

UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE  
FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY

KAPITÁLOVÁ ŠTRUKTÚRA  
A  
ASYMETRICKÁ INFORMÁCIA

Bratislava 2011

Barbora Mlynarčíková

UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE  
FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY

KAPITÁLOVÁ ŠTRUKTÚRA  
A  
ASYMETRICKÁ INFORMÁCIA  
BAKALÁRSKA PRÁCA

Evidenčné číslo: fb3a2477-8ab6-4a8b-a3df-27d4eaf38a11

Študijný program: Ekonomická a finančná matematika

Študijný odbor: Aplikovaná matematika

Školiace pracovisko: Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky

Školiteľ: Mgr. Katarína Kvašňáková

Bratislava 2011

Barbora Mlynarčíková



Univerzita Komenského v Bratislave  
Fakulta matematiky, fyziky a informatiky

## ZADANIE ZÁVEREČNEJ PRÁCE

**Meno a priezvisko študenta:** Barbora Mlynarčíková  
**Študijný program:** ekonomická a finančná matematika (Jednoodborové štúdium, bakalársky I. st., denná forma)  
**Študijný odbor:** 9.1.9. aplikovaná matematika  
**Typ záverečnej práce:** bakalárska  
**Jazyk záverečnej práce:** slovenský

**Názov :** Kapitálová štruktúra a asymetrická informácia

**Cieľ :** Teoretická analýza kapitálovej štruktúry podnikov z pohľadu teórie hier pri asymetrickej informácii.

**Literatúra :** [1] Tirole, J.: The Theory of Corporate Finance.

**Anotácia :** Analýza modelov podnikov, v ktorých manažment vie viac ako akcionári, s využitím poznatkov z teórie hier. Jedným z hlavných cieľov bude, ako táto asymetria ovplyvňuje financovanie podnikov.

**Vedúci :** Katarína Kvašňáková

**Dátum zadania:** 27.10.2010

**Dátum schválenia:** 08.11.2010

.....  
doc. RNDr. Margaréta Halická, CSc.  
garant študijného programu

.....  
*Mlynarčíková*  
študent

.....  
*Kvašňáková*  
vedúci práce

Dátum potvrdenia finálnej verzie práce, súhlas s jej odovzdaním (vrátane spôsobu sprístupnenia)

.....  
*Kvašňáková* 2.5.2011  
vedúci práce

*Čestné prehlásenie*

Vyhlasujem, že som bakalársku prácu vypracovala samostatne s použitím uvedenej literatúry.

Bratislava 2011

.....

Mlynarčíková Barbora

Ďakujem vedúcej bakalárskej práce Mgr. Kataríne Kvašňákovej  
za odborné vedenie, praktické pripomienky, trpezlivosť a poskytnutú lite-  
ratúru.

## Abstrakt

MLYNARČÍKOVÁ, Barbora: Kapitálová štruktúra a asymetrická informácia [Bakalárska práca], Univerzita Komenského v Bratislave, Fakulta matematiky, fyziky a informatiky, Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky; školiteľ: Mgr. Katarína Kvašňáková, Bratislava, 2011, 46 s.

Cieľom práce je teoretická analýza kapitálovej štruktúry podnikov z pohľadu teórie hier pri asymetrickej informácii. Táto práca nám priblíži podmienky, ktoré musia byť splnené, aby bol podnikateľovi pridelený úver, a to v dvoch prípadoch, v diskretnom a spojitom. Dozvieme sa, že pravdepodobnosť úspechu projektu, ktorý je financovaný investormi, závisí od voľby správania podnikateľa, od jeho snahy pracovať v prospech firmy, a nie iba v prospech vlastného zisku. Pre investorov to znamená riziko–riziko morálky (moral hazard), s ktorým vstupujú do financovania projektu, pretože nepoznajú charakter podnikateľa a voľbu jeho správania. V práci si rozoberieme aj zadlženosť podnikateľa, jeho reputáciu a aký to bude mať vplyv na pridelovanie úveru.

*Kľúčové slová:* podnikateľ, investor, riziko morálky, pôžička, pravdepodobnosť úspechu

## Abstrakt

MLYNARČÍKOVÁ, Barbora: Capital structure and asymmetric information [Bachelor thesis], Comenius University in Bratislava, Faculty of Mathematics, Physics and Informatics, Department of Applied Mathematics and Statistics; supervisor: Mgr. Katarína Kvašňáková, Bratislava, 2011, 46 s.

The aim of this thesis is a theoretical analysis of a capital structure of firms from a view of a game theory with an asymmetric information. The thesis will show us conditions, which must be fulfilled so that a loan can be assigned to an entrepreneur and that in two examples – in a simple one and in a continuous – investment one. We'll get to know that a probability of a success of a project which is financed by investors, depends on choosing a behavior of an entrepreneur, on his aspiration to work for the good of the whole firm and not only for his own profit. For investors this means a hazard – a moral hazard with which they step-in to a financing a project because they don't know a personality of an entrepreneur and a choice of his behaviour. In the end of the thesis we'll get to know about an indebtedness of an entrepreneur, his reputational benefit and how will these factors influence a loan allocation.

*Keywords:* entrepreneur, investor, moral hazard, loan, probability of success

# Obsah

<b>1</b>	<b>Úvod</b>	<b>9</b>
<b>2</b>	<b>Jednoduchý model pridelovania úverov</b>	<b>11</b>
2.1	Diskrétny investičný model . . . . .	11
2.2	Analýza pôžičky zo strany veriteľov . . . . .	14
2.3	Prehĺbenie pôžičky . . . . .	18
2.4	Posilnenie schopnosti požičať si. Reputácia . . . . .	21
2.5	Efektívnejšie využívanie informácií na zníženie nákladov na podnikateľa . . . . .	22
<b>3</b>	<b>Previs dlhu</b>	<b>26</b>
3.1	Nedostatok vlastného kapitálu . . . . .	26
3.2	Schopnosť vyjednávať . . . . .	27
<b>4</b>	<b>Pôžičková kapacita: Multiplikátor vlastného kapitálu</b>	<b>31</b>
4.1	Spojité investičný model . . . . .	31
4.2	Analýza pôžičky zo strany veriteľov . . . . .	32
<b>5</b>	<b>Príklady</b>	<b>33</b>
5.1	Príklad 1 (Náhodné financovanie) . . . . .	33
5.2	Príklad 2 (Averzia voči riziku) . . . . .	35
5.3	Príklad 3 (Monopol, duopol) . . . . .	37
5.4	Príklad 4 (Kvalita investície) . . . . .	41
<b>6</b>	<b>Záver</b>	<b>45</b>



# 1 Úvod

Kapitálová štruktúra podniku je štruktúra zdrojov, ktoré tvoria majetok firmy. Tento majetok potom podnikateľ môže využiť na financovanie rôznych projektov. Zdroje firmy členíme na vlastný kapitál a cudzí kapitál. Vlastný kapitál sú zdroje podnikateľa, ktoré vloží do firmy. Cudzí kapitál predstavuje dlh firmy. Sú to zdroje, ktoré si musí podnikateľ požičať, aby bol schopný financovať projekt.

Asymetrická informácia v mojej práci spočíva v tom, že podnikateľ pozná stav projektu, jeho zisk či úspešnosť, zatiaľ čo investori nie. Problémom asymetrickej informácie v mojej práci je riziko morálky (v origináli moral hazard). Podnikateľ môže ovplyvňovať úspešnosť projektu svojou výkonnosťou. Veritelia pred vstupom do projektu nevedia ako veľmi bude podnikateľ na projekte pracovať a to pre nich predstavuje riziko. Riešením je nájst' spôsob odmeňovania podnikateľa, ktorým by sa docielila jeho maximálna výkonnosť v projekte.

Cieľom mojej práce je zistiť podmienky, ktoré musí splniť podnikateľ, aby získal financie od investorov. Existujú aj podmienky, ktoré musia byť dodržané investormi, cieľom ktorých je zabezpečiť vhodné správanie podnikateľa v projekte. Každá kapitola obsahuje okrem základného modelu aj rôzne situácie, ktoré môžu pomôcť získať pôžičku od investorov, ale aj situácie, ktoré naopak znemožňujú financovanie projektu. V poslednej kapitole sa nachádzajú príklady spolu s riešeniami, ktoré predstavujú akési odbočenie od základných modelov uvedených v jednotlivých kapitolách.

V druhej kapitole si predstavíme základný diskretný investičný model. Diskretný v tom zmysle, že budeme poznať konkrétnu výšku investícií. Zoznámime sa s pojmami ako sú pravdepodobnosť úspechu projektu, zisk z projektu, ktorý sa delí medzi podnikateľa a veriteľov, ďalej čo je motivačná podmienka, racionálna podmienka, náklady na podnikateľa (v origináli agency cost), či voľba správania podnikateľa. Spomenutá v tejto

kapitole bude aj tzv. extra pôžička, ktorú nám môžu poskytnúť buď to pôvodní alebo aj noví investori. Ukážeme si, že reputačný kapitál pomáha získať financie nielen na súčasný ale aj budúci projekt. Predposledná podkapitola druhej kapitoly je venovaná podnikateľovej hospodárskej činnosti ako ju overiť pomocou metódy benchmarking a ako znížiť náklady na podnikateľa.

Ďalšia kapitola sa zaoberá prípadom, keď podnikateľ nemá dostatok vlastného kapitálu na získanie financií od investorov, pretože je zadĺžený ešte z predchádzajúcej pôžičky. Budeme tu rozlišovať dvoch rôznych investorov. Ku pôvodným investorom, ktorým podnikateľ dlhuje z pôvodnej pôžičky, sa pridajú noví investori, ktorých podnikateľ žiada o financovanie nového projektu.

Predposledná kapitola predpokladá, že výška investícií patrí do nejakého intervalu. Zisk z projektu a súkromné benefity sú úmerné tejto výške investícií. Hovoríme tu o spojitom investičnom modeli. Aj tu si odvodíme motivačnú podmienku pre podnikateľa a racionálnu podmienku pre veriteľov. Z týchto dvoch podmienok dostaneme v spojitom modeli multiplikátor, ktorý nám hovorí koľko investícií je optimálne pre podnikateľa investovať do projektu.

