UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE
FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY

# Fuzzy logika a jej aktuálne aplikácie

BAKALÁRSKA PRÁCA

2012 Gabriel GROMAN

UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE
FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY

# Fuzzy logika a jej aktuálne aplikácie

## BAKALÁRSKA PRÁCA

| | |
|---|---|
| Študijný program: | Ekonomická a finančná matematika |
| Študijný odbor: | 1114 Aplikovaná matematika |
| Školiace pracovisko: | Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky |
| Vedúci práce: | doc. RNDr. Július Vanko, PhD. |

Bratislava 2012

**Gabriel GROMAN**

10775384

Univerzita Komenského v Bratislave
Fakulta matematiky, fyziky a informatiky

# ZADANIE ZÁVEREČNEJ PRÁCE

**Meno a priezvisko študenta:** Gabriel Groman
**Študijný program:** ekonomická a finančná matematika (Jednoodborové štúdium, bakalársky I. st., denná forma)
**Študijný odbor:** 9.1.9. aplikovaná matematika
**Typ záverečnej práce:** bakalárska
**Jazyk záverečnej práce:** slovenský

**Názov:** Fuzzy logika a jej aktuálne aplikácie

**Cieľ:** Ukázať praktické možnosti využitia fuzzy logiky.

**Vedúci:** doc. RNDr. Július Vanko, PhD.
**Katedra:** FMFI.KAMŠ - Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky

**Dátum zadania:** 15.10.2011

**Dátum schválenia:** 27.10.2011

doc. RNDr. Margaréta Halická, CSc.
garant študijného programu

.....................................................
študent

.....................................................
vedúci práce

## Poďakovanie

Touto cestou sa chcem poďakovať predovšetkým vedúcemu mojej bakalárskej práce, doc. RNDr. Júliusovi Vankovi, PhD., za ochotu, čas, poskytnutie literatúry a usmernenie pri písaní práce. Ďakujem aj svojim rodičom, súrodencom a priateľke za podporu a trpezlivosť.

# Abstrakt

GROMAN, Gabriel: *Fuzzy logika a jej aktuálne aplikácie* [Bakalárska práca].
Univerzita Komenského v Bratislave, Fakulta matematiky, fyziky a informatiky,
Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky.
Školiteľ: doc. RNDr. Július Vanko, PhD., Bratislava, 2012, 41 strán.

Táto práca sa zaoberá fuzzy logikou a jej aktuálnymi aplikáciami. Rozoberá problematiku teórie fuzzy množín, výrokov, logických operácií a v neposlednom rade aj samotnej fuzzy logiky. Poskytuje základný prehľad aplikácií fuzzy logiky v bežnom živote a vo finančnom sektore, konkrétne vo finančnej analýze. Poukazuje taktiež na dôvody, prečo je fuzzy logika vhodný nástroj pri spomenutých aplikáciách.

**Kľúčové slová:** fuzzy množiny, fuzzy logika, aplikácie, financie

# Abstract

GROMAN, Gabriel: *Fuzzy logic and its current applications* [Bachelor thesis].
Comenius University in Bratislava, Faculty of Mathematics, Physics and Informatics, Department of Applied Mathematics and Statistics.
Supervisor: doc. RNDr. Július Vanko, PhD., Bratislava, 2012, 41 pages.

The thesis deals with the fuzzy logic and its current applications. It analyses the theory of fuzzy sets, propositions, logic operations and, last but not least, the fuzzy logic itself. It provides the basic overview how is fuzzy logic applicable in daily life and also in the financial sector, specifically in the financial analysis. The thesis also points out the reasons why is fuzzy logic a suitable tool to be used in the mentioned situations.

**Keywords:** fuzzy sets, fuzzy logic, applications, finance

# Obsah

# Zoznam obrázkov

# Zoznam tabuliek

# Úvod

*„Čím lepšie matematické zákony popisujú realitu, tým sú menej presné, a čím sú presnejšie, tým horšie popisujú realitu.“*

Albert Einstein

Ľudstvo sa už od počiatku snaží veci okolo seba a vzťahy medzi nimi spresňovať a vyjasňovať. Vzhľadom na úroveň techniky a poznania v danej dobe nebolo nikdy možné túto úlohu plniť na sto percent. Stále existujú vzťahy a veci, ktoré nemôžeme jednoznačne zaradiť do zásuvky povestného stola poznania. Strach z nejasnosti, nepresnosti, neurčitosti, vágnosti, či hmlistosti slovných pojmov, ktoré môžeme vyjadriť cudzím slovom *„fuzzy“*, bol a stále je nočnou morou vyspelých civilizácii. Takýto prístup k riešeniu úloh priviedol civilizáciu na mimoriadny stupeň vyspelosti, ale predsa na tomto zdanlivom vrchole sa otázka nepresnosti či neurčitosti možno práve preto stáva stále aktuálnejšou. Fuzzy teória sa pokúša riešiť jeden zo základných problémov vedy, ktorým je vzťah medzi presnosťou a nepresnosťou.

