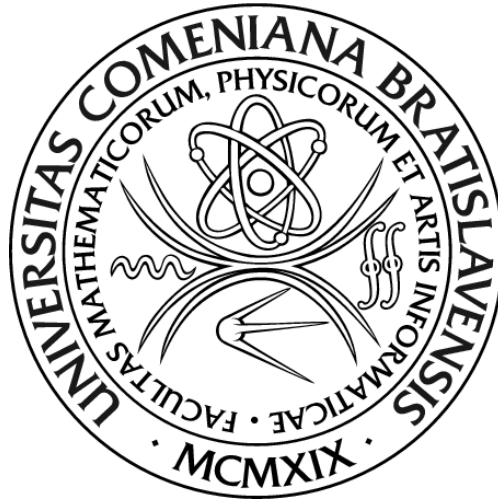


UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE
FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY
A INFORMATIKY



KONŠTRUKCIA OPTIMÁLNEHO MENOVÉHO
INDEXU A JEHO VERIFIKÁCIA

2011

JÚLIUS KOVÁČ

UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE
FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY
A INFORMATIKY

d7e3ca3b-e8b7-4067-9dcf-923e3cba383d

KONŠTRUKCIA OPTIMÁLNEHO MENOVÉHO
INDEXU A JEHO VERIFIKÁCIA

Študijný program: Ekonomická a finančná matematika

Študijný odbor: 9.1.9 Aplikovaná matematika

Školiace pracovisko: Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky

Školiteľ: Mgr. Katarína Bod'ová, PhD.

2011

JÚLIUS KOVÁČ



ZADANIE ZÁVEREČNEJ PRÁCE

Meno a priezvisko študenta: Július Kováč
Študijný program: ekonomická a finančná matematika (Jednoodborové štúdium, bakalársky I. st., denná forma)
Študijný odbor: 9.1.9. aplikovaná matematika
Typ záverečnej práce: bakalárska
Jazyk záverečnej práce: slovenský

Názov : Konštrukcia optimálneho menového indexu a jeho verifikácia

Cieľ : Cieľom práce je skonštruovať optimálny menový index podľa princípov finančnej matematiky pre stavbu akciových portfólií (napríklad CAPM) s maximálnou návratnosťou / minimálnou volatilitou. Časový vývoj tohto indexu sa porovná s vývojom akciových indexov a s existujúcim menovým indexom USDX v horizonte niekoľkých mesiacov.

Kľúčové


slová : teória portfólia, menová ekonomika, finančná analýza

Vedúci : Mgr. Katarína Boďová, PhD.

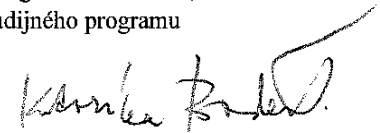
Dátum zadania: 27.10.2010

Dátum schválenia: 08.11.2010

doc. RNDr. Margaréta Halická, CSc.
garant študijného programu



študent



vedúci práce

Dátum potvrdenia finálnej verzie práce, súhlas s jej odovzdaním (vrátane spôsobu sprístupnenia)

vedúci práce

Čestné prehlásenie

Čestne vyhlasujem, že som túto bakalársku prácu vypracoval samostatne s využitím svojich vedomostí a za pomoci odbornej literatúry a konzultácií.

V Bratislave, jún 2011

.....

Július Kováč

Pod'akovanie

Ďakujem svojej vedúcej Mgr. Kataríne Boďovej, PhD. za ochotu, odborné vedenie a cenné rady pri písaní tejto bakalárskej práce.

Abstrakt

KOVÁČ, Július: *Konštrukcia optimálneho menového indexu a jeho verifikácia*. [Bakalárska práca] – Univerzita Komenského v Bratislave. Fakulta matematiky fyziky a informatiky; Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky. –Vedúci: Mgr. Katarína Boďová, PhD.. Bratislava, 2011, 37 strán.

Cieľom tejto bakalárskej práce je skonštruovať optimálny menový index, ktorý bude odzrkadľovať hodnotu mien najväčších svetových ekonomík oproti spoločnej mene eurozóny, euru. Tento index bude analyzovaný a porovnaný s existujúcimi akciovými indexmi, dolárovým indexom USDX a napokon s optimálnym portfóliom mien naváženým podľa Markowitzovej teórie.

Kľúčové slová: menová ekonomika, menový trh, finančná analýza, teória portfólia

Abstract

KOVÁČ, Július: *Konštrukcia optimálneho menového indexu a jeho verifikácia*. [Bachelor thesis] – Comenius University in Bratislava. Faculty of Mathematics, Physics and Informatics; Department of Applied Mathematics and Statistics. – Tutor: Mgr. Katarína Boďová, PhD.. Bratislava, 2011, 37 p.

The aim of this thesis is to create an optimal currency index which reflects the currency values of the largest world economies against the common EMU currency, the euro. This index will be analyzed and compared with existing stock indices, the USDX dollar index and finally an optimal currency portfolio weighted according to Markowitz theory.

Key words: monetary economics, foreign exchange, financial analysis, portfolio theory

Obsah

Úvod.....	8
1. Menové indexy.....	10
1.1. Príklad.....	10
1.2. Idea konštrukcie menového indexu.....	10
1.3. Výber mien.....	11
2. Porovnanie menového a akciového trhu.....	12
2.1. Akciové indexy.....	12
2.2. Porovnanie.....	12
3. Porovnanie rôznych stratégií určovania váh.....	15
3.1. Naivná diverzifikácia.....	15
3.2. Váhy podľa zobchodovaného objemu.....	16
3.3. Váhy podľa veľkosti ekonomiky.....	16
3.4. Rozdelenie váh podľa výšky HDP per capita.....	17
3.5. Porovnanie stratégií.....	18
4. Skonštruovanie menového indexu a jeho správanie na trhu.....	21
5. Výber váh podľa Markowitzovej teórie portfólia.....	24
5.1. Aplikácia na menový trh.....	26
5.2. Konštrukcia optimálneho menového portfólia.....	28
5.3. Porovnanie časového vývoja portfólií.....	32
Záver.....	35
Zoznam použitej literatúry.....	36

Príloha č.1: Zdrojový kód programu na riešenie Markowitzovho problému

Úvod

Finančný trh je miesto, kde sa stretáva ponuka voľných finančných prostriedkov a dopyt po nich, čoho výsledkom je cena finančného aktíva, ako napríklad ropa, zlato, akcia Google, alebo dlhopisy slovenskej vlády. Okrem toho nemalou mierou vplyvajú na túto cenu aj investiční špekulanti, ktorí stávkujú na rast alebo pokles nejakého aktíva. Takýmto trhom je aj devízový trh, alebo FOREX (skratka od anglického výrazu Foreign Exchange). Je to najväčší trh na svete, kde sa denne zobchoduje približne až 4 bilióny dolárov.

Základom a histórii fungovania menového trhu sa venuje rozsiahla odborná literatúra [1, 2]. Rôzne krajiny majú rôzne meny, ako napríklad americký dolár, švajčiarsky frank, britská libra, alebo euro (pozn.: špeciálny prípad meny, ktorú využíva viacero krajín). V týchto menách sa uskutočňujú a prijímajú platby v domácej krajine. Avšak mnoho firiem a najmä nadnárodné spoločnosti, potrebujú vykonávať finančné operácie aj mimo územia vlastného štátu. A na to slúži práve menový trh, kde sa vymieňajú meny rôznych krajín navzájom za menový kurz, čo je hodnota domácej meny vyjadrená v cudzej mene, alebo naopak hodnota cudzej meny vyjadrená v domácej mene.

Menový trh ako ho poznáme v dnešnej podobe funguje od marca 1973. Dovtedy sa výmenné kurzy odvíjali od hodnoty zlata. Každá mena bola vymeniteľná za určitý objem zlata. Koncom druhej svetovej vojny získal dolár výhradné postavenie hlavnej svetovej meny, keďže na základe dohody Bretton - Woods sa stal jedinou svetovou menou vymeniteľnou za zlato a ostatné meny mali zafixovaný kurz voči doláru. Vplyvom zvyšovania dolárov v obehu americkou vládou a jeho následného znehodnocovania sa celý tento systém v roku 1971 rozpadol. Odvtedy už zlato nie je súčasťou menového systému. Prvým pokusom o vznik monetárneho systému bez zlata bola Smithsonovská dohoda, ktorá však vydržala len niekoľko mesiacov a menový trh sa po jej kolapse zatvoril vo februári 1972 a otvoril sa až v marci 1973. To už trh fungoval na systéme plávajúcich mien a ich hodnota bola určovaná trhom tak ako dnes.

Menový trh funguje rovnako ako ktorýkoľvek iný trh. Stretáva sa tu ponuka a dopyt po rôznych menách, čím vzniká ich vzájomný výmenný kurz, čiže cena. Takmer každý z nás sme už niekedy boli účastníkmi menového trhu. Keď sa vyberieme do zahraničia kde sa používa iná mena ako na Slovensku, tak si musíme ísť zameniť hotovosť, čím z našej strany vzniká dopyt po cudzej mene a v tom momente sa stávame účastníkmi menového

trhu. Alebo keď prostredníctvom bankového účtu platíme za tovar, ktorý sme si objednali zo zahraničia. Ale základom pohybu devízových kurzov je pohyb kapitálu. Ak napríklad investori začnú preferovať britskú libru pred americkým dolárom, lebo očakávajú, že kapitál vložený do libry sa lepšie zhodnotí. Potom vzniká dopyt po libre a naopak ponuka dolára čo má za následok zmenu kurzu v prospech libry. Navyše sa ešte pridávajú špekulanti, ktorí sú si vedomí očakávania investorov a stávkujú na rast hodnoty libry začnú ju skupovať a tým prispievajú k rastu jej hodnoty. Na tieto očakávania má najväčší vplyv centrálna úroková miera daného štátu, ktorú určuje národná banka podľa ekonomickej situácie v krajine.

Menový trh je tzv. OTC (over-the-counter) čiže decentralizovaný trh, čo znamená, že množstvo účastníkov je prakticky neobmedzené, nekontrolované a transakcie prebiehajú na rôznych miestach, v rôznych objemoch a časoch. Hlavnými účastníkmi sú najväčšie svetové komerčné banky, ktoré medzi sebou vykonávajú rôzne obchody na medzibankovom trhu. Tieto banky vstupujú do obchodov na základe obchodov svojich klientov alebo z dôvodu vlastného špekulatívneho obchodovania. Špekulatívne obchody sú najdôležitejšou súčasťou obchodovania na menovom trhu, keďže sa odhaduje, že predstavujú až 70 – 90% celkového objemu vykonaných obchodov.

Existuje priamy súvis medzi ekonomickou situáciou v krajine a hodnotou jej meny. Preto majú na zmenu kurzu vplyv aj rôzne ekonomické ukazovatele ako napríklad nezamestnanosť, inflácia, HDP alebo obchodná bilancia. Na základe týchto ukazovateľov robí svoju politiku centrálna banka, ktorej primárnym cieľom je udržiavanie cenovej stability a úpravou centrálnej úrokovej miery podľa potreby. Napríklad ak sa ekonomike darí, tak rastie HDP, čo podporuje rast platov, a tým aj cien, čo vytvára tlaky na infláciu. Ak vtedy zasiahne centrálna banka a zvýši úrokovú sadzbu, investícia do danej meny sa stane výhodnejšia a tým vzrastie dopyt po nej, a následne aj jej hodnota.