## 2 Jednoduchý model pridelovania úverov

V prvej kapitole sa oboznámime so základným modelom, kto je podnikateľ, kto je investor, aké podmienky musia byť splnené, aby bol projekt realizovaný, teda financovaný a na konci úspešný. Rozoberieme si reputáciu podnikateľa, ktorá má vplyv nielen na dnešnú pôžičku, ale aj na tie budúce. Dozvieme sa, kedy je prehĺbenie pôžičky efektívne, a v ktorých situáciách nám meranie výkonnosti firiem pomocou benchmarkingu nepomôže.

### 2.1 Diskrétny investičný model

V diskretnom modeli vystupuje *podnikateľ* (nazývaný tiež dlžník alebo firma), ktorý má k dispozícii projekt. Tento projekt si vyžaduje fixné investície  $I$ . Podnikateľ má na začiatku isté aktíva (hotovosť, čisté imanie, vlastný kapitál)  $A < I$ . V tomto prípade budeme tieto aktíva interpretovať ako hotovosť alebo likvidné cenné papiere (odsek 2.3), ktoré môžeme použiť na pokrytie nákladov na investície. Hotovosť podnikateľa môže byť investovaná do projektu, alebo použitá pre vlastnú spotrebu. Na uskutočnenie projektu si musí podnikateľ požičať  $I - A$  od *veriteľov* (nazývaných aj investori). Neskôr si ukážeme, že pre podnikateľa je optimálne investovať celú jeho hotovosť a neoplatí sa mu časť jeho aktív použiť na vlastné súkromné účely.

Ak je projekt zrealizovaný, tak buď je úspešný alebo zlyhá. V prvom prípade dosahujeme príjem  $R > 0$ , v opačnom prípade sú naše výnosy nulové. Pravdepodobnosť úspechu označíme  $p$ . Investori nikdy nevedia dopredu ako sa bude podnikateľ správať, ako bude pracovať. Investujú svoje peniaze do projektu hoci je tu riziko, že podnikateľ ich peniaze svojou prácou premárni, ich zisk z projektu zatají, a podobne. Alebo inak, pre investorov existuje v projekte *riziko morálky*. Podnikateľ môže *pracovať vhodne* (vyvinúť úsilie, nebrať súkromné benefity, správať sa tak, aby projekt bol úspešný a zisk z neho čo najväčší) alebo *pracovať nevhodne* (ulie-

vať sa, brať súkromné benefity, vyvinúť minimálne úsilie). V niektorých situáciach sa môžeme stretnúť s prípadom, kedy podnikateľ naschvál volí *nevhodné správanie*, čím síce ohrozuje jeho úspešnosť, ale súkromné benefity z neho sú väčšie ako za iných okolností, alebo má pre neho projekt s *nevhodným správaním* iné výhody, napríklad je pre neho lákavejší, zaujímavejší, prináša výhody pre priateľov a podobne.

Pravdepodobnosť úspechu projektu z *vhodného správania* podnikateľa a žiadnych súkromných benefitov je  $p = p_v$ <sup>1</sup>. Ak sa podnikateľ *správa nevhodne* a z podnikania má súkromné benefity, tak pravdepodobnosť úspechu projektu je  $p = p_n < p_v$ <sup>2</sup>. Pravdepodobnosť úspechu projektu  $p_n$  vedie k súkromným ziskom  $B > 0$ .  $B$  môžeme interpretovať ako zisk za “ulievanie“. Označíme si  $\Delta p \equiv p_v - p_n$ .

Dlžník aj potenciálni investori sú rizikovo neutrálni. Očakávaná návratnosť (úrok) investorov je nulová. Vysvetlenie je jednoduché. Na trhu je veľa investorov, ktorí majú záujem financovať projekt a navzájom sa predbiehajú tým, že vyžadujú čo najnižší úrok. Dlžník ručí iba tým, čo dostane v prípade úspechu, a tak jeho príjmy v prípade neúspešného projektu nemôžu mať záporné hodnoty.

Projekt, ktorý má byť financovaný, riadi sa zmluvou o úvere. Najprv sa stanoví, či je projekt financovaný. Ak je určené financovanie projektu, v zmluve musí byť určené, ako sa zisk rozdelí medzi veriteľov a dlžníka. Dlžník ručí iba svojím majetkom. Ak je projekt neúspešný, tak nemá žiaden zisk, teda ani žiaden majetok. Pre veriteľov to znamená, že v prípade zlyhania projektu je aj ich zisk nulový. V prípade úspechu si obe strany rozdelia zisk  $R$ , pričom  $R_D$  ide dlžníkovi a časť  $R_V$  dostanú veritelia (teda  $R = R_D + R_V$ ). Aby sme to zhrnuli, predpokladáme pre podnikateľa nasledujúcu schému:

---

<sup>1</sup> $p_v$  – pravdepodobnosť úspechu projektu za vhodného správania

<sup>2</sup> $p_n$  – pravdepodobnosť úspechu projektu za nevhodného správania

$$\text{zisk z projektu} \begin{cases} R_D & \text{keď je projekt úspešný} \\ 0 & \text{keď je projekt neúspešný} \end{cases}$$

Nulový profit veriteľov je daný vzťahom

$$p_v R_V = I - A, \quad (1)$$

za predpokladu, že zmluva o pôžičke je stanovená tak, že núti dlžníka *správať sa vhodne*. Úroková sadzba  $i$  je daná ako

$$R_V = (1 + i)(I - A)$$

alebo podľa (1)

$$1 + i = \frac{1}{p_v}.$$

Ak  $p_v \neq 1$ , tak nominálna úroková sadzba presahuje očakávaný výnos požadujúci investormi.

Investori chcú v projekte eliminovať *riziko morálky*. Preto sú ochotní poskytnúť pôžičku iba tým podnikateľom, ktorí budú *pracovať vhodne* a v prospech úspešnosti projektu urobia maximum. To znamená, že projekt má *pozitívne NPV* (net present value – čistá súčasná hodnota), keď sa podnikateľ *správa vhodne*, t.j.

$$p_v R - I > 0. \quad (2)$$

Ale projekt má *negatívne NPV*, ktoré zahŕňa aj dlžníkové súkromné benefity, keď sa podnikateľ *správa nevhodne*, t.j.

$$p_n R - I + B < 0 \quad (3)$$

Z nerovnosti (3) vidieť, že žiadny úver, ktorý dáva podnet dlžníkovi k *nevhodnému správaniu* nebude poskytnutý. Rovnicu (3) možno prepísať ako

$$[p_n R_V - (I - A)] + [p_n R_D + B - A] < 0.$$

Takže v prípade *nevhodného správania* buď investori stratia svoje peniaze ( $[p_n R_V - (I - A)] < 0$ ), alebo dlžník chce svoje aktíva využívať pre svoju vlastnú spotrebu ( $[p_n R_D + B - A] < 0$ ).

## 2.2 Analýza pôžičky zo strany veriteľov

Projekt má *negatívne NPV* v prípade *nevhodného správania* dlžníka. Pozitívne NPV sa dá dosiahnuť iba tým, že sa podnikateľ bude správať vhodne. Ak zmluva stanoví dostatočný podiel zo zisku pre dlžníka, tak bude dostatočne motivovaný k *vhodnému správaniu* a nebude mať dôvod ulievať sa.

Akonáhle je projekt financovaný, podnikateľ si volí medzi:

- *nevhodným správaním*, z ktorého získava súkromný benefit  $B$ , čím ale znižuje pravdepodobnosť úspechu projektu z  $p_v$  na  $p_n$
- *vhodným správaním*

Podnikateľov podiel vo firemnom príjme je  $R_D$  ( $R_D$  dostáva v prípade úspešného projektu a 0 v prípade neúspechu). Ako je spomenuté v úvode tohto odseku, podnikateľ si zvolí *vhodné správanie*, iba ak je dostatočne motivovaný odmenou za toto správanie. Takto vzniká *motivačná podmienka (MP)*:

$$p_v R_D \geq p_n R_D + B$$

alebo

$$(\Delta p) R_D \geq B. \quad (MP)$$

Z tejto *motivačnej podmienky* usudzujeme, že najvyšší príjem v prípade úspechu, ktorý sa dá zaručiť veriteľom bez toho, aby bola ohrozená motivačná odmena dlžníka je:

$$\left( R - \frac{B}{\Delta p} \right) = R_V.$$

Očakávaný vymožitelný príjem od dlžníka, a teda očakávaný príjem veriteľov je potom

$$P = p_v \left( R - \frac{B}{\Delta p} \right).$$

Každý investor je racionálny a nevstúpi do projektu, ktorý mu nepriestie zisk veľký minimálne ako to, čo do projektu vložil. Ak chce dlžník získať financie od investorov, tak musí tento zisk veriteľom zaručiť. Preto musí platiť, že očakávaný zisk veriteľov je väčší ako ich počiatočný vklad:

$$p_v \left( R - \frac{B}{\Delta p} \right) \geq I - A, \quad (RP)$$

kde  $RP$  je skratka pre *racionálnu podmienku* veriteľov. Teda nevyhnutnou podmienkou pre financovanie podľa dohody, v ktorej je dodržaná ( $MP$ ) aj ( $RP$ ) je, aby pre podnikateľov vlastný kapitál  $A$  platilo:

$$A \geq \bar{A} = p_v \frac{B}{\Delta p} - (p_v R - I). \quad (4)$$

Aby to bolo zaujímavejšie, budeme predpokladať, že

$$\bar{A} > 0 \Leftrightarrow p_v R - I < p_v \frac{B}{\Delta p}, \quad (5)$$

v opačnom prípade by mohol získať projekt aj dlžník bez vlastného kapitálu. Rovnica (5) nám hovorí, že NPV je menšie ako minimum z očakávaného zisku, ktoré musí byť ponechané dlžníkovi, aby sa zaobstaralo jeho *vhodné správanie*.

Poznamenajme, že v optimálnej zmluve o pôžičke nastáva rovnosť v ( $MP$ ) a ( $RP$ ). Veritelia odmenia podnikateľa najmenšou možnou výplatom a zároveň ich návratnosť je nulová. Z rovností v podmienkach nám vyplýva, že pre podnikateľa je optimálne investovať presne  $\bar{A}$ . Niekedy sa môže stať, že podnikateľ nemá dostatok aktív, a preto sa snaží minimalizovať  $\bar{A}$ .