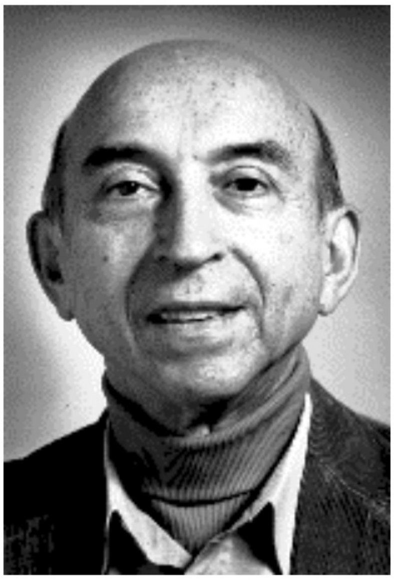
V tejto práci sa budeme zaoberať aplikáciami fuzzy logiky. Čitateľa v prvej kapitole oboznámime so základnou teóriou a terminológiou fuzzy množín, výrokov a logických operácií, ktorých znalosť je základným kameňom fuzzy logiky. Druhá kapitola bude ukážkou aplikovania fuzzy logiky v bežnom živote, v situáciách, kde sa s fuzzy logikou stretávame dennodenne a ani o tom nevieme. V tretej kapitole rozoberieme aplikácie fuzzy logiky vo finančnom sektore. Budeme sa podrobnejšie venovať fuzzy expertným systémom vo financiách, konkrétne vo finančnej analýze.

Cieľom tejto práce je rozobrať tému fuzzy logiky tak, aby ju pochopili aj čitatelia, ktorí nie sú v tejto oblasti odborníci. Taktiež chce táto práca poukázať na praktické možnosti využitia fuzzy logiky.

# 1 Teória fuzzy logiky

## 1.1 História fuzzy logiky

*„Ak rastie zložitosť nejakého systému, klesá naša schopnosť tento systém popísať presne. Po prekročení určitej hranice zložitosti systému sa presnosť a relevantnosť popisu stávajú vzájomne sa vylučujúcimi charakteristikami.“*



**Obr. 1:** Lotfali Askar Zadeh

Keď sa pozrieme na históriu fuzzy logiky, zistíme, že prvou dôležitou osobou pre jej rozvoj bol Budha. Žil v Indii v piatom storočí pred naším letopočtom a založil náboženstvo zvané budhizmus. Jeho filozofia bola založená na myšlienke, že svet je plný rozporov. Tu môžeme vidieť súvislosť medzi filozofiou Budhu a modernou fuzzy logikou. O 200 rokov neskôr grécky učenec Aristoteles vyvinul binárnu logiku. Na rozdiel od Budhu, Aristoteles si myslel, že svet sa skladá z protikladov, napríklad muži verzus ženy, teplé verzus studené, suché verzus mokré, aktívny verzus pasívny. Všetko buď je alebo nie je, nemôže nastať oboje. Známy je Aristotelov výrok zo 4. storočia: *„Všetko musí buď existovať alebo neexistovať, či už v súčasnosti alebo budúcnosti“*. V priebehu storočí sa tieto dve filozofie rozvíjali a šírili nezávisle. Budhizmus sa rozšíril ako náboženstvo Indie a okolitých krajín. Aristotelova logika bola šírená gréckymi učencami do celej Európy. Aristotelova binárna logika sa stala základom vedy - ak sa niečo logicky preukázalo, bolo to stále a prijaté za vedecky správne. Rovnako ako mnoho iných, Russel sa snažil znížiť matematiku k logike. Keď pri práci objavil jeho paradoxy, sám dostal strach. Poukázal na mnoho paradoxov, napr. aj na paradox holiča, ktorý si dal nad dvere vyvesiť štít s textom: *„Holím všetkých a zároveň iba tých mužov, ktorí sa neholia sami.“* Prísne logicky vzaté, kto potom holí holiča? Aj to mu dáva právo byť jedným z otcov fuzzy logiky. V roku 1965, profesor Zadeh (obr.1, narodený v azerbajdžanskom Baku, pôsobiaci na University of California, Berkeley) začal premýšľať, či by nebolo dobré používať logiku pri práci strojov. Napadlo ho, že by mohlo byť oveľa efektívnejšie, ak by sme mohli povedať, že klimatizácia pracuje o niečo rýchlejšie, keď sa oteplí, ako keď by sme zadefinovali pravidlo pre prácu klimatizácie pre každú teplotu. Toto bol deň zrodenia fuzzy logiky ako ju poznáme dnes - fuzzy logikou môžeme povedať, že ako náhle sa ochladí, klimatizácia spomalí. Zakladateľom teórie fuzzy množín a fuzzy logiky bol teda profesor Zadeh, keď publikoval článok *Fuzzy Sets* v časopise *Information and Control* [27]. Trvalo to dlho, kým bola fuzzy logika akceptovaná, aj keď niektorých ľudí fascinuje od svojho zrodenia. V roku 1987 bol postavený prvý podzemný systém (metro), ktorý pracoval s fuzzy logikou - založený na automatickom riadení vlaku operačným systémom v Japonsku. Bol to veľký úspech a zabezpečil fuzzy logike veľký rozmach – spôsobil tzv. *„fuzzy boom“*. Fuzzy logika sľubovala prílev peňazí do priemyslu, ktoré boli samozrejme vítané.