1. Menové indexy

Meny jednotlivých krajín sú ako ktorékoľvek iné finančné aktíva, ktoré menia v čase svoju hodnotu. Medzi menami a inými investičnými aktívami (napr. akcie, komodity, ...) nie je z obchodného hľadiska zásadný rozdiel a môžeme s nimi podobne obchodovať.

1.1. Príklad

Ako príklad si ukážme jednoduchú stratégiu. Predstavme si, že na začiatku roka 2010 sme si odložili 1€, 1\$, 1£ a 100¥. Aká bola ich hodnota na začiatku roka a aká napríklad v novembri 2010 v eurách?

1.1.2010:	November 2010:
1€=1€	1€=1€
1\$=0,698€	1\$=0,737€
1£=1,129€	1£=1,182€
100¥=0,751€	100¥=0,886€
Spolu:3,578€	Spolu:3,805€

Vidíme, že v novembri 2010 by sme mali o 0,227€ viac ako na začiatku roka čo je zhodnotenie o zhruba 6,34%. A to sme nepoužili žiadnu teóriu investovania, alebo niečo podobné. V indexe však nie je podstatné zhodnotenie ako také, ale schopnosť relevantne reprezentovať to, na čo bol skonštruovaný.

1.2. Idea konštrukcie menového indexu

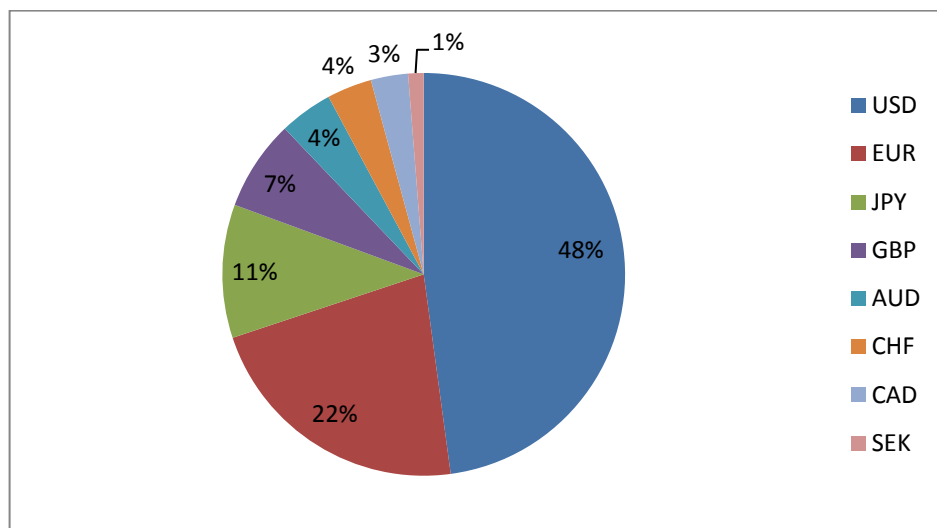
Na akciových trhoch rôznych krajinách existujú akciové indexy, ktoré majú za úlohu reprezentovať vývoj akciového trhu v danej krajine. Takýmito indexmi sú napríklad S&P 500 v USA, FTSE 100 v Anglicku, alebo Nikkei 225 v Japonsku. Jedným z cieľov tejto práce je skonštruovať index, ktorý bude odzrkadľovať stav najväčších svetových ekonomík cez hodnotu ich mien oproti stavu eurozóny. To chceme dosiahnuť tak, že vytvoríme kôš cudzích mien, ktorý bude denominovaný v eurách a jeho hodnota sa bude meniť na základe zmien v kurze jednotlivých mien voči euru. To znamená, že tento index bude zvyšovať svoju hodnotu ak sa budú tieto meny zhodnocovať alebo ak sa bude euro znehodnocovať a naopak.

Na trhu je spomedzi menových indexov najrozšírenejší a najviac obchodovaný dolárový index USDX, ktorý má za úlohu odzrkadľovať silu amerického dolára a je tvorený šiestimi menami. Euro (57,6 %), japonský jen (13,6 %), britská libra (11,9 %), švajčiarsky frank (3,6 %), kanadský dolár (9,1 %) a švédska koruna (4,2 %). Tento index bol vytvorený v roku 1973 a jeho počiatočná hodnota bola 100 dolárov. Váhy jednotlivých mien boli určené na základe obchodnej bilancie USA voči hlavným obchodným partnerom. Dolárový index USDX zvyšuje svoju hodnotu pri posilňovaní amerického dolára a znižuje jeho oslabovaním.

1.3. Výber mien

Pri výbere mien sme postupovali v princípe podobne ako sa vyberajú akcie do akciových indexov, kde sa zoberú najväčšie a firmy. My sme si do indexu vybrali najviac obchodované meny na menovom trhu. Okrem eura (EUR) sú to tieto meny

- Americký dolár – USD
- Japonský jen – JPY
- Britská libra – GBP
- Austrálsky dolár – AUD
- Švajčiarsky frank – CHF
- Kanadský dolár – CAD
- Švédska koruna – SEK



Obrázok č.1.1: Koláčový graf najviac obchodovaných mien (apríl 2010)

2. Porovnanie menového a akciového trhu

2.1. Akciové indexy

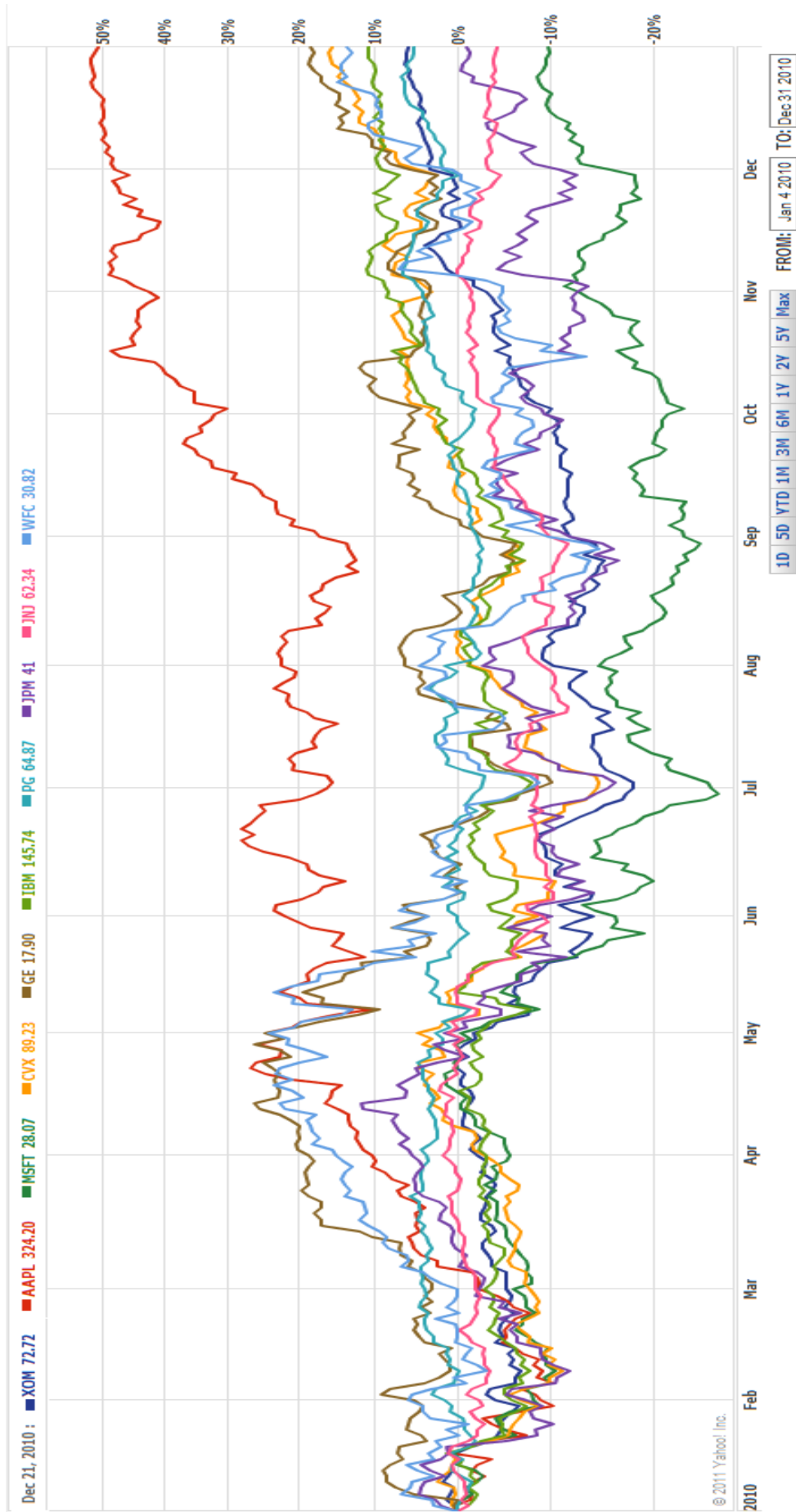
Na akciovom trhu existuje mnoho akciových indexov, ktoré sú aproximáciou trhového portfólia [3] a váhy jednotlivých akcií spĺňajú nasledovnú rovnicu:

$$w_i = \frac{\text{trhová kapitalizácia aktíva } i \text{ na trhu}}{\text{kapitalizácia celého trhu}}$$