Dlžník musí mať dostatok aktív, aby mohol byť poskytnutý úver. Všimnime si, že ak  $A < \bar{A}$ , tak aj keď má projekt pozitívne NPV, projekt nie je financovaný. Ide o tzv. *obmedzovanie pridelovania úveru* (v origináli credit rationing). S nedostatočným majetkom si musí podnikateľ požičať veľkú

sumu, a preto sľubuje, že veľkú časť v prípade úspechu aj vráti. To ale znamená, že podnikateľ dostane iba malý zlomok zo zisku, nebude splnená jeho ( $MP$ ) a je teda demotivovaný *správať sa vhodne*. Dlžník je ochotný dať vysoký podiel zo zisku veriteľom, aby bol jeho projekt napriek nedostatočnému vlastnému kapitálu financovaný, čo je v tomto prípade ekvivalentné s ochotou platiť vysoký úrok. Veritelia nechcú napriek tomu poskytnúť takúto pôžičku zo strachu, že podnikateľ sa začne kvôli nízkemu zisku *správať nevhodne* a znižovať tým pravdepodobnosť úspešnosti projektu.

Naopak, ak  $A \geq \bar{A}$ , podnikateľ je schopný zabezpečiť financovanie, a tak rovnica (4) je nevyhnutnou a postačujúcou podmienkou pre financovanie. Podnikateľ ponúka zisk  $R_V$  konkurujúcim si investorom tak, aby maximalizoval svoj zisk a nenechal im žiaden prebytočný zisk (prebytok, potešenie):

$$p_v R_V = I - A.$$

Podnikateľov podiel je teda:

$$R_D = R - R_V = R - \frac{I - A}{p_v} \geq R - \frac{I - \bar{A}}{p_v} = \frac{B}{\Delta p}, \quad (6)$$

čím je dostatočne presvedčený a motivovaný *správať sa vhodne*.

Hranica  $\bar{A}$  má prirodzený výklad. Termín  $\frac{p_v B}{\Delta p}$  nie je nič iné ako maximálna peňažná odmena ponechaná dlžníkovi, ktorá je pre neho dostatočnou motiváciou k *vhodnému správaniu*, budeme to nazývať *náklady na podnikateľa* (manažéra). Dlžník musí mať počiatočný vklad aspoň  $\bar{A}$ , aby sa znížili *čisté náklady na podnikateľa* a dosiahol sa tak najvyšší peňažný zisk  $p_v R - I$  projektu.

Využitím podmienky nulového profitu veriteľov, dlžník získa čistý úžitok alebo výplatu (kde “čistý“ znamená, že odpočítame spotrebiteľský úži-



tok A):

$$U_D = \begin{cases} 0 & \text{ak } A < \bar{A} \\ p_v R_D - A = p_v(R - R_V) - A & \\ = p_v R - I & \text{ak } A \geq \bar{A} \end{cases} \quad (7)$$

V tomto modeli existujú dva faktory, ktoré bránia v poskytnutí úveru:

1. malé množstvo peňazí v hotovosti (nízke A)
2. vysoké *náklady na podnikateľa*, pretože zvyšujú  $\bar{A}$ . Náklady na podnikateľa môžu byť merané kombináciou súkromného prospechu  $B$  a pomerom pravdepodobnosti  $\frac{\Delta p}{p_v}$ .

Podnikateľova schopnosť požičať si je obmedzovaná výškou nákladov na podnikateľa  $\frac{p_v B}{\Delta p}$ . *Riziko morálky* (riziko, ktoré podstupujú veritelia, pretože pred podpísaním zmluvy nevedia ako sa podnikateľ bude správať) je tu určené dvoma faktormi: súkromným benefitom, ktorý môže získať podnikateľ pri *nevhodnom správaní* a mierou, ktorá odhaľuje takéto *nevhodné správanie*. Ak si veritelia všimnú, že súkromné benefity sú príliš vysoké, tak sa zvýši riziko morálky, pretože podnikateľ má väčšiu motiváciu k ulievaniu sa, čím sa zvyšujú náklady na podnikateľa. Spomenutá miera je daná pomerom pravdepodobností  $\frac{\Delta p}{p_v} = \frac{(p_v - p_n)}{p_v}$ . Tento pomer meria o koľko sa zníži pravdepodobnosť úspechu projektu, keď sa podnikateľ *správa nevhodne*, a preto nám tiež hovorí o hraničnej produktivite úsilia zo strany dlžníka. Čím vyšší pomer pravdepodobnosti, tým viac informácií o úsilí podnikateľa, ľahší prístup k financovaniu (v tom zmysle, že vlastný čistý kapitál  $\bar{A}$  sa zníži) a zníženie rizika morálky.

V praxi sú *náklady na podnikateľa* ovplyvnené nielen projektovými a podnikateľskými charakteristikami, ale aj právnym, regulačným a podnikovým prostredím. Krajiny so silnou ochranou investorov obmedzujú schopnosti podnikateľa (manažéra) utrácať peniaze investorov, a tým vykazujú nižšie *náklady na podnikateľa*.

Teraz sa vrátíme k začiatku tejto kapitoly, kde sme spomínali, že si ukážeme, prečo je dobré pre podnikateľa vložiť do projektu všetky svoje počiatkové aktíva. Chcel by dlžník minúť  $c \leq A$  a investovať iba  $A - c$ ? Ak je projekt financovaný, dlžník získava celý prebytok  $p_v R - I$ . Na druhej strane je ťažké získať takúto pôžičku. Ak by sme si odvodili  $(MP)$  a  $(RP)$  pre  $A - c$  vložených aktív podnikateľa, tak by sme si všimli, že podnikateľova minimálna hranica počiatkových aktív musí presahovať  $\bar{A} + c$ , aby bol projekt financovaný, čo nám ešte viac komplikuje financovanie projektu. Preto nemôže podnikateľ získať tým, že neinvestuje celý svoj majetok.

V úvode sme tiež tvrdili, že dlžník je rizikovo neutrálny, teda v prípade neúspechu dostane 0. Predpokladajme teraz, že podnikateľ dostáva  $R_D^u$  v prípade úspechu a  $R_D^n$  v prípade neúspechu, kde platí

$$p_v R_D^u + (1 - p_v) R_D^n \geq p_n R_D^u + (1 - p_n) R_D^n + B \Leftrightarrow \Delta p (R_D^u - R_D^n) \geq B$$

s cieľom odradiť dlžníka od *nehodného správania*. Príjem investora je preto

$$p_v (R - R_D^u) + (1 - p_v) (-R_D^n) = p_v \left( R - \frac{B}{\Delta p} \right) - R_D^n \leq P.$$

Odmeňovanie dlžníka v prípade neúspechu prinesie celkové zníženie príjmu investorov. Pretože investori požadujú iba krytie vlastných nákladov, celý prebytok ide podnikateľovi, ktorý prijíma

$$U_D = p_v R - I,$$

bez ohľadu na voľbu  $R_D^n$ . Dospeli sme teda k záveru, že odmeňovanie podnikateľa v prípade zlyhania nemôže zvýšiť jeho užitočnosť, ale môže ohroziť financovanie, pretože sa zníži príjem investorov.

### 2.3 Prehĺbenie pôžičky

V zmluve o pôžičke sa nachádzajú dohody, ktoré zakazujú dlžníkovi emisiu nových cenných papierov, a to najmä z týchto dvoch dôvodov:

- nové cenné papiere by mohli mať vyššiu *senioritu* ako tie od veriteľov, ktorí by tak v prípade bankrotu dostali menšiu sumu
- nové cenné papiere by mohli mať vplyv na podnikateľove správanie

Zvažujme kontrakt na pôžičku, v ktorej veritelia dostanú  $R_V$  a dlžník dostane svoje motivačné minimum  $R_D \geq \frac{B}{\Delta p}$ . Teraz predpokladajme, že je tu možnosť na *prehĺbenie investície*. Táto *investícia navyše*  $J$  zvýši pravdepodobnosť úspechu o  $\tau$ . To znamená, že pravdepodobnosť úspechu je  $p_v + \tau$ , tým sa ale mení aj pravdepodobnosť neúspechu z  $p_n$  na  $p_n + \tau$ . Predpokladajme, že táto nová investícia je neefektívna, očakávaný nárast zisku je menší ako  $J$  ( $J > \tau R$ ), alebo inak, *čisté náklady* sú pozitívne:

$$C_1 \equiv J - \tau R > 0.$$

Skúsme uvažovať prípad, že v zmluve chýbajú dohody, ktoré by zakazovali emisiu nových cenných papierov, podnikateľ tak môže kontaktovať *nových investorov* a ponúknuť im tieto cenné papiere, aby tak získal ďalšie investície. *Pôvodní investori* v tom prípade ale prestanú mať záujem udržať svoj podiel pri úspechu na úrovni  $R_V$ , s novými investíciami sa totiž očakáva aj väčší zisk, o ktorí majú pôvodní investori záujem.

Ukážeme si, že nie je v záujme podnikateľa podpísať zmluvu s novými investormi, ak by sa aj v tomto novom financovaní mal *správať vhodne*. Nové investície znižujú celkovú hodnotu projektu o  $C_1$  (pretože predpokladáme neefektívnosť nových investícií). Pôvodní investori zase požadujú zvýšenie svojho zisku z pôvodných  $p_v R_V$  na  $(p_v + \tau) R_V$ . Je teda zrejmé, že pri tejto neefektívnosti, pri znížení hodnoty projektu a pri zvýšení zisku pôvodných investorov, musí byť jedna zo strán (buď noví investori alebo firma) stratová. A je teda nepravdepodobné, že strana, ktorá by mohla stratiť, by podpísala kontrakt na nové financovanie. V našom modeli predpokladáme nulový profit investorov, teda nemôžu byť stratoví, pretože vyžadujú to, čo do projektu vložili. Na novom financovaní stráca teda podnikateľ, ktorý tým nemá motiváciu na *vhodné správanie*. Takto nám vznikajú

ďalšie náklady, náklady na motiváciu podnikateľa:

$$C_2 \equiv (\Delta p)R - B > 0.$$

Nech  $\widehat{R}_D$  a  $\widehat{R}_V$  popisujú nový podiel zo zisku podnikateľa a nový podiel zo zisku nových investorov

$$\widehat{R}_D + \widehat{R}_V = R_D.$$

Za predpokladu, že noví investori sú konkurenční (teda ich návratnosť je nulová, akonáhle by chceli viac ako do projektu vložili, predbehli by ich iní investori) platí

$$(p_n + \tau)\widehat{R}_V = J.$$

Podnikateľ má zisk z novej pôžičky vtedy a len vtedy, ak

$$(p_n + \tau)\widehat{R}_D + B > p_v R_D,$$

alebo inak, použitím predpokladu nulového zisku konkurujúcich si nových investorov

$$[(p_n + \tau)R_D - J] + B > p_v R_D.$$

Po niekoľkých úpravách dostávame túto podmienku:

$$[p_v - (p_n + \tau)]R_V > C_1 + C_2.$$

Táto nutná a postačujúca podmienka pre *prehlbenie investícií* má jednoduchú interpretáciu. Pravá strana sú celkové náklady novej investície  $J$ , súčet priamych a motivačných nákladov. Ľavá strana nerovnosti predstavuje stratu zisku počiatočných investorov. Teda na *prehlbenie investícií* celkové náklady musia byť menšie ako celková strata zisku pôvodných investorov.

