset Pricing*. Burlington: Elsevier Inc, 2008. 604 p. ISBN: 978-0-12-374356-5.

- [11] BARBERIS, N. – THALER, R. 2003. A Survey of behavioral finance. In *Handbook of the Economics in Finance*. ISSN 044450298X. 2003, vol.1, p. 1053-112.
- [12] BARBERIS, N. – HUANG, M. – SANTOS, T. 1999. Prospect Theory and Asset Prices. In *Quarterly Journal of Economics*. ISSN 00335533, vol. 116, is. 1, p. 1 – 53.