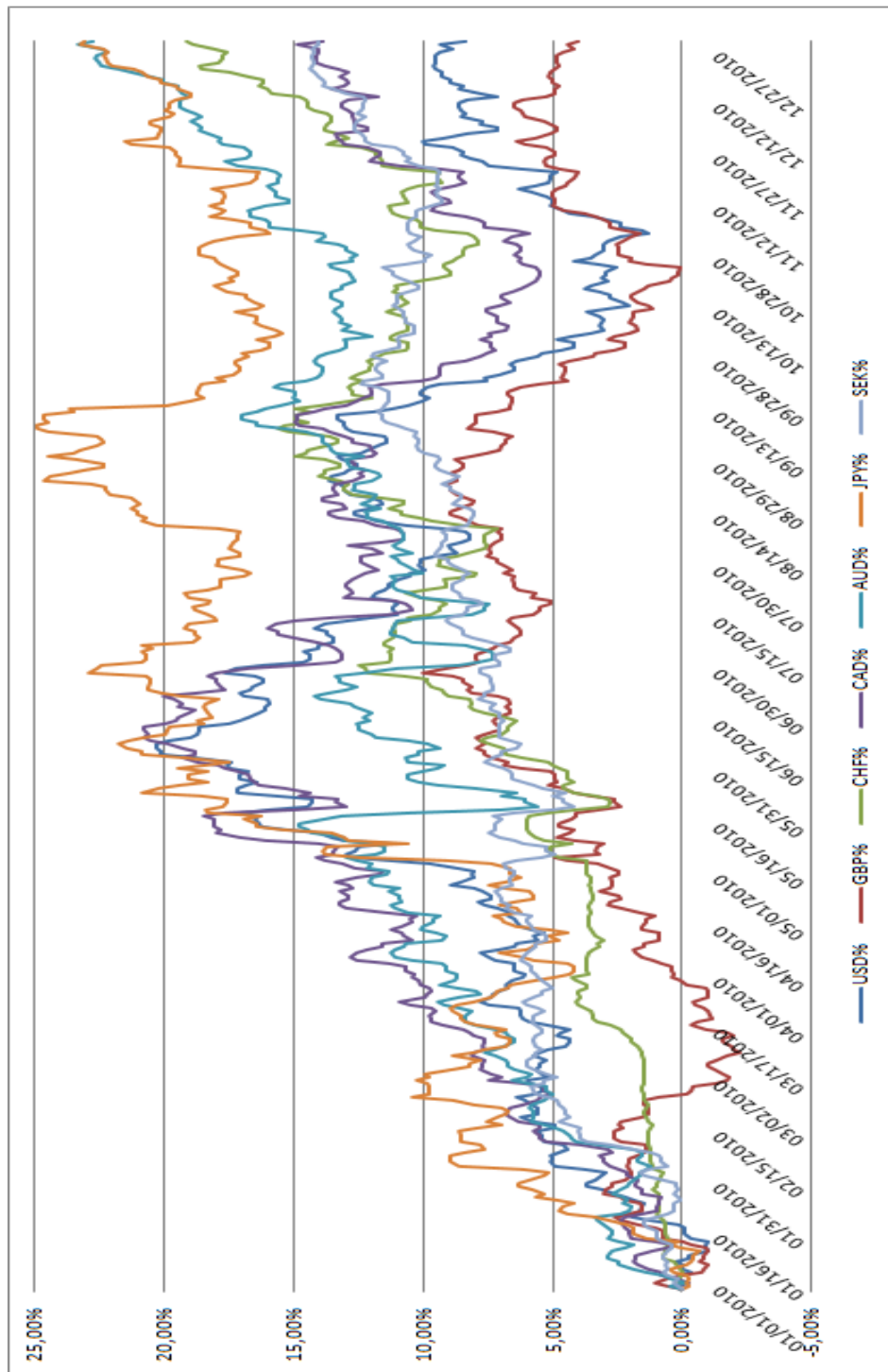
kde trhová kapitalizácia je hodnota akcie vynásobená počtom akcií. Ich úlohou je reprezentovať situáciu na akciovom trhu a ich zmena hodnoty je odvodená priamo od zmeny hodnoty jednotlivých komponentov. Na menovom trhu však neexistuje nič ako trhová kapitalizácia, a preto treba vymyslieť iný spôsob určenia váh.

2.2. Porovnanie

Menový a akciový trh majú mnoho spoločných, ale aj mnoho odlišných vlastností. Keď sa pozrieme na zmenu hodnoty v dlhodobom horizonte tak jednoznačne dominuje akciový trh. Zoberme napríklad horizont posledných 5 rokov. Za toto obdobie sa hodnota akcií spoločnosti Apple zvýšila takmer 5-násobne. Ak sa pozrieme na menový trh, tak žiadna z vybraných mien nezmenila svoju hodnotu ani len dvojnásobne. Mena ktorá dosiahla najväčšie zhodnotenie od roku 1971 je švajčiarsky frank, keď sa jeho hodnota približne zdvojnásobila. Avšak v horizonte do jedného roka sa meny akciám vyrovnajú, čo ukazuje aj porovnanie *Obrázka č.2.1*, vývoj cien akcií desiatich najväčších amerických firiem podľa trhovej kapitalizácie (Exxon Mobil, Apple, Microsoft, General Electric, IBM, Chevron, Procter & Gamble, JP Morgan Chase, J & J, Wells Fargo) a cenový vývoj vybraných mien zobrazený na *Obrázku č.2.2* v roku 2010.



Obrázok č.2.1: Percentuálny vývoj cien akcií desiatich najväčších amerických firiem



Obrázok č.2.2: Percentuálny vývoj kurzov svetových mien voči euru

Pri pohľade na *Obrázok č.2.1* vidíme vyčnievať spoločnosť Apple, ktorej akcie sa zhodnotili o vyše 50%. Hodnota akcií ostatných firiem sa v absolútnej hodnote menila v rozmedzí do 30%, čo je porovnateľné s percentuálnymi zmenami na menovom trhu, kde vidíme na *Obrázku č.2.2* rozmedzie do 25%. Týmto sa potvrdili naše očakávania.

3. Porovnanie rôznych stratégií určovania váh

Na menovom trhu však neexistuje nič také ako trhovú kapitalizáciu a preto pri určovaní váh pre jednotlivé meny sme vytvorili štyri stratégie a porovnali ako sa správali za posledný rok (2010). Sú to tieto stratégie:

- Naivná diverzifikácia
- Váhy podľa zobchodovaného objemu
- Váhy podľa veľkosti ekonomiky
- Váhy podľa HDP per capita

3.1. Naivná diverzifikácia

Je to najjednoduchší spôsob diverzifikácie. Funguje tak, že každému aktívu sa priradí rovnaká váha. Čiže pre n aktív sa váha každého z nich určí ako:

$$w_i = \frac{1}{n}$$

Ako počiatočnú hodnotu indexu sme si zvolil hodnotu 100 €. Pri naivnej diverzifikácii sa týchto 100 € rozdelí medzi všetkých sedem mien rovnakým dielom, čo je 14,2857 €. To som potom prepočítal do cudzej meny kurzom k 1.1.2010. Toto nám znázorňuje *Tabuľka č.3.1.*

Mena	Hodnota v cudzej mene
USD	20,52
GBP	12,73
CHF	21,21
CAD	21,56
AUD	22,86
JPY	1899,7
SEK	146,55

Tabuľka č.3.1: Hodnoty v cudzej mene pri naivnej diverzifikácii

3.2. Váhy podľa zobchodovaného objemu

V tejto stratégii sme jednotlivé váhy určili podľa toho akou mierou sa jednotlivé meny podieľajú na obchodoch na menovom trhu. Jednotlivé váhy a prepočítané hodnoty do cudzej meny sú uvedené v *Tabuľke č.3.2*.

Mena	Objem obchodov na forexe	Váha	Hodnota v cudzej mene
USD	84,9 %	0,613883	88,19
JPY	19 %	0,137383	1826,9
GBP	12,9 %	0,093275	8,31
AUD	7,6 %	0,054953	8,8
CHF	6,4 %	0,046276	6,87
CAD	5,3 %	0,038322	5,78
SEK	2,2 %	0,015907	16,32

Tabuľka č.3.2: Váhy jednotlivých mien podľa veľkosti objemu obchodov (apríl 2010)

Poznámka: Ako sme si mohli všimnúť, tak súčet v stĺpci *Objem obchodov na forexe* v *Tabuľke č.3.2* je viac ako 100 %. Je to spôsobené tým, že na menovom trhu sa obchodujú menové páry, čiže vždy dve meny naraz. Jedna mena sa pritom kupuje a druhá predáva. Preto ak by sme zobrali súčet za všetky meny, dostali by sme 200 %.

3.3. Váhy podľa veľkosti ekonomiky

Aj keď pre jednotlivé ekonomiky daných štátov neexistuje podobný ukazovateľ ako je trhovú kapitalizácia pre firmy, tak ekonomika daného štátu sa dá vyčíslit' výškou HDP. Tak sme navázil jednotlivé meny do indexu na základe veľkosti nominálneho HDP. Výsledné váhy určené pomocou tejto stratégie sú uvedené v *Tabuľke č.3.3*.

Mena	HDP v miliónoch USD v roku 2009	Váha	Hodnota v cudzej mene
USD	14119050	0,574051	82,47
JPY	5068894	0,206091	2740,57
GBP	2178856	0,088588	7,89
CAD	1336427	0,054336	8,20
AUD	994246	0,040424	6,47
CHF	491923	0,020001	2,97
SEK	406072	0,01651	16,94

Tabuľka č.3.3: Váhy jednotlivých mien podľa veľkosti ekonomiky

3.4. Rozdelenie váh podľa výšky HDP per capita

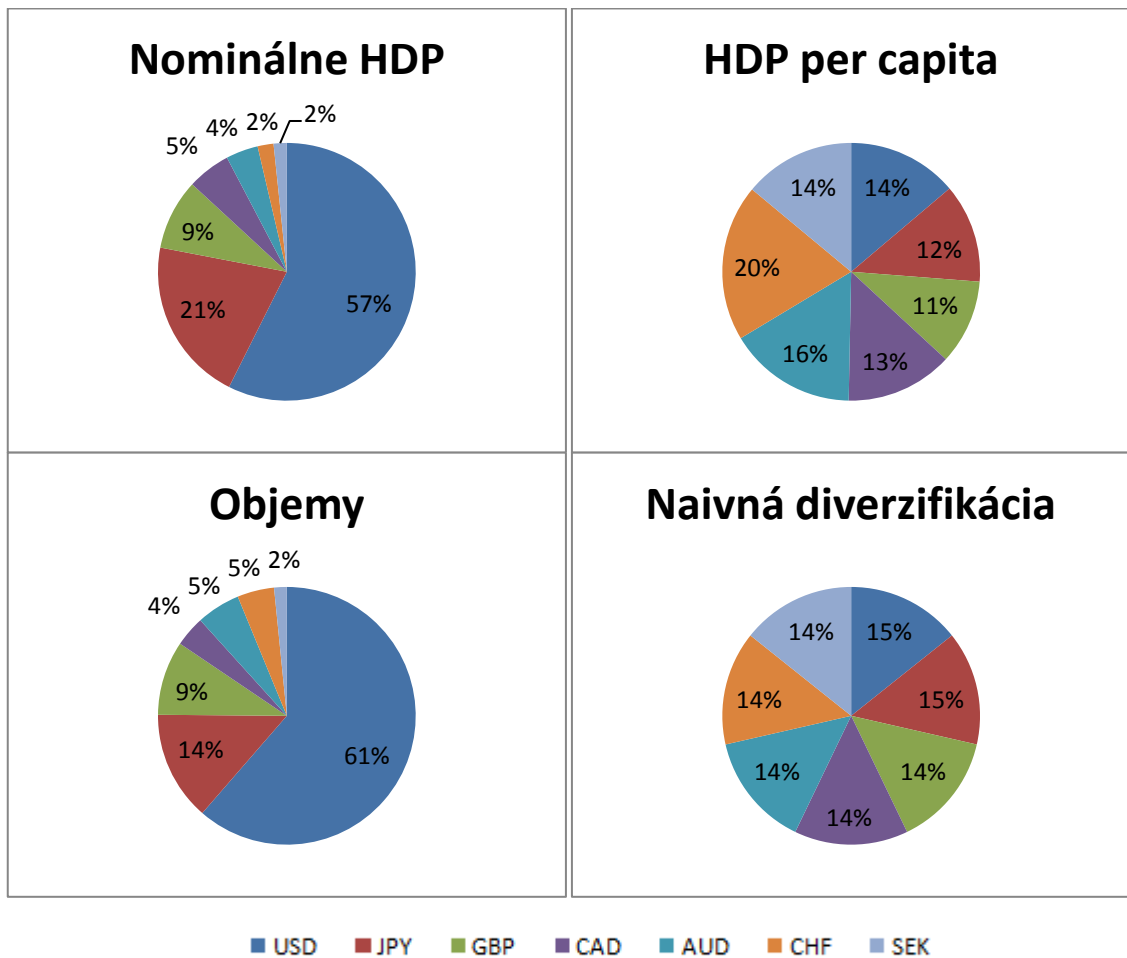
Ako poslednú porovnávaciu stratégiu sme zvolili ako kritérium výšku HDP na jedného obyvateľa (HDP per capita). Tento ukazovateľ by mal lepšie odzrkadľovať ekonomickú situáciu a stabilitu v krajine ako nominálne HDP. Otázkou zatiaľ ostáva, či je vhodný aj pre určenie váh pre menový index.