Keď sa zlepšuje súvaha firmy, to znamená, že napríklad počiatočné aktíva  $A$  sú väčšie, tak zisk firmy  $R_D$  sa zvýši, naopak zisk investorov  $R_V$  klesne. Pokles zisku investorov môže spôsobiť problémy v nerovnosti a nemusí byť splnená. Inak povedané, zhrnuté, o *prehlbenie investícií* alebo extra pôžičku navyše žiadajú firmy, ktoré sú horšie, slabšie.

## 2.4 Posilnenie schopnosti požičať si. Reputácia

V tejto časti sa pozrieme bližšie na investorov, ktorých nezaujíma iba dlhodobý hmotný majetok podnikateľa, ako je hotovosť, majetok či vybavenie. Je viac pravdepodobné, že investori poskytnú úver, ak má dlžník dobrú povesť. Úloha tohto nehmotného majetku je dôležitá v modeli pridelovania úverov.

Predpokladajme, že nastala situácia, v ktorej má podnikateľ menšiu motiváciu pre *nevhodné správanie*, teda súkromný benefit  $B$  je zredukovaný na  $b < B$ . Je to situácia, keď má podnikateľ napríklad projekt vo vlastnej kompetencii, preto nemá dôvod na *nevhodné správanie*, alebo sú pre podnikateľa vonkajšie možnosti málo atraktívne, alebo nemá dôvod na spreneveru alebo podvod.

Z rovnice (4) vidíme, že hranica aktív je nižšia pri súkromnom benefite  $b$ :

$$\bar{A}(b) < \bar{A}(B)$$

kde

$$\bar{A}(\beta) = p_v \frac{\beta}{\Delta p} - (p_v R - I),$$

a teda

$$\bar{A}(B) - \bar{A}(b) = \frac{p_v}{\Delta p} (B - b) > 0.$$

V tomto zmysle spoľahlivejší dlžník, ktorý predstavuje menšie riziko morálky a jeho súkromný zisk z *nevhodného správania* je menší, má väčšiu pravdepodobnosť, že získa úver.

Pomáha dobrá povesť zvýšiť financovanie? Predpokladajme, že veritelia nemajú vždy informáciu o výške súkromného benefitu dlžníka. Majú k dispozícii iba akýsi dlžníkov záznam, v ktorom sa zaznamenávajú informácie o predošlých dlžníkových pôžičkách. O tom, či boli úspešné, splatené alebo či boli v minulosti vrátené späť a zamietnuté. Veritelia si na základe týchto záznamov vytvárajú názor na spoľahlivosť dlžníka. Lepší záznam je ukazovateľom dobrej spoľahlivosti, čo v našom prípade znamená menší

súkromný benefit z *nevhodného správania*.

Uvažujme podnikateľa, ktorý dostal pôžičku na prvý projekt a v budúcnosti bude mať ďalšie projekty, ktoré ale nie sú v súčasnosti ešte úplne definované, ale tiež sa budú opierať o financovanie zo strany investorov. V tejto situácii by mal podnikateľ brať do úvahy dlhodobú perspektívu. Nemal by sa pozerať iba na prvý projekt, na jeho zisk alebo súkromný benefit. Svoje rozhodnutia by mal zvoliť tak, aby aj v budúcnosti nemal problém s financovaním ďalších projektov. Podnikateľ by mal vziať do úvahy, že úspech v súčasnom projekte mu prinesie ďalšie *dva benefity*:

***benefit z nerozdeleného zisku*** Keďže existuje symetrická informácia medzi investormi a firmami, investori vedia o súčasnom úspechu firmy, čo pomôže podnikateľovi vybudovať si vlastný kapitál. Tento kapitál má tieňovú hodnotu, čo znamená, že jednotka príjmu z tohto kapitálu má hodnotu viac ako jeden, čo je výhodou pre podnikateľa pri budúcom pridelovaní úveru.

***reputačný benefit (reputácia)*** Ak aj existuje neúplná informácia medzi firmou a veriteľmi, tak veritelia udelia firme reputačný extra benefit v prípade presvedčenia, že firma je spoľahlivá. Reputačný benefit spolu s benefitom z nerozdeleného zisku uľahčujú budúce pridelovanie úverov.

Dlžník by sa mal dnes správať tak, aby dostal pôžičku aj zajtra. Pomôcť mu k tomu môže reputácia získaná spoľahlivým správaním. Dobrá povest' pomáha dlžníkovi získať nielen úver, ale aj lepšie podmienky.

## **2.5 Efektívnejšie využívanie informácií na zníženie nákladov na podnikateľa**

Jedným z dôležitých výsledkov v problematike odmeňovania podnikateľov je, že hospodárske subjekty (podnikatelia, manažéri), nad ktorými nie

je kontrola, zväčšujú problém s rizikom morálky a vo všeobecnosti zhoršujú podnety k vhodnému správaniu. Mali by sme sa snažiť o čo najnovšie informačné a presné merania *podnikateľovej hospodárskej činnosti* (teda či sa správa vhodne alebo nevhodne). *Benchmarking*, nazývaný tiež relatívne hodnotenie výkonnosti, je proces založený na porovnávaní výkonnosti viacerých firiem, napríklad z podobného odvetia, s cieľom lepšie posúdiť *správanie podnikateľa*. Napríklad finančná úspešnosť automobilového výrobcu ešte nemusí znamenať dobrú výkonnosť podnikateľa, ak aj ostatní výrobcovia automobilov sú úspešní, alebo ak je automobilový priemysel v recesii.

V tejto kapitole sa vrátíme k otázke kvality merania výkonu podnikateľa a ako to ovplyvňuje schopnosť získať financovanie. V našom kontexte sa schopnosť získania financovania projektu spája s pravdepodobnosťou úspechu  $p$ . Existujú tri stavy prostredia:

- *priaznivý stav* (pravdepodobnosť  $p_n$ ). Prostredie je natoľko priaznivé, že projekt bude úspešný, bez ohľadu na úsilie podnikateľa.
- *nepriaznivý stav* (pravdepodobnosť  $1 - p_v$ ). Prostredie je neprajné a projekt sa nepodarí, aj keď podnikateľ pracuje najlepšie ako vie.
- *dočasný stav* (pravdepodobnosť  $\Delta p = p_v - p_n$ ). Úspech nie je záručený, ale dá sa dosiahnuť za predpokladu, že podnikateľ sa bude snažiť.

Samozrejme nikto nevie dopredu určiť, ktorý stav má prevahu. Financovanie a rozhodnutie o snahe (rozhodnutie medzi *vhodným* a *nevhodným správaním*) sú zvolené bez toho, aby bol známy stav prostredia.

Predpokladajme, že budeme ex post vedieť, či bol stav priaznivý alebo nie (teda stav nepriaznivý alebo dočasný). Povedzme, že málo sľubný podnik uspeje iba za priaznivého stavu. Kompenzácia podniku je:

- podnikateľ dostane 0, ak je stav priaznivý (nebudeme odmeňovať podnikateľa, ktorý sa *správa nevhodne*)

- podnikateľ inak dostane  $R_D$  v prípade úspechu a 0 v prípade neúspechu (podnikateľa odmeníme za *vhodné správanie* alebo v prípade neúspechu ho nebudeme mať z čoho odmeniť)

Motivačná podmienka je stále

$$(\Delta p)R_D \geq B, \quad (MP)$$

kým podnikateľov zisk je ešte  $R_D$ , a teda stav prostredia je taký, kde ešte podnikateľ môže ovplyvňovať svoj zisk voľbou správania. Investori nemajú dôvod vyplatiť podnikateľovi viac ako je minimum z jeho ( $MP$ ). Vymožiteľný príjem investorov je potom:

$$p_v R - (\Delta p)[\min_{\{MP\}} R_D] = p_v R - B,$$

kde  $[\min_{\{MP\}} R_D]$  označuje najmenšiu odmenu  $R_D$ , ktorá zabezpečuje motivačnú podmienku.

Ďalej predpokladajme, že výkon firmy možno porovnať s *podobnými firmami s rovnakým stavom okolia* (benchmarking). Úspech v podobných firmách za predpokladu *vhodného správania* týchto firiem znamená, že stav je buď priaznivý, alebo dočasný. Naopak, ak sa firmám nedarí, hoci sa *správajú vhodne*, poskytuje nám to informáciu o nepriaznivom stave. Na základe tohto vieme, či projekt zlyhal a firma mala smolu, pretože stav bol nepriaznivý, alebo zlyhal kvôli *nevhodnému správaniu*. V našom prípade si môžeme všimnúť, že benchmarking nám nepomôže zistiť výkonnosť podnikateľa, ak predpokladáme, že pri neúspešnom projekte podnikateľ nezíska ani nestratí nič (to je, získa nulu v stave priaznivom alebo nepriaznivom). Ak sú ostatné podobné firmy neúspešné, tak ich zisk je nulový. My ale nebude vedieť z tohto určiť, či bol stav prostredia nepriaznivý, alebo je zisk firmy nulový pre nevhodné správanie podnikateľa, a teda stav je priaznivý. Teda vymožiteľný príjem investorov nemôžeme navýšiť tým, že znížime zisk  $R_D$  podnikateľa, pretože nevieme určiť, či firma neuspela v nepriaznivom stave (tu by sa vymožiteľný príjem navýšiť nemal) alebo kvôli



*nevhodnému správaniu* podnikateľa (v tomto prípade by sa vymožitelný príjem zvýšil).