V osemdesiatych rokoch dvadsiateho storočia teda dochádza k algebrickému vývoju fuzzy logiky v rôznych aspektoch. Študovali sa rôzne zovšeobecnenia klasickej logiky a rozšírenia fuzzy logiky. Napríklad lineárna logika, rôzne modely približného usudzovania, alebo jazyková logika. Prielom do fuzzy logiky v úzkom zmysle urobila práca J. Pavelku, ktorá sa venuje výrokovej fuzzy logike. V tejto práci môžeme nájsť definície jej syntaxe, sémantiky, ako aj dôkaz vety o kompletnosti. Pavelkove práce zostali skoro nepovšimnuté. Koncom osemdesiatych a začiatkom deväťdesiatych rokov bola fuzzy logika rozšírená do prvého rádu docentom Vilémom Novákom. Ten dokázal zovšeobecniť Gödelovú vetu o kompletnosti. V roku 1989 publikoval Vilém Novák knihu, v ktorej rozpracoval teóriu fuzzy množín, kde vzhľadom na zmienené výsledky z fuzzy logiky prijal zjednocujúci pohľad. Záujem o fuzzy logiku rastie od polovice osemdesiatych rokov, ktorý je spôsobený najmä slávnym použitím v Japonsku. Dnes má takmer každý inteligentný stroj fuzzy logic technológiu. [12, 20]

## 1.2 Fuzzy množiny

### 1.2.1 Definovanie fuzzy množiny

Motivačný príklad kopy piesku. Starorímsky Filozof Zeno si pri pohľade na kôpku piesku kládol otázku: *„Čo sa stane, ak k tejto kôpke pridám jedno nepatrné zrniečko piesku? Bude to ešte stále kôpka?“*. Odpoveď by bola pravdepodobne kladná. Odpoveď by zostala kladná, aj keby sme k tejto kôpke pridali dvadsať zrniečok, ale predsa pri pridávaní zrniečok piesku sa tá kôpka raz musí zmeniť na kopu. Kedy sa to stane? Aký maximálny počet zrniečok piesku smie kôpka mať a po pridaní ďalšieho zrnka piesku sa stane kopou? K takejto rozporuplnej otázke by sme dospeli, ak by sme chceli určiť presnú hranicu medzi týmito dvomi pojmami [22]. Fuzzy teória sa snaží riešiť jeden z najzákladnejších problémov vedy, t.j. vzťah medzi presnosťou a nepresnosťou, ktorá je dopodrobna rozpracovaná vo viacerých odborných knihách napr. v [5, 14].

Nech $X$ je univerzum, ktoré je tvorené zo zrniek piesku, $X = \{z_1, z_2, ..., z_n...\}$, kde $z_i$ je i-té zrnko piesku. Rekurentne budeme postupne vytvárať podmnožinu $K = \{z_1, z_2, ..., z_p\}$ tak, že k nej budeme pridávať jedno zrnko piesku, $K \leftarrow K \cup \{z_{p+1}\}$. Od určitého počtu zrniek piesku (kardinality), množinu $K$ môžeme nazývať kopa [13]:

- taxatívne kritérium kopy $|K| \geq \vartheta \Rightarrow K$ je kopa
- taxatívne kritérium kopy piesku je veľmi závislé od subjektívneho pohľadu jej tvorcu na to, aké množstvo zrniek piesku už považuje za kopu.