Mena	HDP v miliónoch USD	Váha	Hodnota v cudzej mene
CHF	67	0,196539	29,19
AUD	54,8	0,206091	25,72
SEK	47,6	0,088588	143,24
USD	47,1	0,054336	19,85
CAD	45,8	0,040424	20,28
JPY	42,3	0,020001	1650,04
GBP	36,3	0,01651	9,49

Tabuľka č.3.4: Váhy jednotlivých mien podľa HDP per capita v roku 2009

3.5. Porovnanie stratégií

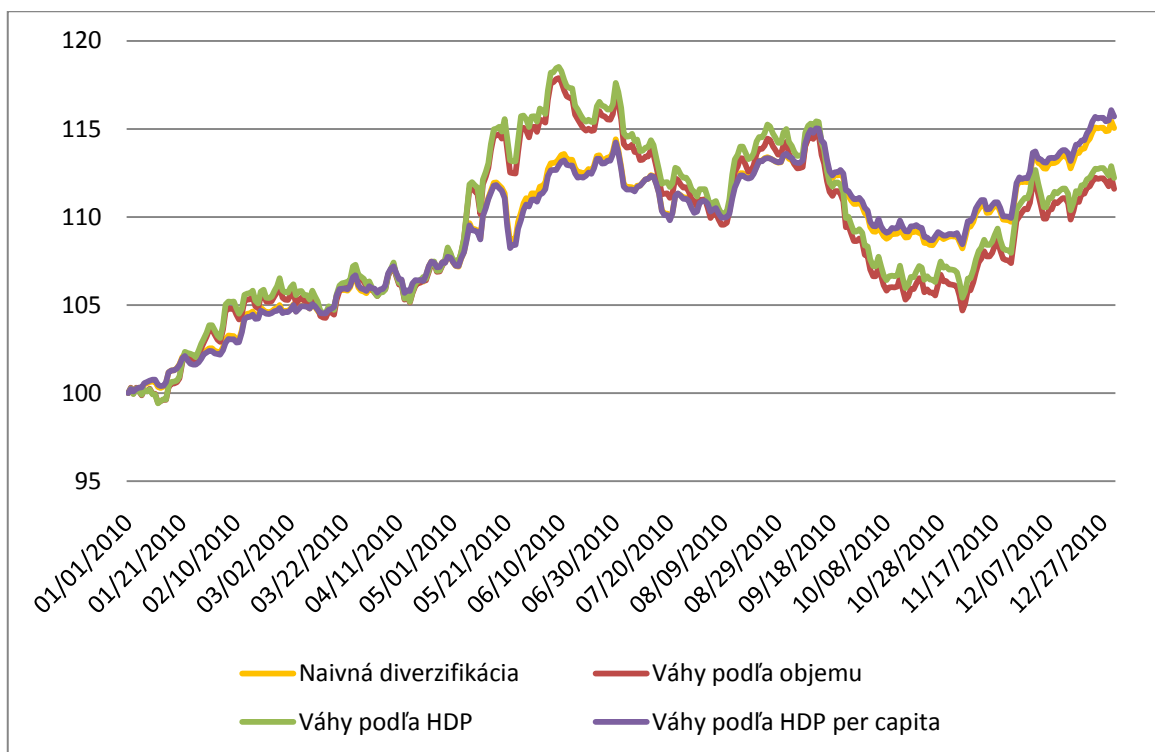
Na *Obrázku č.3.1* vidíme ako sa rozdelili meny pri rôznom prístupe určovania váh.



Obrázok č.3.1: Porovnanie rozdelenia váh v jednotlivých stratégiách

Pri pohľade na *Obrázok č.3.1* vidíme, že ak porovnáme koláčový graf ktorý reprezentuje rozdelenie váh podľa nominálneho HDP a graf podľa objemu obchodov vyzerajú veľmi podobne. Z toho sa dá predpokladať, že vývoj týchto dvoch stratégií bude podobný. Na prvých troch miestach sú krajiny v rovnakom poradí v približne rovnakom pomere, čím sa ukazuje, že najväčšie ekonomiky majú najväčší podiel na obchodoch, ktoré sú realizované na menovom trhu. Podobne ak porovnáme koláčové grafy, ktoré reprezentujú rozdelenie váh podľa HDP per capita a naivnú diverzifikáciu, tak sú si dost' podobné a preto sa aj pri týchto dvoch stratégiách dá očakávať podobný vývoj.

Pre porovnanie stratégií sme si zakreslili vývoj všetkých stratégií do jedného grafu počas roka 2010. Tento vývoj zobrazuje *Obrázok č.3.2*.



Obrázok č.3.2: Časový vývoj jednotlivých stratégií počas roka 2010

Pri pohľade na graf zobrazený na *Obrázku č.3.2* je zrejmé, že sa nám potvrdili predpoklady o tom, že stratégie s rozdelením váh podľa objemu a podľa nominálneho HDP sa nám správajú podobne, rovnako ako sa správajú podobne aj zvyšné dve stratégie. Je to spôsobené tým, že tieto stratégie priradili jednotlivým menám podobné váhy. Do začiatku mája sa správajú všetky štyri stratégie dosť podobne. V tomto období vidíme nárast hodnoty všetkých stratégií, čo znamená, že svetové meny voči spoločnej európskej mene posilňujú, respektíve že euro oslabuje. To bolo spôsobené najmä tým, že začiatkom roka 2010 sa objavili problémy vo viacerých európskych ekonomikách na čele s Gréckom, ktoré vrcholili práve v máji 2010, čo malo za následok obavy investorov o budúcnosť eurozóny a eura. Vplyvom týchto faktorov začalo euro strácať voči všetkým hlavným menám. Najmä voči americkému doláru a japonskému jenu. Americký dolár ako svetová mena číslo jedna bol preferovaný pred neistým eurom. V časoch krízy posilňuje aj japonský jen vďaka uzatvárania tzv. „carry trades“ obchodov, čo sú obchody na úrokový diferenciál. To znamená že obchodníci si požičiavajú nízko úročené meny a následne ich investujú do mien s vyšším úročením. Japonský jen s úrokom menej ako 1% ja najpoužívanejšou menou

na takéto obchody, a preto v časoch krízy posilňuje a v časoch ekonomického rastu oslabuje. To malo za následok, že stratégie, v ktorých boli tieto meny zastúpené vyššími váhami (podľa objemu a podľa nominálneho HDP) začali zvyšovať svoju hodnotu rýchlejšie ako zvyšné dve. Aby menový index spĺňal svoju úlohu mal by najmä odzrkadľovať pohyb kapitálu, čo v tomto prípade lepšie reprezentovali stratégie, v ktorých má najväčšie zastúpenie americký dolár a japonský jen. Ďalšou udalosťou, ktorá vo veľkej miere ovplyvnila vývoj na finančných trhoch bolo oznámenie americkej centrálnej banky FED o spustení tzv. kvantitatívneho uvoľňovania (QE2) začiatkom novembra, ktoré malo slúžiť na podporu americkej ekonomiky. Jeho vplyv vidíme na grafe už začiatkom septembra, kedy trhy začali počítat' s možnosťou kvantitatívneho uvoľňovania a dolár začal oslabovať z dôvodu očakávania zvýšenia jeho ponuky. K posilňovaniu eura prispela aj aktivita Európskej únie v súvislosti s fiškálnou krízou eurozóny, kedy vypracovala obranný mechanizmus na ochranu investícií v týchto krajinách, tzv. euroval. Tu sa ukázala nevýhoda toho, že americký dolár má až príliš veľkú váhu v stratégiách podľa objemu obchodov a podľa nominálneho HDP. Hodnota týchto dvoch stratégií klesala rýchlejšie ako zvyšné dve, čo ale nebolo spôsobené zmenou hodnoty eura, ale prudkou zmenou hodnoty dolára. Po zvyšok roka sa už všetky stratégie správali podobne, kedy zvyšovali svoju hodnotu, v dôsledku obnovenia obáv o stabilitu eurozóny. Vplyv na rast hodnoty malo aj spomínané kvantitatívne uvoľňovanie zo strany americkej centrálnej banky a to tým spôsobom, že spôsobilo rast cien komodít, ktorý sa pričínil o rast kanadského a najmä austrálskeho dolára, ktoré sú tzv. komoditné meny. To znamená, že ich hodnota sa mení v závislosti od vývoja na komoditných trhoch, keďže sú to ekonomiky exportujúce veľké množstvo surovín (komodít).

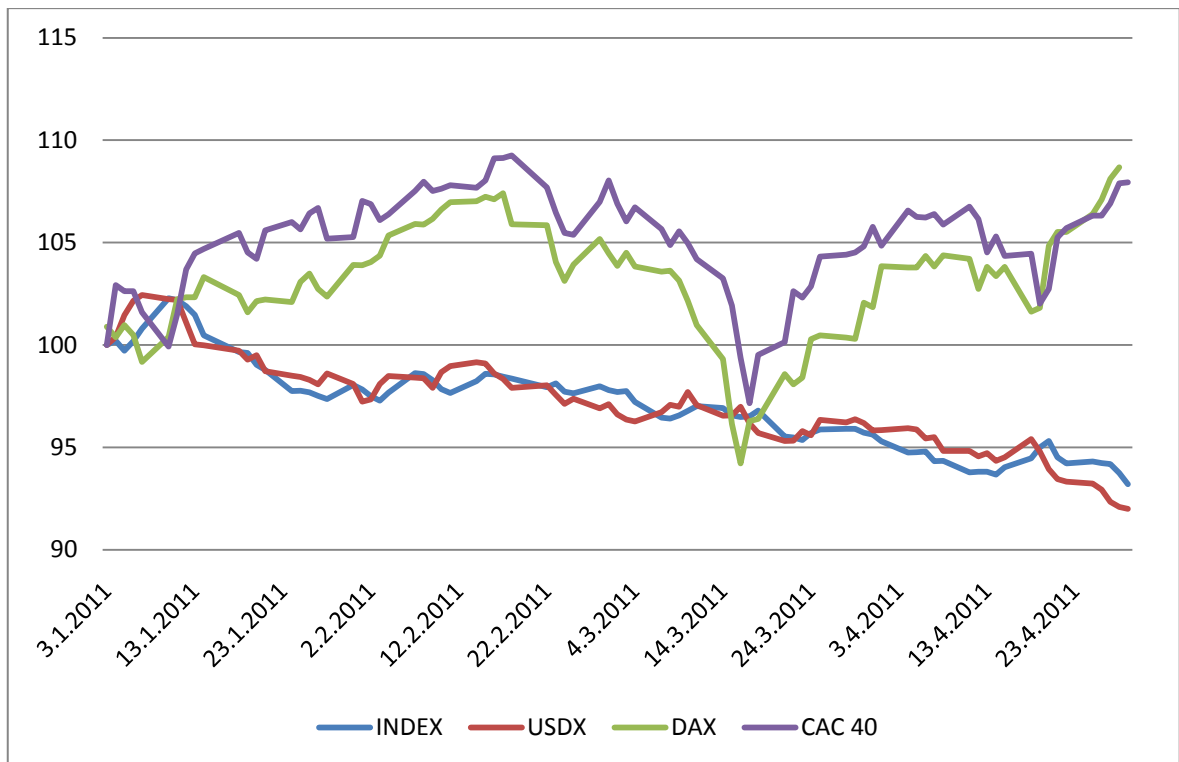
4. Skonštruovanie menového indexu a jeho správanie na trhu

Na základe predchádzajúcej analýzy je zrejmé, že nám ostali na výber v podstate dva prístupy pre navázanie jednotlivých mien do menového indexu. A to podľa veľkosti ekonomiky (nominálne HDP), respektíve pomere na vykonaných obchodoch na menovom trhu, alebo podľa veľkosti HDP per capita, ktoré je blízke naivnej diverzifikácii. Aby sme z časti eliminovali obrovský vplyv zmeny hodnoty dolára na zmenu hodnoty celej stratégie a naopak aby sme zachytili presuny kapitálu rozhodli sme sa ako výslednú stratégiu skonštruovať ako priemer týchto dvoch prístupov. Výsledné váhy v menovom indexe sú teda:

$$w_i = \frac{w_i^n + w_i^c}{2}$$

kde w_i^n je váha i -tej meny podľa nominálneho HDP a w_i^c je váha i -tej meny podľa HDP per capita.