### 3 Previs dlhu

V tejto časti budeme analyzovať prípad, keď je podnikateľ zadĺžený a nie je schopný získať finančné prostriedky na inak ziskový projekt. Dlžník potom trpí *previsom dlhu*. Existuje viacero možností ako sa vyhnúť *previsu dlhu*. Jednou z nich je, že podnikateľ si vyjedná zníženie dlhu, ktoré mu pomôže získať financie na nový projekt.

#### 3.1 Nedostatok vlastného kapitálu

Podnikateľ môže mať pozitívne NPV projektu, ktorý by bol za normálnych okolností financovaný, ale doteraz sme nepredpokladali zadĺženosť podnikateľa, ktorá môže spôsobiť, že projekt s pozitívnym NPV nebude financovaný. Predpokladajme, že

1. podnikateľ má  $A$  v hotovosti, ale dlhuje  $D$  z predchádzajúcich pôžičiek pôvodným (počiatočným) investorom,
2. pôvodní investori trvajú na tom, že podnikateľ nesmie dostať ďalšie finančné prostriedky bez ich súhlasu,
3. podnikateľove aktíva  $A$  slúžia pôvodným investorom ako záruka v prípade neúspechu.

Pripomeňme, že

$$\bar{A} = p_v \frac{B}{\Delta p} - (p_v R - I)$$

je minimálny vlastný kapitál potrebný na získanie financovania. Ak

$$A > \bar{A} > A - D \geq 0$$

tak vidíme, že projekt by bol financovaný v prípade, že dlžník nemá dlh z predošlej pôžičky. Nebude ale financovaný, kým pôvodní investori nebudú mať istotu, že dostanú späť svoj dlh, a kým noví investori (ktorí môžu byť aj pôvodní investori) nebudú mať kryté svoje náklady. Inak povedané, nový projekt bude financovaný iba v prípade, ak jeho zisk bude dostatočný na

splatenie pôvodného dlhu a na vyplatenie nových investorov. Podnikateľ, ktorý vstupuje do nového projektu sa musí v prípade úspechu tohto projektu zaručiť pôvodným investorom, že dostanú späť minimálne svoj dlh  $D$ . To znamená, že pôvodní investori musia zo záruky dostať očakávaný zisk najmenej rovný  $D$ .

Vyžiteľný príjem z projektu, na ktorom sa dohodol podnikateľ s novými investormi po odpočítaní investičných nákladov je rovný

$$p_v \left( R - \frac{B}{\Delta p} \right) - I.$$

Investičné náklady nových investorov v tomto prípade sú iba  $I$  nie  $I - A$ , pretože ako je spomenuté v úvode tohto odseku, dlžník kvôli dlhu z predošlého projektu má nedostatočné aktíva. Preto do tohto projektu vkladajú noví investori celú hodnotu investície  $I$ . V prípade neexistencie predošlého dlhu by celý vyžiteľný príjem predstavoval zisk z projektu nových investorov. Teraz splácajú dlh z predošlého úveru za podnikateľa. Tým je dlh podnikateľa splatený, ktorý tým má opäť hotovosť  $A$  (nie  $A - D$ ). Preto keď predtým nevložil kapitál do projektu, teraz ho vráti novým investorom. Ich príjem je potom najviac

$$p_v \left( R - \frac{B}{\Delta p} \right) - I - D + A = A - D - \bar{A} < 0.$$

Každý racionálny investor nevstúpi do projektu, z ktorého má záporný zisk. Nemá pokryté vlastné náklady. To je príklad toho, kedy podnikateľov projekt nie je kvôli dlhu financovaný novými investormi.

### 3.2 Schopnosť vyjednávať

Predpokladajme, že

1. projekt je natoľko výnosný, že hoci má dlžník nulový vlastný majetok  $\bar{A} < 0$ , investori sú ochotní poskytnúť finančné prostriedky,
2. dlžníkovi bola predtým poskytnutá ešte jedna dlhodobá pôžička, z ktorej musí uhradiť dlh  $D$ . V prípade, že nastane záver nového pro-

jektu, teda ak je financovaný pôvodnými či novými investormi, je tu možnosť, že projekt bude úspešný a podnikateľ bude mať z čoho zaplatiť dlh  $D$ . To znamená, že ak nie je projekt financovaný, tak pôvodní investori nedostanú nič (budú stratoví o  $D$ ). Ale ak bude financovaný, podnikateľ zvolí vhodné správanie, tak projekt bude úspešný s pravdepodobnosťou  $p_v$  a očakávaná návratnosť dlhu bude  $p_v D$ ,

3. splatenie tohto dlhu pôvodným investorom je prednostné pred akýmkoľvek inými platobnými povinnosťami dlžníka,
4. dlžník nemá hotovosť  $A$ ,
5. problém s previsom dlhu je natoľko veľký (príliš veľké  $D$ ), že sa neprekoná očakávaný zisk nového projektu<sup>3</sup>. Inými slovami, rezervy vy-možiteľného príjmu,  $-\bar{A}$ , sú menšie ako to, čo má byť zaplatené späť pôvodným investorom,  $p_v D$ , ak je projekt financovaný:

$$\bar{A} + p_v D > 0.$$

Dlžník nemá hotovosť ( $A = 0$ ), preto nemá žiadnu záruku pre investorov v prípade neúspechu, ako to bolo v predpokladoch v odseku 3.1. Ak nový projekt nie je financovaný, tak pôvodní investori nedostávajú nič. Najprv uvažujme, že nemáme nových investorov, ale pôvodní investori budú financovať nový projekt. Pôvodní investori sú ochotní ísť do nového projektu, pretože je tu možnosť úspechu projektu, z ktorého majú zisk. Stačí im, že sú kryté ich náklady na túto investíciu. Napríklad odpustia dlžníkovi existujúci dlh, financujú projekt sumou  $I$  (nie sumou  $(I - A)$ , pretože dlžník nemá hotovosť), a žiadajú od dlžníka v prípade úspechu  $\left(R - \frac{B}{\Delta p}\right)$ . Pôvodní investori potom dostanú

$$p_v \left(R - \frac{B}{\Delta p}\right) - I = -\bar{A} > 0 \quad (\text{predpoklad 1}).$$

---

<sup>3</sup>z odseku 3.1  $A - D - \bar{A} < 0$ . V tejto časti ale uvažujeme  $A = 0$  a očakávaný príjem pôvodných investorov je  $p_v D$ .

Dlžník bude súhlasiť s dohodou, pretože očakávaný zisk z projektu je  $\frac{p_v B}{\Delta p}$ , čo je lepšie ako nula, ak by do projektu nešiel.

Skúsme teraz predpokladať, že pôvodní investori nemajú dostatok prostriedkov na financovanie nového projektu, ktorý vyžaduje investície  $I$ . Dlžník potom chce kontaktovať nových investorov, z dôvodu, ktorý sme spomenuli vyššie, a síce, možný zisk z projektu je lepší ako nula. Sú noví investori ochotní tento projekt financovať? Pretože splatenie dlhu pôvodným investorom je prednostné, a pretože dlžník musí mať minimálny podiel na zisku z projektu, aby bol motivovaný pracovať a *správať sa vhodne*, najviac

$$R - \frac{B}{\Delta p} - D$$

je vymožitelný príjem nových investorov v prípade úspechu. Ak projekt zlyhá dostanú 0. Noví investori podpíšu zmluvu o financovaní práve vtedy, keď

$$p_v \left( R - \frac{B}{\Delta p} - D \right) \geq I$$

alebo

$$\bar{A} + p_v D \leq 0,$$

čo si môžeme všimnúť, že je v rozpore s predpokladom 5, a projekt je teda nerealizovateľný.

Uvažujme, že dlžník nemôže získať nové finančné prostriedky od nových investorov, kým nebude splnený predpoklad 5. Dosiahnuť financovanie projektu môže tak, že si vyjedná odpustenie časti dlhu od pôvodných investorov. Ak je prerokovanie dlhu s pôvodnými investormi neuskutočniteľné, tak vzniká *previs dlhu*.

Predpokladajme, že pôvodní investori budú ochotní vyjednávať s dlžníkom a znížia nominálnu hodnotu dlhu z  $D$  na  $d < D$ , kde

$$\bar{A} + p_v d = 0.$$

Potom noví investori dostanú v prípade úspechu

$$\left( R - \frac{B}{\Delta p} - d \right)$$

a sú preto ochotní investovať, pretože

$$p_v \left( R - \frac{B}{\Delta p} - d \right) = I$$

čo je ekvivalentné s rovnicou (4), ktorá hovorí o nulovom zisku investorov:

$$p_v \left( R - \frac{B}{\Delta p} \right) = I - \bar{A}.$$

Zisk pôvodných investorov z ich odpustených dlhov je

$$p_v d = -\bar{A} > 0.$$

Vidíme, že žiaden z investorov, ani pôvodní ani noví, nie sú stratoví, teda dlžník môže projekt uskutočniť a získať na ňom  $\frac{p_v B}{\Delta p} > 0$ .

Opätovné prerokovanie dlhu naznačuje, že projekt je financovaný, a teda uskutočnený a všetky strany si rozdelia výsledný zisk z projektu. Ako sú tieto zisky skutočne rozdelené závisí od vyjednávacjej sily podnikateľa a pôvodných investorov, nových investorov vo vyjednávaní nespomíname, lebo predpokladáme, že si navzájom konkurujú a majú teda nulový zisk, kryjú si iba vlastné náklady. Všimnime si, že opätovné prerokovanie je najvýhodnejšie pre pôvodných investorov, ktorí by inak dostali nulu. Najvýhodnejšie je pre nich odpustenie dlhu z  $D$  na  $d$ , najmenej priaznivý je pre nich dlh  $D$ .

## 4 Pôžičková kapacita: Multiplikátor vlastného kapitálu

Táto kapitola je podobná druhej kapitole. Aj tu si povieme základné podmienky, ktoré musia byť splnené, aby bol projekt financovaný. Jediný, ale podstatný rozdiel v týchto kapitolách je, že v tejto kapitole budeme hovoriť o spojitom investičnom modeli. Dozvieme sa o optimálnom množstve aktív, ktoré má podnikateľ vložiť do projektu, čo súvisí s pojmom multiplikátor kapitálu.