Takto navážený index sme následne aplikovali na menový trh v období od 3.januára 2011 do 29.apríla 2011 a sledovali jeho časový vývoj v porovnaní s najväčšími akciovými indexmi eurozóny (nemecký DAX a francúzsky CAC 40) a dolárovým indexom USDX. Naše očakávania boli, že dolárový menový index USDX bude mať podobný charakter vývoja ako nami vytvorený menový index. Napríklad pri prudkom posilnení amerického dolára by dolárový index posilňoval, rovnako ako by v takom prípade posilňoval aj náš menový index. Rovnako sme očakávali, že medzi akciovými indexmi bude silná korelácia, keďže na akciový trh v Nemecku aj vo Francúzsku vplyvajú spoločné faktory (podobne ako keby sme chceli porovnať americké akciové indexy S&P 500 a Dow Jones). Avšak očakávania na koreláciu medzi akciovými a menovými indexmi nie sú jednoznačné. Na jednej strane by sa dalo očakávať, že pri posilňovaní meny (napríklad eura) by prílev kapitálu do eurozóny mohol podporiť investovanie do akcií, čo by malo za následok rast akciových indexov. Na druhej strane silnejšie euro môže spôsobiť pokles exportu, čo by malo za následok znižovanie ziskov a následne aj hodnoty akcií spoločností, ktoré sú proexportne zamerané a v tom prípade by klesali aj akciové indexy. Ďalší rozdiel by sa mohol prejaviť v prípade vypuknutia paniky okolo eura ako tomu bolo v prvom polroku roku 2010. Kým na akcie by to malo okamžite prudko negatívny vplyv, tak menové indexy by nereagovali tak prudko vďaka tomu, že sú diverzifikované do viacerých mien.

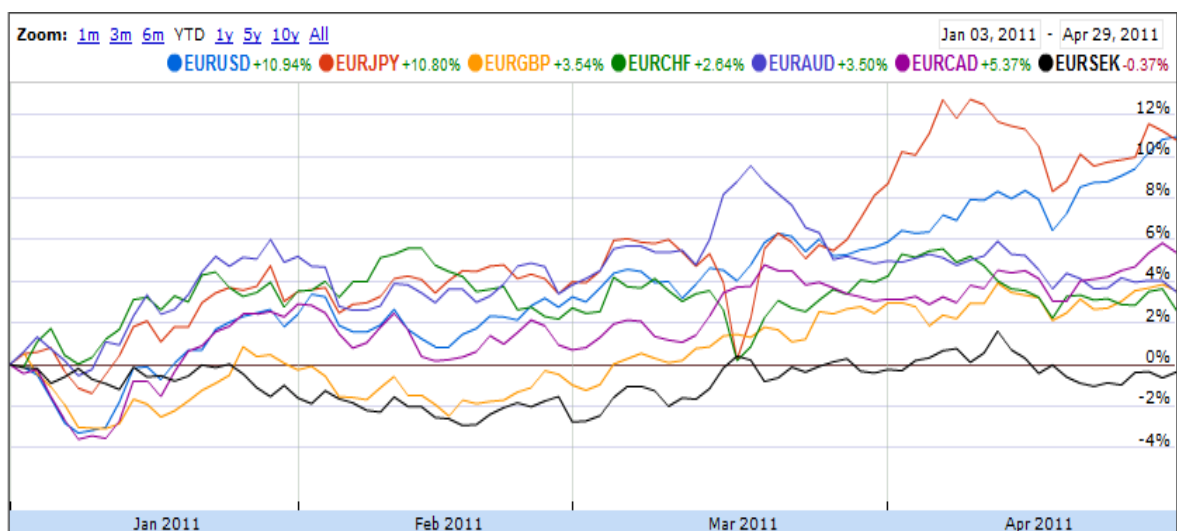


Obrázok č.4.1: Časový vývoj menových a akciových indexov za sledované obdobie

Z Obrázka č.4.1 je zrejmé, že naše očakávanie ohľadom korelácie medzi dvomi akciovými indexmi sa potvrdilo, rovnako ako sa potvrdilo aj očakávanie, že nami vytvorený menový index a dolárový index budú mať podobný vývoj. Ak sa pozrieme ako sa vyvíjala hodnota nami vytvoreného indexu tak vidíme že jeho hodnota počas prvých dvoch týždňov stúpala, ale potom už systematicky klesala až do konca sledovaného obdobia. Celková strata za štyri mesiace predstavovala 6,78 %. Pre bližšiu analýzu tohto vývoja je dobré pozrieť sa na to ako sa vyvíjala hodnota eura voči menám obsiahnutým v indexe, čo vidíme na *Obrázku č.4.2* a môžeme pozorovať, že euro posilnilo voči všetkým menám okrem švédskej koruny a aj v tomto prípade je oslabenie eura minimálne. To znamená, že náš menový index splnil svoju úlohu na ktorú bol skonštruovaný a pri poklese hodnoty svetových mien oproti euru jeho hodnota klesala, čím indikoval súčasnú situáciu na trhu. Najviac posilnilo euro voči americkému doláru a japonskému jenu (vyše 10 %), čo sú meny ktoré majú v našom indexe najväčšie váhy. To spôsobuje vyššiu stratu hodnoty indexu (6,78 %) ako sú straty na ostatných jednotlivých menách (do 6 %). Najvýraznejšiu volatilitu môžeme pozorovať pri japonskom jenu, čo bolo spôsobené marcovými udalosťami v krajine (zemetrasenie, jadrová katastrofa). Avšak pri pohľade na náš menový index to nie je také zjavné vďaka diverzifikácii. Ak sa pozrieme na *Obrázok č.4.2*, tak vidíme že prudký pokles japonského jenu v tomto období vykompenzoval prudký nárast amerického dolára. Naopak pri

pohľade na akciové indexy je táto udalosť zjavná a výrazne ovplyvnila ich vývoj, najmä kvôli panike ktorá na finančných trhoch vznikla. Teda naše prvé zásadné pozorovanie je, že menové indexy sú menej volatilné a teda aj menej rizikové ako akciové indexy.

Pre nás najdôležitejšie je porovnanie dolárového indexu USDX a nami vytvoreného indexu. Aj keď sú oba indexy tvorené rôznymi prístupmi tak ich vývoj je veľmi podobný. Euro tvorí viac ako polovicu dolárového indexu a naopak dolár tvorí viac ako tretinu nášho indexu, čo je v oboch prípadoch najväčšia váha. Tieto meny sa podieľajú takmer na troch štvrtinách všetkých obchodov, ktoré sa vykonávajú na menovom trhu, čo znamená že väčšina kapitálu sa prelieva medzi týmito dvomi menami. Ukázalo sa, že sme dokázali skonštruovať menový index, ktorý sa zo svojimi vlastnosťami ako volatilita, reprezentatívnosť, výnos (resp. strata) vyrovná existujúcemu a dlhú dobu fungujúcemu menovému indexu napriek tomu, že je vytvorený iným prístupom a je denominovaný v inej mene.



Obrázok č.4.2: Časový vývoj eura voči jednotlivým menám obsiahnutým v nami vytvorenom menovom indexe za sledované obdobie

5. Výber váh podľa Markowitzovej teórie portfólia

Pri hľadaní optimálneho portfólia nás zaujímajú dve základné veci. Chceme maximalizovať svoj zisk ($r_p \rightarrow \max$) a minimalizovať riziko ($\sigma_p \rightarrow \min$). Tento problém nemá jediné riešenie, lebo maximalizácia zisku a minimalizácia rizika idú “proti sebe“. Aby sme dostali jediné riešenie, musíme jednu premennú fixovať, napríklad na základe našej averzie voči riziku. Fixovaním r_p dostávame tzv. *Markowitzov problém*:

$$\min_w \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^n w_i w_j \sigma_{ij}$$

$$\sum_{i=1}^n w_i r_i = r_p \quad \sum_{i=1}^n w_i = 1$$

kde r_i sú stredné hodnoty výnosov jednotlivých aktív, w_i sú ich váhy v portfóliu a riziko je reprezentované $\sigma_{ij} = \text{cov}(r_i, r_j)$. Riešeniu tohto klasického problému sa venuje aj odborná literatúra z roku 1972 [4], v ktorej je podrobne odvodený postup riešenia. Úlohu riešime pomocou Lagrangeových multiplikátorov. Prepíšeme ju na tvar:

$$(1) \quad L(w_1, \dots, w_n, \lambda_1, \lambda_2) = \min \left\{ \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^n w_i w_j \sigma_{ij} + \lambda_1 \left[r_p - \sum_{i=1}^n w_i r_i \right] + \lambda_2 \left[1 - \sum_{i=1}^n w_i \right] \right\}$$

po parciálnom derivovaní (1) dostávame sústavu rovníc:

$$(2) \quad 0 = \sum_{j=1}^n w_j \sigma_{ij} - \lambda_1 r_i - \lambda_2, \quad i = 1, \dots, n$$

$$r_p = \sum_{i=1}^n w_i r_i \quad 1 = \sum_{i=1}^n w_i$$

Okrem toho, že váhy w_i riešia sústavu rovníc (2), tak aj minimalizujú σ_p^2 a sú jednoznačne určené z predpokladov variančno-kovariančnej matice Ω (symetrická, kladne definitná). Tento systém rovníc je lineárny vo váhach w_i a tak dostávame:

$$(3) \quad w_i = \lambda_1 \sum_{j=1}^n v_{i,j} r_j + \lambda_2 \sum_{j=1}^n v_{i,j}, \quad i = 1, \dots, n$$

kde $v_{i,j}$ sú prvky inverznej variančno-kovariančnej matice Ω^{-1} .

Definujeme:

$$A = \sum_{j,k=1}^n v_{k,j} r_j \quad B = \sum_{j,k=1}^n v_{j,k} r_j r_k$$
$$C = \sum_{j,k=1}^n v_{j,k} \quad D = BC - A^2 > 0$$

Výsledné váhy pre jednotlivé aktíva dostaneme ako:

$$(4) \quad w_k = \frac{r_p \sum_{j=1}^n v_{j,k} (C r_j - A) + \sum_{j=1}^n v_{j,k} (B - A r_j)}{D}, k = 1, \dots, n$$

Riziko bude reprezentované:

$$(5) \quad \sigma_p^2 = \frac{C r_p^2 - 2A r_p + B}{D}$$

5.1. Aplikácia na menový trh

Myšlienkou výberu optimálneho portfólia z rôznych mien sa zaoberal už začiatkom 80-tych rokov minulého storočia profesor Levy [5], ktorý analyzoval vo svojej práci rôzne možnosti a prístupy vo svojej práci. V tejto práci bolo ukázané, že portfólio, v ktorom sa nepripúšťajú záporné váhy (krátke pozície) má horšie parametre ako portfólio, v ktorom budú záporné váhy povolené. Preto budeme optimalizovať s možnosťou záporných váh. Najskôr sa vypočítajú výnosy pre jednotlivé meny podľa vzorca:

$$R_{i,t} = \frac{p_{i,t}}{p_{i,t+1}} - 1$$

kde $p_{i,t}$ je hodnota (cena) jedného eura v jednotkách i -tej meny v čase t .

Tieto výnosy ešte treba upraviť o výnosy, ktoré nám plynú z držania cudzej meny. Tieto výnosy sú v každej krajine iné a každá mena sa zhodnocuje príslušným úrokom. Uvedme si jednoduchý príklad. Ak si uložíme peniaze na účet na Slovensku v eurách, tak sa nám peniaze zhodnocujú iným úrokom, ako keby sme si peniaze zamenili za americké doláre a uložili si ich na účet v USA. Výsledný (T značí total) výnos dostaneme zo vzorca

$$\begin{aligned} R_{i,t}^T &= \frac{p_{i,t}(1+u_{i,t})}{p_{i,t+1}} - 1 = \left(\frac{p_{i,t}}{p_{i,t+1}} - 1 \right) (1+u_{i,t}) + u_{i,t} \\ &= R_{i,t}(1+u_{i,t}) + u_{i,t} = R_{i,t} + u_{i,t} + R_{i,t}u_{i,t} \end{aligned}$$

kde $u_{i,t}$ je úrok v i -tej krajine v čase t .

Týmto postupom dostávame vektor výnosov r , ktorého prvky nám vstupujú do Markowitzovho problému.

Na to aby sme našli optimálne portfólio potrebujeme nájsť dotyčnicu k hyperbole z bodu r_f (bezrizikový výnos). Ak označíme $\alpha = \frac{C}{D}$, $\beta = \frac{2A}{D}$, $\gamma = \frac{B}{D}$ tak rovnicu (5) vieme prepísať na tvar:

$$(6) \quad \sigma_p = \sqrt{\alpha r_p^2 - \beta r_p + \gamma}$$

Dotyčnicu vyjadríme ako lineárnu závislosť r_p od σ_p s predpisom:

$$(7) \quad r_p = s\sigma_p + r_f$$

Kde s je sklon (smernica) dotyčnice. Aby sme mali dotyčnicu, tak sa musia rovnať derivácie $\frac{\delta r_p}{\delta \sigma_p}$ v (6) a (7). V (7) je to:

$$(8) \quad \frac{\delta}{\delta \sigma_p} s \sigma_p + r_f = s$$

Z (6) dostaneme:

$$(9) \quad 2\sigma_p = 2\alpha r_p \frac{\delta r_p}{\delta \sigma_p} - \beta \frac{\delta r_p}{\delta \sigma_p}$$

Z (8) a (9) dostávame rovnosť:

$$(10) \quad \frac{\delta r_p}{\delta \sigma_p} = \frac{2\sigma_p}{2\alpha r_p - \beta} = s$$

Dosadíme (10) do (7) a ostáva nám doriešiť sústavu rovníc:

$$\sigma_p^2 = \alpha r_p^2 - \beta r_p + \gamma$$

$$r_p = \frac{2\sigma_p^2}{2\alpha r_p - \beta} + r_f$$

Ich riešením dostávame vzťah pre očakávaný výnos portfólia r_p v závislosti od bezrizikovej úrokovej miery r_f :

$$r_p = \frac{\gamma - \frac{1}{2}\beta r_f}{\frac{1}{2}\beta - \alpha r_f}$$

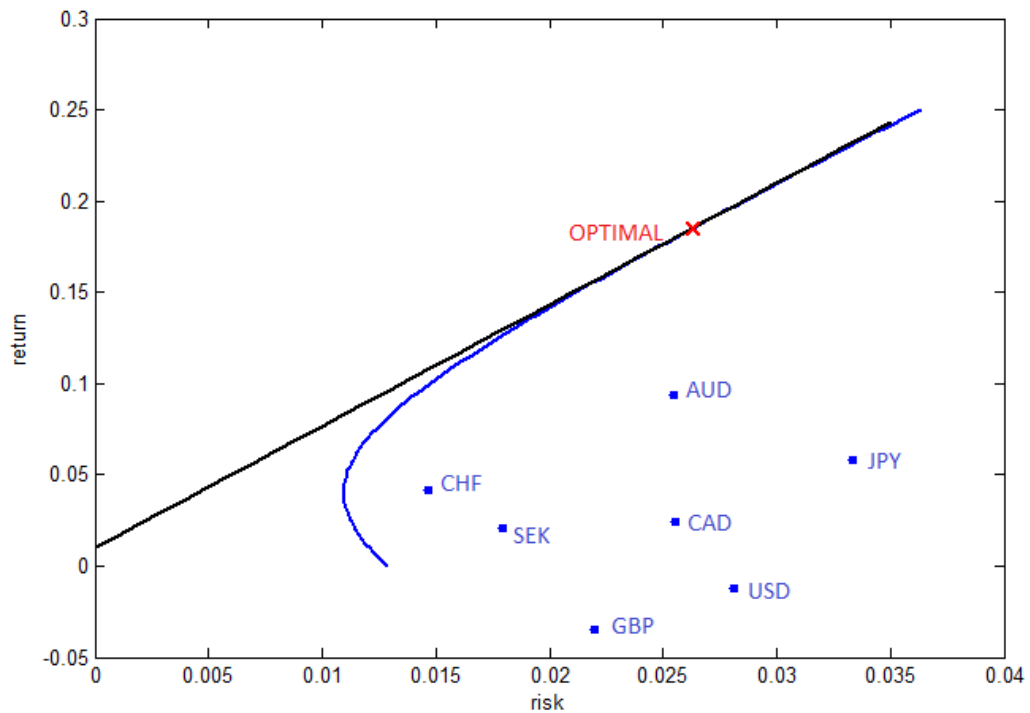
Keď už poznáme σ_p a r_p vieme sklon dotyčnice s a v dotykovom bode bude optimálne portfólio:

$$s = \frac{2\sigma_p}{2\alpha r_p - \beta}$$

5.2. Konštrukcia optimálneho menového portfólia

Pomocou vlastného programu v Matlabe (Príloha č.1) sme vyriešili Markowitzov problém a našli optimálne portfólio pre tri rôzne obdobia historických dát. Chceli sme zistiť, či a aký bude mať vplyv ak zoberiem dáta za posledných 5 rokov, čiže od januára 2006, čo bolo obdobie pred finančnou krízou až do roku 2010 po kríze. Potom obdobie od vypuknutia finančnej krízy od roku 2008, čiže 2,5 roka. A nakoniec posledný rok 2010, kedy sa situácia na finančných trhoch začínala stabilizovať.

Najskôr sme zobrali dáta od januára 2006 do decembra 2010 na mesačnej báze. Výsledok optimalizácie je znázornený na *Obrázku č.5.1*.

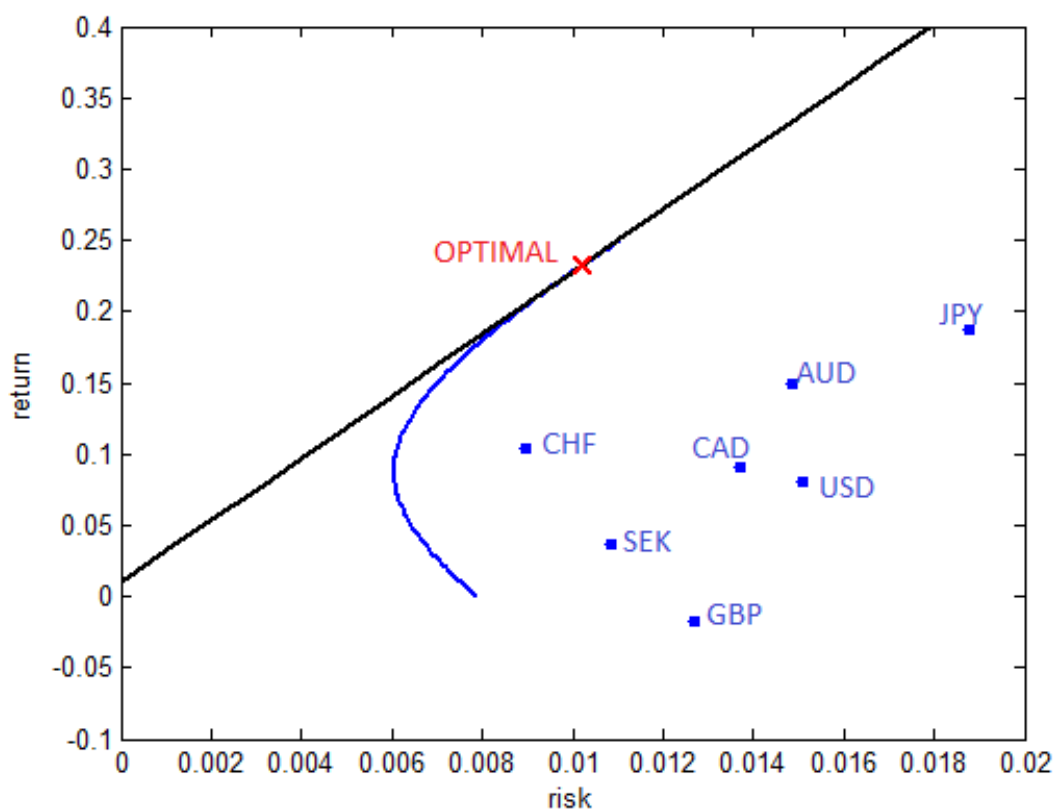


Obrázok č.5.1: Výsledok optimalizácie z päťročných historických dát

Očakávaný výnos vyšiel 18,51 % pri riziku 0,0263 s váhami pre jednotlivé meny nasledovne. Americký dolár (-41,72 %), britská libra (-43,83 %), japonský jen (75,03), švajčiarsky frank (37,71), kanadský dolár (-25,84 %), austrálsky dolár (125,23 %), švédska koruna (-26,58). Znázornené sú aj očakávané výnosy a riziká jednotlivých mien a vidíme, že mena s najvyšším očakávaným výnosom je austrálsky dolár (5,85 %) a to aj napriek tomu, že čo sa rizikovosti týka tak sa nachádza presne v strede. A práve pre túto menu vyšla aj najväčšia váha. Naopak najhoršou menou sa javí britská libra s očakávaným

výnosom -3,46 %. Tomu prislúcha aj najnižšia výsledná váha. Ako najrizikovejšia mena sa ukazuje japonský jen avšak napriek tomu má druhú najvyššiu váhu v portfóliu vďaka druhému najvyššiemu očakávanému výnosu. Najmenej rizikovou menou je švajčiarsky frank. Čo sa týka nášho optimálneho portfólia, tak očakávaný výnos preyšuje všetky meny (čo je aj cieľom optimalizácie) a jeho rizikovosť je približne v strede medzi najrizikovejšou a najmenej rizikovou menou.