### 4.1 Spojitý investičný model

Spojitý investičný model je opakom diskrétného. Doteraz sme mali danú konkrétnu hodnotu investície  $I$ . Teraz predpokladáme, že investície patria do intervalu  $I \in [0, \infty)$ . V prípade neúspešného projektu je zisk 0. Ak projekt uspeje, tak zisk z neho je úmerný investíciám, a síce zisk bude  $RI$ . Dlžníkov súkromný benefit z *nevhodného správania* je tiež úmerný investíciám. Rovnako ako v diskrétnom modeli, aj v tomto spojitom modeli má dlžník na výber medzi *vhodným správaním* a *nevhodným správaním*.

V prípade, že jeho správanie v projekte je vhodné, tak nemá žiaden súkromný benefit z projektu a pravdepodobnosť úspechu projektu je  $p_v$ . Ak sa ulieva ziskava súkromný benefit  $BI$  a znižuje pravdepodobnosť úspechu na  $p_n = p_v - \Delta p$ . Dlžník má na začiatku hotovosť (vlastné aktíva)  $A$ . Preto si musí  $(I - A)$  požičať na financovanie projektu, ktorého hodnota je  $I$ . Zmluva o pôžičke špecifikuje, že veritelia (ktorí ako predtým neočakávajú žiaden zisk) a dlžník dostanú 0 v prípade neúspechu projektu, a  $R_V$  a  $R_D$  v opačnom prípade, kde  $R_D + R_V = RI$ .

Aj teraz predpokladáme, že projekt má pozitívne NPV, keď sa dlžník *správa vhodne*, ale teraz uvažujeme kladné NPV na jednotku investície, teda

$$p_v R > 1, \tag{8}$$

ale má negatívne NPV inak,

$$1 > p_n R + B. \quad (9)$$

Tiež robíme predpoklad, že investícia je konečná:

$$p_v R < 1 + \frac{p_v B}{\Delta p}. \quad (10)$$

Tak ako nerovnica (6) z diskretného modelu, aj nerovnosť (10) má jednoduchú interpretáciu: výnos na jednotku kapitálu,  $p_v R - 1$ , je nižší ako sú náklady na podnikateľa  $\frac{p_v B}{\Delta p}$ . Všimnime si, že ak by bola nerovnosť opačná, tak by to znamenalo, že NPV projektu by bolo vždy vyššie ako suma, ktorá sa má dať podnikateľovi a teda by každý investoval nekonečne veľa, čomu sa chceme vyhnúť.

## 4.2 Analýza pôžičky zo strany veriteľov

Aj v spojitom modeli musí existovať *motivačná podmienka*, ktorá by dostatočne motivovala podnikateľa k *vhodnému správaniu*, čím sa eliminuje riziko morálky

$$(\Delta p)R_D \geq BI \quad (MP).$$

Investori sú racionálni, idú do projektu iba ak zisk z neho bude aspoň taký ako to, čo doň vložili, a tak vzniká *racionálna podmienka veriteľov*

$$p_v(RI - R_D) \geq I - A. \quad (RP)$$

Predpokladáme, že konkurenční investori nemajú žiaden zisk, čo je vhodné pre podnikateľa. Podnikateľov čistý úžitok je potom rovný:

$$U_D = (p_v R - 1)I. \quad (11)$$

V diskretnom modeli nám (MP) a (RP) ukázali aká musí byť minimálna hranica aktív podnikateľa, aby bol jeho projekt financovaný.



V spojitom modeli nám tieto dve podmienky určia maximálnu výšku investícií<sup>4</sup>:

$$I \leq kA, \quad (12)$$

kde  $k$  je multiplikátor (násobiteľ) rovný

$$k = \frac{1}{1 - p_v \left( R - \frac{B}{\Delta p} \right)} > 1 \quad (13)$$

Z rovnice (10) vidíme, že menovateľ multiplikátora  $k$  je kladný. Navyše podmienky (8) a (9) implikujú, že  $(\Delta p)R > B$ , a preto menovateľ multiplikátora  $k$  je zároveň menší ako 1. Z toho vyplýva, že multiplikátor  $k > 1$ , a to je dôležitý fakt, ktorý ukazuje, že dlžník môže založiť svoje aktíva, pričom  $k$  je multiplikátor. A teda dlžník je schopný požičať si dokonca viac, ako je samotná investícia. Čím je multiplikátor menší, tým je súkromný benefit väčší, a pomer pravdepodobností, ktorým sa meria úsilie podnikateľa klesá.

Podmienky (8) a (11) ďalej implikujú, že pre podnikateľa je najlepšie investovať do projektu  $k$ -krát jeho hotovosť  $A$ ,  $I = kA$ , čo znamená, že požičať si musí  $d = (k - 1)$ -krát jeho hotovosť  $A$ , kde

$$d = \frac{p_v \left( R - \frac{B}{\Delta p} \right)}{1 - p_v \left( R - \frac{B}{\Delta p} \right)}, \quad (14)$$

a  $dA$  sa nazýva pôžičková kapacita.

## 5 Príklady

### 5.1 Príklad 1 (Náhodné financovanie)

Uvažujme diskretný investičný model. Vieme, že keď  $A \geq \bar{A}$ , kde  $I - \bar{A} = p_v \left( R - \frac{B}{\Delta p} \right)$ , je optimálne a uskutočniteľné pre dlžníka podpísať zmluvu,

---

<sup>4</sup> $p_v \left( RI - \frac{BI}{\Delta p} \right) \geq (I - A)$   
 $1 - p_v \left( R - \frac{B}{\Delta p} \right) \leq \frac{A}{I} \Rightarrow I \leq \frac{A}{1 - p_v \left( R - \frac{B}{\Delta p} \right)}$

v ktorej je projekt podniknutý. Poznamenajme, že pre  $A < \bar{A}$ , dlžník nemôže presvedčiť investorov podniknúť projekt s pravdepodobnosťou 1.

1. Uvažujme zmluvu, v ktorej podnikateľ investuje  $\tilde{A} \in [0, A]$  z jeho vlastných peňazí, projekt je financovaný s *pravdepodobnosťou*  $x$ , dlžník získava  $R_D$  v prípade úspechu a 0 inak. Napíšte investorovu racionálnu podmienku nulového zisku.
2. Ukážte, že (za predpokladu, že  $NPV = p_v R - I$  je pozitívne) je optimálne pre dlžníka investovať  $\tilde{A} = A$ .  
Ako kolíše pravdepodobnosť podpísania projektu s  $A$ ?

**Riešenie 1** 1. Pre diskkrétne financovanie platilo:

$$p_v(R - R_D) \geq I - \tilde{A} \quad (RP) \quad \text{a}$$

$$p_v R_V = I - \tilde{A} \quad (\text{podmienka nulového zisku})$$

Pre náhodné financovanie dostávame:

$$x p_v (R - R_D) \geq x I - \tilde{A} \quad (RP).$$

Odtiaľ minimum aktív, ktoré musí mať dlžník:

$$\begin{aligned} \tilde{A} &\geq \bar{A} = xI - x p_v R + x p_v R_D = \\ &= x p_v R_D - x(p_v R - I) = x p_v \frac{B}{\Delta p} - x(p_v - I) \end{aligned}$$

Ak  $\tilde{A} \geq \bar{A}$ , tak  $\bar{A}$  je nutnou a postačujúcou podmienkou pre financovanie. Podnikateľ ponúka konkurujúcim si investorom toľko, aby nedostali žiaden prebytok, a teda

$$x p_v R_V = x I - \tilde{A}$$

je racionálnou podmienkou investorov pre ich nulový zisk.

2. Nech  $A = \tilde{A} + c$ . Potom

$$x p_v (R - R_D) \geq x I - \tilde{A} = x I - A + c \quad (RP) \quad \text{a}$$

$$A \geq \bar{A} = xI - xp_v R + xp_v R_D + c = xp_v \frac{B}{\Delta p} - x(p_v R - I) + c.$$

Vidíme, že ak podnikateľ investuje do projektu iba  $\tilde{A}$  z celkových svojích aktív  $A$ , a  $c = A - \tilde{A} > 0$  minie na vlastnú spotrebu, zvýši sa hranica jeho minimálnych aktív, čo môže spôsobiť problémy pri financovaní.

Ukázali sme si, že  $A \geq \bar{A} = x[p_v \frac{B}{\Delta p} - (p_v R - I)]$  ak  $A = \tilde{A}$ , teda podnikateľ vloží všetku svoju hotovosť do projektu. Pre *pravdepodobnosť*  $x$ , s ktorou je projekt financovaný platí:

$$x \leq \frac{A}{p_v \frac{B}{\Delta p} - (p_v R - I)}.$$

Môžno si všimnúť, že menovateľ je rovný  $\bar{A}$ . Pri diskretnom modeli ak  $A \geq \bar{A}$ , tak projekt bol financovaný s pravdepodobnosťou 1, v opačnom prípade bola pravdepodobnosť rovná 0. Pri náhodnom financovaní, ak  $A \geq \bar{A}$ , tak projekt je tiež financovaný s pravdepodobnosťou  $x = 1$ . Avšak ak  $A < \bar{A}$ , teda nemáme dostatok vlastných aktív, pri náhodnom financovaní to neznamena, že projekt nebude financovaný, ale je tu ešte možnosť financovania projektu s pravdepodobnosťou  $x \leq \frac{A}{p_v \frac{B}{\Delta p} - (p_v R - I)}$

## 5.2 Príklad 2 (Averzia voči riziku)

Uvažujme diskretný investičný model rozvinutý v tejto kapitole: podnikateľ má hotovosť  $A$  a chce investovať  $I - A$  do projektu. Projekt získava  $R > 0$  s pravdepodobnosťou  $p$  a  $0$  s pravdepodobnosťou  $1 - p$ . Pravdepodobnosť úspechu projektu je  $p_v$ , ak sa podnikateľ *správa vhodne*, a  $p_n = p_v - \Delta p$ , ak nepracuje. Podnikateľ získava súkromný benefit  $B$ , ak sa ulieva a  $0$  inak. Predpokladajme, že  $I > p_v \left( R - \frac{B}{\Delta p} \right)$  (nech  $p_n R + B < I$ ; tak projekt nie je financovaný, ak sa podnikateľ ulieva).