Na *Obrázku č.5.2* je znázornené optimálne portfólio, keď sme brali dáta za posledných 2,5 roka s týždennou bázou, teda od júla 2008 do decembra 2010.

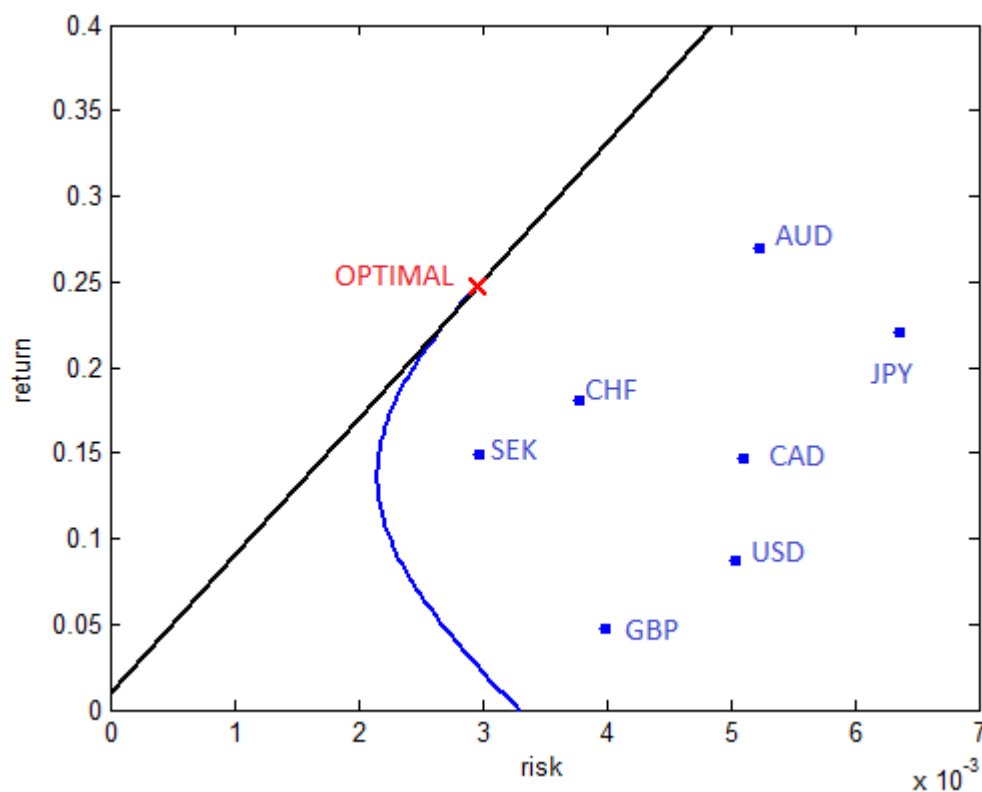


Obrázok č.5.2: Výsledok optimalizácie z historických dát za dva a pol roka

Očakávaný výnos vyšiel 23,25 % pri riziku 0,0102 s váhami pre jednotlivé meny nasledovne. Americký dolár (-44,95 %), britská libra (-26,34 %), japonský jen (65,25), švajčiarsky frank (43,35), kanadský dolár (-2,27 %), austrálsky dolár (66,97 %), švédska koruna (-2,01). Pri pohľade na jednotlivé meny vidíme, že najrizikovejšia mena je opäť japonský jen, avšak pri týchto dátach je aj mena s najvyšším očakávaným výnosom. V portfóliu má opäť druhú najvyššiu váhu za austrálskym dolárom, ktorý má druhý najvyšší očakávaný výnos a tretiu najvyššiu rizikovosť. Najnižší očakávaný výnos má opäť

britská libra, avšak najnižšiu váhu v portfóliu má americký dolár, ktorý má druhú najvyššiu rizikovosť, ale až piaty najvyšší očakávaný výnos. Najzásadnejšiu zmenu vidíme pri našom optimálnom portfóliu, keď je s najvyšším výnosom aj menej rizikové oproti ostatným menám, okrem švajčiarskeho franku, ktorý je opäť mena s najnižším očakávaným rizikom. Ďalšou zmenou oproti predchádzajúcemu portfóliu je to, že sa nám zvýšil očakávaný výnos o 4,74 % čo je nárast takmer o štvrtinu. Úroveň volatility sa ťažšie porovnáva, keďže je rozdielna báza časových dát. V prvom prípade ide o mesačné historické dáta a v druhom o týždňové. Keďže päťročné obdobie zahŕňa aj obdobie pred finančnej krízy, jej vypuknutie, ktoré bolo sprevádzané obrovskými a nečakanými výkyvmi na finančných trhoch a aj jej postupnú stabilizáciu je logické, že portfólio optimalizované pomocou týchto dát má nižší očakávaný výnos ako to ktoré je tvorené z dát od vypuknutia finančnej krízy, kedy už najväčšie šoky opadli.

Napokon sme optimalizovali pomocou dát za posledný rok (2010) s dennou bázou, čo je zobrazené na *Obrázku č.5.3*.

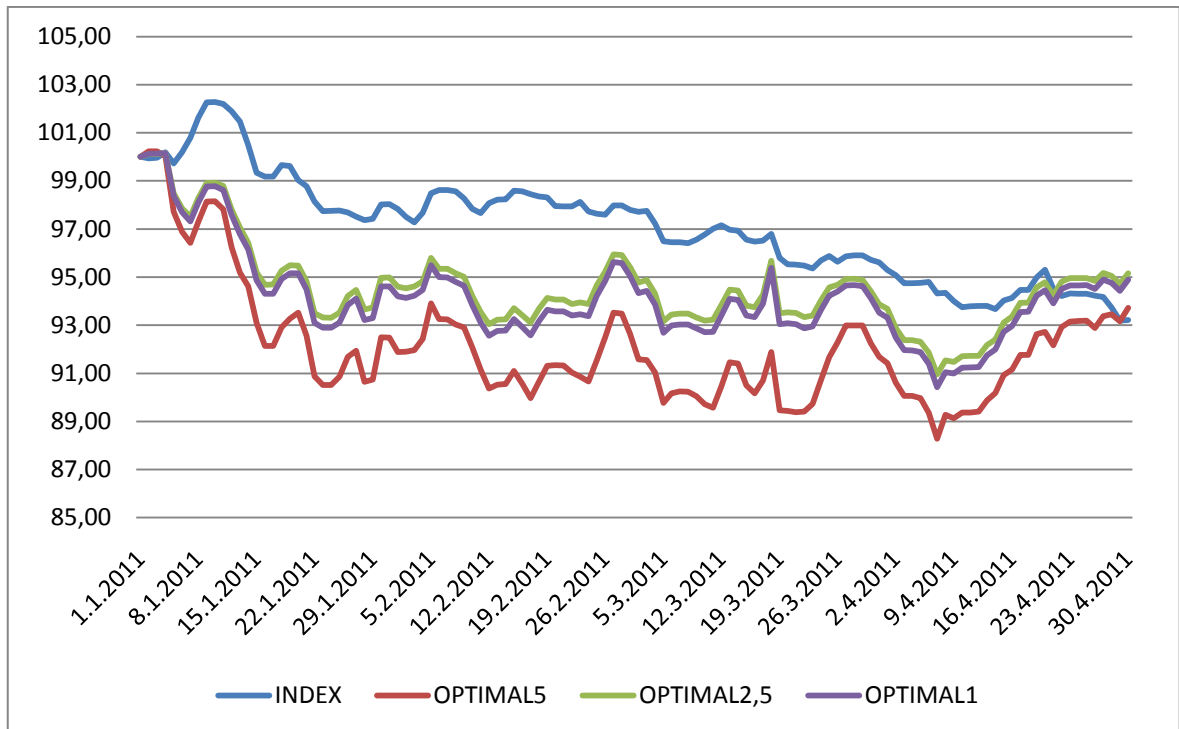


Obrázok č.5.3: Výsledok optimalizácie z historických dát za posledný rok

Očakávaný výnos vyšiel 24,75 % pri riziku 0,003 s váhami pre jednotlivé meny nasledovne. Americký dolár (-48,81 %), britská libra (-30,42 %), japonský jen (70,85), švajčiarsky frank (43,22), kanadský dolár (-1,86 %), austrálsky dolár (72,27 %), švédska koruna (-5,25). Portfóliu sú opäť zastúpené najviac dve meny s najvyšším očakávaným výnosom, ale aj najvyšším očakávaným rizikom a to austrálsky dolár a japonský jen. Najmenej rizikovou menou je pre zmenu švédska koruna, švajčiarsky frank sa udržal na druhom mieste. Je zaujímavé pozorovať, že v tomto prípade sú očakávané výnosy pre všetky meny kladné, čomu v predchádzajúcich dvoch prípadoch tak nebolo. Na to je jednoduché vysvetlenie. V roku 2010, z ktorého boli dáta brané, v eurozóne vypukla tzv. fiškálna kríza niektorých členských štátov a to malo za následok že euro bolo vypredávané voči všetkým menám a oslabovalo voči nim. Najnižší očakávaný výnos má opäť britská libra. Najnižšiu váhu v portfóliu má americký dolár. Naše optimálne portfólio má spoločne so švédskou korunou najnižšiu očakávanú mieru rizika a je po austrálskom dolári druhé čo sa týka očakávaných výnosov. Ak ho porovnáme s predchádzajúcim portfóliom tak jeho očakávaný výnos sa zvýšil o 1,5 %. Týmto sa ukázalo, že čím kratšie obdobie berieme do úvahy pri optimalizácii, tým nám vychádzajú lepšie hodnoty očakávaných výnosov. Avšak treba brať do úvahy, že ak berieme dáta za krátke obdobie, tak aj ich výpovedná hodnota je menšia a na kratšie obdobie. Nemôžeme očakávať, že ak napríklad za posledný rok euro oslabilo voči doláru o necelých 10% tak sa to isté bude diať aj nasledujúcich desať rokov. Ale ak napríklad vidíme že švajčiarsky frank za posledných päť rokov pravidelne posilňoval voči euru v priemere o zhruba 4%, môžeme s relatívne malým rizikom očakávať, že aj najbližší rok frank oproti euru posilní.

5.3. Porovnanie časového vývoja portfólií

Na záver sa pozrime aký bol vývoj týchto portfólií za prvé štyri mesiace roku 2011 v porovnaní s našim indexom. Tento vývoj nám popisuje *Obrázok č.5.4*.



Obrázok č.5.4: Časový vývoj nášho indexu a jednotlivých portfólií od začiatku roka 2011

	INDEX	OPTIMAL5	OPTIMAL2,5	OPTIMAL1
Výnos	-6,78%	-6,28%	-4,84%	-5,11%
Volatilita	0,004247	0,008838	0,006656	0,007072

Tabuľka č.5.1: Výnosy a volatilita za sledované obdobie

Mena	Váhy			
	INDEX	OPTIMAL5	OPTIMAL2,5	OPTIMAL1
JPY	0,1651	0,7503	0,6525	0,7085
SEK	0,0781	-0,2658	-0,0201	-0,0525
USD	0,3561	-0,4172	-0,4495	-0,4881
AUD	0,1006	1,2523	0,6697	0,7227
CHF	0,1083	0,3771	0,4335	0,4322
GBP	0,0975	-0,4383	-0,2634	-0,3042
CAD	0,0943	-0,2584	-0,0227	-0,0186

Tabuľka č.5.2: Rozdelenie váh v jednotlivých portfóliách a v našom indexe

	JPY	SEK	USD	AUD	CHF	GBP	CAD
JPY	1,0000	-0,1283	0,7682	-0,3835	0,4507	0,1634	0,0492
SEK	-0,1283	1,0000	-0,0325	0,3676	-0,0874	0,1519	0,3615
USD	0,7682	-0,0325	1,0000	-0,0785	0,4768	0,4114	0,3853
AUD	-0,3835	0,3676	-0,0785	1,0000	-0,0667	0,2706	0,6064
CHF	0,4507	-0,0874	0,4768	-0,0667	1,0000	0,1603	0,1456
GBP	0,1634	0,1519	0,4114	0,2706	0,1603	1,0000	0,4354
CAD	0,0492	0,3615	0,3853	0,6064	0,1456	0,4354	1,0000

Tabuľka č.5.3: Korelačná matica týždenných výnosov jednotlivých mien

V Obrázku č.5.4 je naše menový index označený ako INDEX, portfólio vytvorené optimalizáciou na základe päťročných historických dát je OPTIMAL5, portfólio na základe dát za posledných dva a pol roka je OPTIMAL2,5 a portfólio, ktoré nám vyšlo na základe dát za posledný rok je označené ako OPTIMAL1. Hneď na prvý pohľad je jasné, že časový priebeh optimálnych portfólií je odlišný od časového priebehu nášho indexu. Je to očakávaný jav, keďže váhy sú určené na základe úplne iných kritérií. Navyše v optimálnych portfóliách majú niektoré meny aj záporné váhy, čo v našom indexe neplatí.

Ak by sme investovali do ktorejkoľvek stratégie, tak by sme boli na konci obdobia v strate, ale investovania do optimalizovaných portfólií by spôsobilo menšiu stratu ako investovanie do nášho menového indexu. To sa však prejavilo až na konci obdobia. Dovtedy sa hodnota nášho indexu pohybovala vyššie ako všetky tri optimálne portfóliá. Najväčšou výhodou nášho indexu je volatilita, ktorá je v porovnaní s volatilitou optimálnych portfólií viditeľne nižšia. Z toho vyplýva aj charakter časového vývoja, kedy okrem prvých týždňov nového roka hodnota nášho akciového indexu systematicky klesala. Oproti tomu, fluktuácia hodnoty optimálnych portfólií je omnoho vyššia. Najvyššia volatilita je viditeľná pri optimálnom portfóliu OPTIMAL5. Toto portfólio takisto dosiahlo najnižší výnos spomedzi troch optimalizovaných portfólií, čo korešponduje s najnižším očakávaným výnosom r_p , ktorý pre toto portfólio vyšiel. Pri pohľade na portfóliá OPTIMAL2,5, respektíve OPTIMAL1 vidíme, že majú veľmi podobný priebeh, čo je spôsobené tým, že jednotlivé váhy pre meny nám vyšli veľmi podobne v oboch týchto prípadoch optimalizácie. Ak porovnáme tieto dve portfóliá s portfóliom OPTIMAL5, vidíme podobný charakter zmien ich hodnôt, teda obraty v rastoch respektíve poklesoch ich hodnôt môžeme pozorovať v tých istých časoch. Avšak pri portfóliu OPTIMAL5 sú tieto zmeny vplyvom vyššej volatility markantnejšie.

Ďalej je zaujímavé porovnať náš index a portfólio OPTIMAL2,5. Vidíme, že priebeh z pohľadu stúpania alebo klesania je podobný aj napriek úplne odlišným váham, kedy napríklad americký dolár mal najvyššiu váhu v našom indexe, ale v portfóliu OPTIMAL2,5 mal už váhu najnižšiu. To sa dá vysvetliť tým, že váha z amerického dolára sa z veľkej časti presunula do japonského jenu. A ako môžeme vidieť v *Tabuľke č.5.3*, tak americký dolár a japonský jen majú medzi sebou najvyššiu koreláciu spomedzi všetkých dvojíc mien. To znamená, že ak klesá hodnota amerického dolára, tak väčšinou klesá aj hodnota jenu a naopak. Najväčší podiel na tom, že náš index má predsa len o niečo iný priebeh ako portfólio OPTIMAL2,5 má iná váha austrálskeho dolára. Jeho váha sa zvýšila o vyše 50 %, ale váha kanadského dolára, ktorý s ním má najvyššiu koreláciu, sa znížila len o niečo vyše 10 %.

Týmto sme dospeli k záveru, že ak chceme investovať na také krátke obdobie ako sú štyri mesiace, tak je výhodnejšie pri optimalizácii vychádzať z krátkodobějších historických dát (1 až 2 roky). Navyše v dnešných časoch je obdobie päť rokov pre optimalizáciu portfólia príliš dlhé, keďže zahŕňa ja obdobie pred vypuknutím globálnej finančnej a ekonomickej krízy, ktorá zmenila mnohé pravidlá na finančných trhoch.

Naskytuje sa otázka, ako by sa dala využiť výhoda nášho indexu oproti optimálnym portfóliám v podobe volatility. Predpokladajme, že na začiatku roka sme vstúpili do dlhej pozície na našom indexe, keďže situácia na trhu bola taká, že sa očakávalo ďalšie posilňovanie svetových mien voči euru. To sa prvé týždne nového roka aj dialo, avšak ku koncu januára sa začali objavovať na finančných trhoch informácie o možnosti zvýšenia centrálnej úrokovej miery Európskou centrálnou bankou, čo začalo podporovať očakávania na posilňovanie eura. Ak by sme na túto situáciu zareagovali a koncom januára by sme našu dlhú pozíciu, ktorá je v strate -1,96 %, zmenili na krátku pozíciu v našom indexe, tak by sme na konci obdobia boli v celkovom zisku 2,96 % (8,87 % p. a.).

Záver

V práci sme skonštruovali menový index, ktorý odzrkadľuje hodnotu najobchodovanejších mien sveta voči spoločnej mene eurozóny. Pri analýze jeho vlastností sme zistili, že jeho volatilita je nižšia ako volatilita hlavných európskych akciových indexov, čím sme dospeli k záveru, že je stabilnejší. Pri objemných pohyboch kapitálu či už z alebo do eurozóny náš index správne indikoval vzniknutú situáciu. V porovnaní s existujúcim dolárovým menovým indexom vykazoval náš index podobné vlastnosti, čo je ďalším potvrdením jeho optimálnosti.

Nakoniec sme zostrojili portfóliá pomocou Markowitzovej teórie portfólia. Spomedzi týchto portfólií sa najlepšie darilo tomu, ktoré bolo skonštruované na základe historických dát za posledných dva a pol roka. Rovnako malo aj najnižšiu volatilitu spomedzi týchto troch portfólií. Z toho nám vychádza záver, že ak chceme investovať na krátke obdobie (3-6 mesiacov), najvýhodnejšie sa javí optimalizovať na základe historických dát za posledných 15-30 mesiacov. Avšak aj v porovnaní s týmto portfóliom je nami vytvorený index menej volatilný, čo je atraktívnejšie pre rizikovo averzných investorov.

Spomedzi týchto prístupov sa nedá jednoznačne určiť, ktorý je najlepší pre investovanie na menovom trhu. To závisí od subjektívnych preferencií každého jednotlivca, či upredností menšie riziko pri menšom výnose, alebo vyšší výnos za vyššieho rizika.

Zoznam použitej literatúry

- [1] CROSS, Y. S. 1998. *All About...the Foreign Exchange Market in the United States*. [online]. New York: Federal Reserve Bank of New York, 1998. Dostupné na internete: <http://www.newyorkfed.org/education/addpub/usfxm/>
- [2] IŽIP, R. 2010. *Obchodovanie na forexe II*. [online]. Bratislava: TRIM Broker, a.s. 2010. Dostupné na internete: http://www.trimbroker.com/zona_obchodnika/index.php
- [3] MELICHERČÍK, I. – OLŠAROVÁ, L. – ÚRADNÍČEK, V. 2005. *Kapitoly z finančnej matematiky*. Bratislava: EPOS, 2005. ISBN 80-8057-651-3
- [4] MERTON, C. R. 1972. *An Analytic Derivation of the Efficient Frontier* In *Journal of Financial and Quantitative Analysis* [online] 1972. Vol. 7, Iss. 04. Dostupné na internete: <http://web.ebscohost.com/ehost/pdfviewer/pdfviewer?sid=674e7896-b335-4b02-9217-11ac5638a299%40sessionmgr113&vid=1&hid=123>
- [5] LEVY, H. 1981. *Portfolio of Foreign Currencies with Borrowing and Lending*. In *Journal of Money, Credit and Banking* [online] 1981. Vol. 13, No. 3. Dostupné na internete: <http://www.jstor.org/stable/1991902?origin=JSTOR-pdf>

Príloha č.1

```
%vstupy: omega (variančno-kovariančná matica), r (vektor výnosov)

A=0; B=0; C=0; %vpočítanie hodnôt A, B, C, D
iomega=inv(omega); %vypočítanie inverznej matice k omega
for k=1:7
    for j=1:7
        A=A+iomega(k,j)*r(j);
        B=B+iomega(k,j)*r(j)*r(k);
        C=C+iomega(k,j);
    end
end
D=B*C-A^2;

%hľadanie optimálnych váh a príslušné očakávané riziko a výnosy
for m=1:101
    rp(m)=0.0025*(m-1);
    for i=1:7
        sum1=0;
        sum2=0;
        for h=1:7
            sum1=sum1+iomega(i,h)*(C*r(h)-A);
            sum2=sum2+iomega(i,h)*(B-A*r(h));
        end
        w(i)=(rp(m)*sum1+sum2)/D;
    end
    sigma2(m)=(C*rp(m)^2-2*A*rp(m)+B)/D;
end

%kreslenie hyperboly
sigma=sqrt(sigma2);
plot(sigma,rp,'linewidth',2); xlabel('risk'); ylabel('return');

%vypočítanie smernice dotyčnice a jej kreslenie
rf=0.01;
alpha=C/D; beta=2*A/D; gamma=B/D;
RP=(gamma-0.5*beta*rf)/(0.5*beta-alpha*rf);
sigp=sqrt(alpha*RP^2-beta*RP+gamma);
s=2*sigp/(2*alpha*RP-beta)
hold on
x=0:0.001:0.035;
plot(x,s*x+0.01,'black','linewidth',2)
hold on
plot(sigp,RP,'x','markersize',10,'linewidth',2,'markeredgecolor','r')

%zakreslenie jednotlivých mien
for a=1:7
    hold on
    plot(sqrt(omega(a,a)),r(a),'o','markersize',3,'linewidth',2,'markeredgecolor','b','markerfacecolor','b')
end
```