V kontraste s rizikovou neutralitou predpokladajme, že podnikateľ je rizikovo averzný a jeho funkcia užitočnosti je:

$$u(c) = \begin{cases} c & \text{ak } c \geq c_0 \\ -\infty & \text{ak } c < c_0 \end{cases}$$

(Predpokladajme, že  $A \geq c_0$ , aby sme zabezpečili, že podnikateľ nie je v  $-\infty$  pri neexistujúcom financovaní)

Spočítajte minimálne  $\bar{A}$ , pre ktoré je projekt financovaný pri rizikovej neutralite investorov, keď trhovú úrokovú mieru je 0. Rozoberte rozdiel medzi pravdepodobnosťou  $p_v = 1$  a  $p_v < 1$ .

**Riešenie 2** Označme  $R_D^u$  ako zisk podnikateľa z úspešného projektu a  $R_D^n$  ako zisk podnikateľa z neúspešného projektu. Poďme si odvodiť motivačnú podmienku:

$$p_v u(R_D^u) + (1 - p_v) u(R_D^n) \geq p_n u(R_D^u) + (1 - p_n) u(R_D^n) + B \quad (MP)$$

Pri rizikovej neutralite podnikateľa by platilo  $R_D^n = 0$ . Po dosadení do (MP) si možno všimnúť, že nastáva problém:

$$-\infty > -\infty$$

čo neplatí. Teda je nutné, aby bol rizikovo averzný podnikateľ odmenený aj v prípade neúspechu. Aké je optimálne  $R_D^n$ ? Označme  $u(R_D^n) = u \geq c_0$ . Motivačná podmienka v tomto prípade je

$$p_v R_D^u + (1 - p_v) u \geq p_n R_D^u + (1 - p_n) u + B \quad (MP)$$

Racionálna podmienka v prípade rizikovej averzie podnikateľa sa líši od klasickej tým, že od očakávaného príjmu veriteľov v prípade úspechu odraťujeme ešte zisk podnikateľa v prípade neúspechu projektu, ktorý mu musia veritelia zaplatiť:

$$p_v (R - R_D^u) + (1 - p_v) (-R_D^n) \geq I - A. \quad (RP)$$

Po vyjadrení a dosadení  $R_D^u$  z (MP) do (RP) dostávame:

$$p_v \left( R - \frac{B}{\Delta p} \right) - u \geq I - A \quad (a)$$

odkiaľ si môžeme vyjadriť  $A$ :

$$A \geq I - p_v \left( R - \frac{B}{\Delta p} \right) + c \quad (b)$$

Vieme, že v nerovnici (a) (a teda aj v nerovnici (b)) nastáva rovnosť pre nulovú ziskovosť investorov. Tí sa budú snažiť svoj zisk maximalizovať, preto je pre nich najlepšie minimalizovať  $c$ . Rovnica (b) predstavuje minimálne množstvo aktív, ktoré musia mať podnikatelia, aby boli ich projekty financované. Preto aj pre nich je minimálne  $c$  ideálne. Ak sa pozrieme na funkciu užitočnosti, tak najmenšie možné  $c$  je  $c = c_0$ .

Z (MP) a (RP) si môžeme všimnúť, že ak  $p_v = 1$  tak nastane prípad podobný s rizikovou neutralitou. Ak je  $p_v < 1$ , ide o rizikovú averziu podnikateľa.

### 5.3 Príklad 3 (Monopol, duopol)

Firma Mobilík (M) a firma Telefoník (T) chcú začať podnikáť v oblasti mobilných telefónov. V snahe získať čo najviac zákazníkov sa obe firmy usilujú zdokonaľiť svoje mobilné telefóny. Preto firma M aj firma T vypracuje projekt na technické vylepšenie mobilov. Tento projekt vyžaduje fixné investície  $I$ . Firma M má počiatočné aktíva  $A_M < I$ . Firma T má vlastný kapitál  $A_T < I$ . Každá firma si potrebuje požičať na projekt od investorov, ktorých očakávaná úroková miera je 0. Ako v klasickom modeli jednej firmy (podnikateľa) firma má súkromný benefit  $B$ , ak sa správa nevhodne, inak 0. Pravdepodobnosť úspechu projektu je  $p_v$  a  $p_n = p_v - \Delta p$ , podľa toho, či sa firma správa vhodne alebo nevhodne.

Návratnosť firiem je

$$R = \begin{cases} D & \text{keď obe firmy uspejú v projekte (duopol)} \\ M & \text{keď iba jedna firma uspeje (monopol)} \\ 0 & \text{keď nie je úspešný ani jeden projekt} \end{cases}$$

kde  $M > D > 0$ .

Predpokladajme, že  $p_v \left( M - \frac{B}{\Delta p} \right) < I$ . Hľadáme Nashovo ekvilibrium v zmluvách o pôžičke (keď firma vyjednáva s investormi, obe strany správne predvídajú, či ostatní podnikatelia získali financovanie). V prvom kroku predpokladajme, že projekty firm M a T sú nezávislé, takže sa nič nedá zistiť z úspechu alebo neúspechu firmy.

1. Ukážte, že je tu obmedzenie  $\underline{A}$  také, že keď  $A_i < \underline{A}$  pre  $i = M, T$ , firma  $i$  nedostane financie.
2. Ukážte, že je tu obmedzenie  $\bar{A}$  také, že keď  $A_i > \bar{A}$  pre  $i = M, T$ , obe firmy získajú financie.
3. Ukážte, že keď  $\underline{A} < A_i < \bar{A}$  pre  $i = M, T$ , potom existujú dve ekvilibria (v čistých stratégiách).
4. Predchádzajúca otázka nám ukázala, že keď projekty Mobilíka a Telefoníka sú nezávislé, tak je ťažšie získať financie od investorov. Naznačíme, že ak sú projekty závislé, tak sa môže financovanie uľahčiť tým, že sa bude porovnávať podnikateľova úspešnosť s konkurenčnou firmou.

Zmeňme podnikateľove preferencie:

$$u(c) = \begin{cases} c & \text{ak } c \geq c_0 \\ -\infty & \text{ak } c < c_0 \end{cases}$$

Predpokladajme najprv, že iba jedna firma môže investovať. Dokážte, že nutná a postačujúca podmienka pre investovanie je

$$p_v \left( M - \frac{B}{\Delta p} \right) - c_0 \geq I - A.$$

5. Nadviažeme na predošlú otázku. Predpokladajme, že teraz sú na trhu už obe firmy, aj Mobilík aj Telefoník a ich projekty sú dokonale korelované. To znamená, že ak obe firmy investujú a ani jedna firma sa

neulieva, tak buď aj Mobilík aj Telefoník uspejú alebo nie. Ukážte, keď platí

$$p_v D - c_0 \geq I - A,$$

tak potom je to zároveň ekvilibrium pre obe firmy, ktorých projekty sú financované.

**Riešenie 3** 1. Budeme uvažovať iba o firme Mobilík. Pre firmu Telefoník platia obdobné vzťahy. V tomto prípade uvažujeme iba o monopolnom zisku, pretože ideme odvodiť obmedzenie, ktoré musí dodržať firma jednotlivo, bez ohľadu na druhú firmu. Odvodíme si motivačnú a racionálnu podmienku pre firmu Mobilík:

$$p_v M_D \geq p_n M_D + B$$

$$M_D \geq \frac{B}{\Delta p} \quad (MP)$$

$$p_v \left( M - \frac{B}{\Delta p} \right) \geq I - A_M, \quad (RP)$$

kde  $M_D$  predstavuje zisk z projektu firmy Mobilík.

Vieme, že v optimálnom kontrakte vo všetkých nerovnostiach nastávajú rovnosti. Spojením motivačnej a racionálnej podmienky dostávame obmedzenie

$$\underline{A} = I - p_v \left( M - \frac{B}{\Delta p} \right).$$

Ak firma Mobilík má vlastný kapitál aspoň  $\underline{A}$ , tak určite získa financie od investorov. Ak nespĺňa toto obmedzenie, tak jej projekt financovaný nebude.

2. V tomto prípade musíme zahrnúť do výpočtov aj prípad, že budú obe firmy úspešné a vznikne duopol. Takto vypočítame hranicu aktív, ktorú keď obe firmy prekročia, tak obe dostanú pôžičku. Opäť zoberme iba firmu Mobilík. Pre firmu Telefoník by bolo odvedenie rovnaké. Zisk firmy M pri vhodnom správaní je v tomto

prípade  $R_D = p_v D_D + (1 - p_v) M_D$ . Optimálna motivačná podmienka je teda

$$p_v(R_D) = p_n(R_D) + B \quad \text{a teda}$$

$$p_v D_D + (1 - p_v) M_D = \frac{B}{\Delta p}. \quad (MP)$$

Zisk investorov  $R - R_D$  je v tomto prípade

$R - R_D = p_v(D - D_D) + (1 - p_v)(M - M_D)$ . Optimálna racionálna podmienka je teda

$$p_v(R - R_D) = I - A \quad (RP).$$

Po dosadení, roznásobení a spojení  $(MP)$  a  $(RP)$  dostávame:

$$\bar{A} = I - p_v \left( p_v D + (1 - p_v) M - \frac{B}{\Delta p} \right)$$

Ak  $A_M > \bar{A}$  a  $A_T > \bar{A}$  tak obe firmy získajú financie.

3.  $\bar{A} - \underline{A} = p_v^2(M - D) > 0$ , teda naozaj platí  $\bar{A} > \underline{A}$ . Pre  $\underline{A} < A_i < \bar{A}$  pre  $i = M, T$  vidíme, že obe firmy by boli financované, ak by boli na trhu jediné. Ale ani jedna firma neprekročila obmedzenie  $\bar{A}$ , preto nemôžu byť na spoločnom trhu financované obe, ale môže byť financovaná jedna firma. Teda ekvilibriá sú, že buď firma Mobilík alebo firma Telefoník dostanú financie od investorov.
4. V tomto príklade si možno všimnúť podobnosť s príkladom 2. Dokázali by sme, že nastáva problém ak by sme firmu neodmenili v prípade neúspechu. Preto treba určiť, ktorá odmena v prípade neúspechu projektu je optimálna. Opäť uvažujme iba firmu Mobilík. Motivačná a racionálna podmienka:

$$p_v M_M^u + (1 - p_v)u > p_n M_M^u + (1 - p_n)u + B \quad (MP)$$

$$p_v(M - M_M^u) + (1 - p_v)(-u) \geq I - A_M. \quad (RP)$$



kde  $M$  je monopolný zisk z úspešného projektu,  $M_M^u$  je zisk Mobilíka v prípade úspešného projektu a  $u \geq c_0$  je zisk firmy v prípade neúspechu. Hľadáme teda optimálne  $u$ . Spojením (MP) a (RP) dostávame:

$$p_v \left( M - \frac{B}{\Delta p} \right) - u \geq I - A_M.$$

Ako bolo spomenuté v príklade 2 pre podnikateľa aj investorov je optimálne minimálne  $u$ . Z funkcie užitočnosti vidíme, že minimálne  $u$  je  $u = c_0$  a preto:

$$p_v \left( M - \frac{B}{\Delta p} \right) - c_0 \geq I - A_M.$$

5. Platí označenie z predošlej úlohy. Motivačná podmienka je splnená vždy:

$$p_v(D - u) + (1 - p_v)u > -\infty \quad (MP)$$

Preto uvažujeme iba racionálnu podmienku:

$$p_v(D - u) + (1 - p_v)(-u) \geq I - A \quad (RP)$$

Po roznásobení a po uvedomení si, že optimálne je opäť minimalizovať  $u$ . Výsledkom je:

$$p_v D - c_0 \geq I - A.$$

Odvodenie platí pre obe firmy, a teda je to Nashovým ekvilibríom pre firmu Mobilík aj Telefoník.

#### 5.4 Príklad 4 (Kvalita investície)

Pekár predávajúci rožky má vlastné aktíva  $A$ . Kúpa novej pece si vyžaduje investície  $I(\tau) > A$ , preto vypracuje projekt, aby získal investorov na túto investíciu. V prípade, že projekt na získanie novej pece uspeje pekár získa z predaja rožkov zisk  $R$ , v prípade, že neuspeje dostane 0. Dlžník ručí iba tým čo má, preto v prípade neúspechu nemusí vrátiť stratu investorov.

Pravdepodobnosť úspechu projektu ak sa podnikateľ správa vhodne je  $p_v + \tau$ . Ak zvolí opačné správanie, tak pravdepodobnosť úspechu sa zníži na  $p_n + \tau$ . Označme  $\Delta p = p_v - p_n > 0$ . Súkromné benefity  $B$  pekár získava iba pri voľbe nevhodného správania, inak 0.

Finančný trh je konkurenčný a očakávaná miera návratnosti požadovaná investormi je nulová. Nikdy nie je optimálne dávať motiváciu pekárovi na nevhodné správanie, takisto ani pre podnikateľa nie je optimálne zvoliť zlé správanie v projekte. Investičné náklady  $I$  predstavujú rastúcu a konvexnú funkciu od  $\tau$ . Ďalej predpokladáme:

1.  $p_v R > I(0)$
2.  $p_v + \tau < 1$
3.  $I'(0)$  je dostatočne malé, aby sa zabezpečilo vnútorné riešenie (teda nie na hraniciach)

Nech  $\tau^*, A^*, \tau^{**}$  sú definované ako:

$$I'(\tau^*) = R,$$

$$[p_v + \tau^*] \left[ R - \frac{B}{\Delta p} = I(\tau^*) - A^* \right],$$

$$I'(\tau^{**}) = R - \frac{B}{\Delta p}.$$

- (a) Prečo je funkcia  $I(\tau)$  rastúca a konvexná?
- (b) Prečo platia predpoklady 1 – 3?
- (c) Môže pekár dostať financie na novú pec? Ak áno, aké je ekvilibrium (optimálna) úroveň kvality investície  $\tau$ ?

**Riešenie 4 (a)** Pekár si môže vybrať, či si kúpi nekvalitnú pec, ktorá zvýši pravdepodobnosť úspechu (resp. neúspechu) o  $\tau_1$ , alebo si kúpi kvalitnú pec, ktorá zvýši pravdepodobnosť úspechu (resp. neúspechu) o  $\tau_2 > \tau_1$ . Kvalitnejšia pec stojí viac, a teda vyžaduje väčšie investície. Ukázali sme, že čím kvalitnejšia úroveň investície

(čím väčšie  $\tau$ ), tým väčšia investícia (tým drahšia, ale kvalitnejšia pec, ktorá prinesie väčšie zisky z predaja rožkov), a teda  $I(\tau)$  je rastúca funkcia.

S rastúcim  $\tau$  nám rastú aj investície. Tento nárast ale nie je lineárny. Možno to vysvetliť napr. tým, že ak si chceme kúpiť kvalitnú pec, tak nezaplatíme iba za ňu, ale budeme musieť zaplatiť aj za jej dovoz, pretože sa nevyrába v našej krajine. Alebo si kvalitná pec vyžaduje aj lepšiu múku, čím sa znásobujú investície. Preto je funkcia konvexná.

- (b)  $I(0)$  znamená, že pekár nemá záujem o kvalitnejšiu pec,  $\tau = 0$ , teda nejde o žiadne zmeny kvality úrovne investície. Prvý predpoklad hovorí, že aj pri tejto úrovni kvality investícií je očakávaný zisk väčší ako veľkosť investícií.

Ak by neplatil druhý predpoklad, tak projekt by bol úspešný stále, resp. pravdepodobnosť úspechu by bola väčšia ako 1, čo je nereálne.

Ak pekár vie, že  $I'(0) \cong 0$ , tak má motiváciu zlepšiť úroveň kvality investície, a teda riešenie už nebude na hranici  $\tau = 0$ .

- (c) Najprv si odvodíme motivačnú podmienku pre podnikateľa:

$$(p_v + \tau)R_D \geq (p_n + \tau)R_D + B \quad \text{a teda}$$

$$R_D \geq \frac{B}{\Delta p}. \quad (MP)$$

Pre racionálnu podmienku platí:

$$(p_v + \tau) \left( R - \frac{B}{\Delta p} \right) \geq I(\tau) - A, \quad (RP)$$

$$\bar{A} \geq (p_v + \tau) \left( R - \frac{B}{\Delta p} \right) - I(\tau).$$

Ďalej predpokladajme, že vo všetkých nerovnostiach nastanú rovnosti, pretože sú optimálne pre pekára aj pre investorov.

Pekár chce maximalizovať svoj zisk:

$$\max(R - R_V) = \max(p_v + \tau)R - (I(\tau) - A)$$

Chce zistiť, ktoré  $\tau$  maximalizuje jeho zisk. Preto zisk zderivujeme podľa premennej  $\tau$ , položíme rovné nule v bode  $\tau = \tau^*$ :

$$R - I'(\tau^*) = 0$$

$$R = I'(\tau^*)$$

K tomuto optimálnemu  $\tau$  prislúcha optimálne množstvo vlastných aktív  $A^*$ :

$$A^* = (p_v + \tau) \left( R - \frac{B}{\Delta p} \right) - I(\tau^*)$$

Aby bol projekt financovaný, tak podnikateľove počiatkové aktíva musia prekročiť hranicu minimálnych aktív, ktorú sme si odvodili v tejto kapitole. Preto bude minimalizovať  $\bar{A}$ :

$$\min \bar{A} = \min(p_v + \tau) \left( R - \frac{B}{\Delta p} \right) - I(\tau).$$

Hľadáme optimálne  $\tau$ , ktoré nám zabezpečí toto minimum. Preto opäť zderivujeme podľa  $\tau$  a v bode  $\tau = \tau^{**}$  položíme rovné nule:

$$\left( R - \frac{B}{\Delta p} \right) - I(\tau^{**}) = 0$$

$$\left( R - \frac{B}{\Delta p} \right) = I(\tau^{**})$$

Je ľahko vidieť, že  $\tau^* > \tau^{**}$ , a podobne aj  $A^* > A^{**}$ . Naše aktíva možno zaradiť do troch intervalov. Ak  $A < A^{**}$ , tak pekár nezíska financie od investorov. Pre každé  $A \in [A^{**}, A^*)$  existuje práve jedno  $\tau^{**}$ , s ktorým bude financovanie novej pece umožnené. A existuje práve jedno  $\tau^*$ , ktoré pripadá každému  $A \geq A^*$  a projekt bude financovaný a zisk maximálny.

## 6 Záver

Cieľom mojej práce bola analýza kapitálovej štruktúry podnikov pri asymetrickej informácii. Asymetricкую informáciu predstavovalo v mojej práci riziko morálky. Rozobrali sme dva prípady investičných modelov, a síce diskretný a spojitý model. Základom práce bolo oboznámenie sa s motivačnou a racionálnou podmienkou, ktoré sme neskôr využívali najmä pri výpočtoch príkladov. V týchto podmienkach sme sa snažili vyhnúť riziku morálky tým, že podnikateľ bude mať väčší zisk, ak sa v projekte správa vhodne. Zaoberali sme sa aj pravdepodobnosťou úspechu projektu. Investori nemajú záujem odmeňovať podnikateľa za jeho prácu na projekte, ak majú informáciu, že jeho výkon bol nedostatočný. Hovorili sme aj o možných stavoch prostredia. Ak bol stav nepriaznivý, tak v tomto prípade nie je odmenený ani podnikateľ ani investori. So stavom prostredia súvisí aj meranie výkonnosti benchmarking, ktorý ako sme si ukázali nevie vždy určiť hospodársku výkonnosť podnikateľa. Niekedy majú podnikatelia problém získať pôžičku, pretože sú zadĺžení ešte z predchadzajúcej zmluvy. Príčinou toho, že podnikateľ nie je schopný splatiť svoj dlh môže byť nepriaznivý stav, ale aj to, že podnikateľ pracoval nevhodne, čím spôsobil neúspešnosť projektu. To znižuje jeho reputáciu a znemožňuje získať ďalší úver. Alebo sa môže dohodnúť s pôvodnými investormi na znížení dlhu, s novými investormi na financovaní nového projektu a v prípade úspechu projektu môžu byť nakoniec všetci ziskoví.

## Literatúra

- [1] TIROLE J.: *The theory of Corporate Finance*. Princeton University Press, 2005
- [2] Brunovský P., *Mikroekonómia*. (učebný text na internete: <http://pc2.iam.fmph.uniba.sk/skripta/brunovsky2/> )