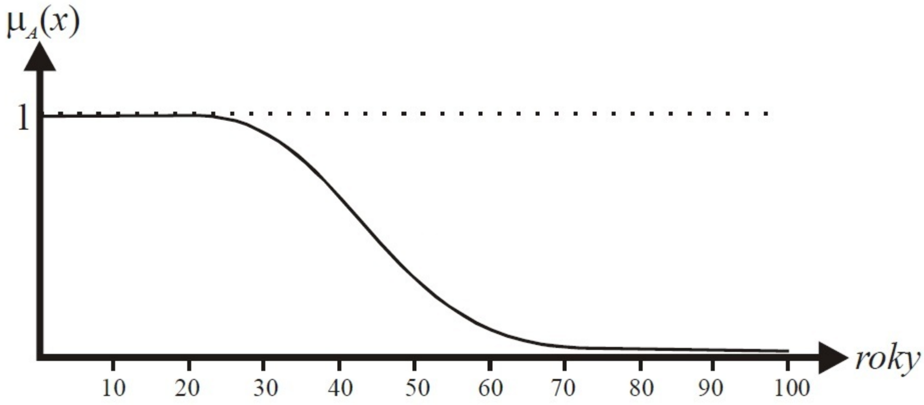
**Definícia 1.1.** ***Fuzzy množina*** *$A$ je definovaná ako usporiadaná dvojica*

$$A = \{(x, \mu_A(x)); \forall x \in X\},$$

*kde $x$ nazývame prvkom množiny $A$ patriacim do univerza $X$ a reálne číslo $\mu_A(x)$ stupňom (mierou) príslušnosti prvku $x$ k fuzzy množine $A$. Funkcia príslušnosti je teda zobrazenie $\mu_A(x) : X \to [0, 1]$ .*

Teória fuzzy množín nám umožňuje formalizovať *„fuzzy“* pojem mladosti. Nech $X$ je univerzum, ktoré je tvorené prirodzenými číslami od 1 do 100, $X = \{1, 2, ..., 100\}$. Fuzzy množina $A$ vyjadrujúca adjektívum *„mladý“* je špecifikovaná charakteristickou funkciou s oborom funkčných hodnôt z uzavretého intervalu $[0, 1]$:

$$\mu_A : X \to [0, 1]$$

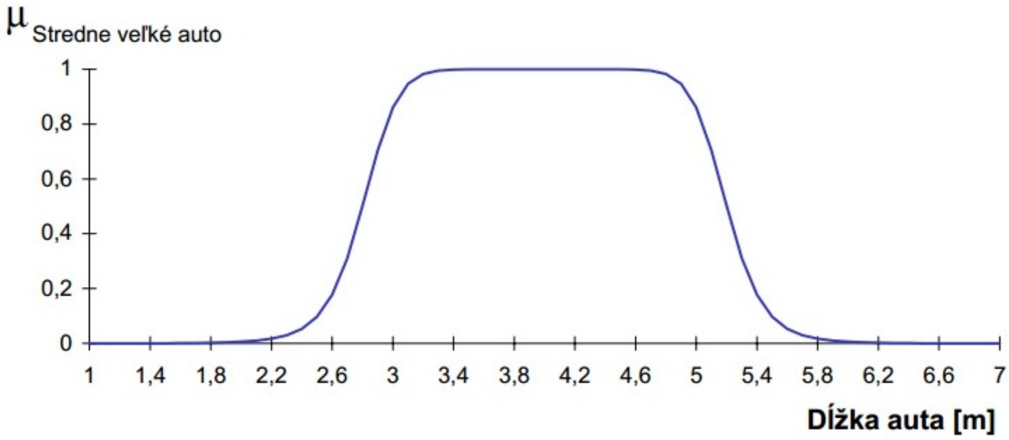



**Obr. 2:** Priebeh charakteristickej funkcie $\mu_A(x)$ fuzzy množiny $A$ *„mladý“*

s kvalitatívnym priebehom znázorneným na obr.2. Alternatívny názov funkcie $\mu_A(x)$ je stupeň príslušnosti prvku - argumentu $x$ do fuzzy množiny *„mladý“*. Pojem fuzzy množiny $A$ často splýva s pojmom jej charakteristickej funkcie $\mu_A(x)$, ktorá ju spolu s univerzom $X$ jednoznačne určuje. Zápis $x \in A$ sa v teórii fuzzy množín interpretuje pomocou príslušnej charakteristickej funkcie $\mu_A(x)$ a to tak, že stupeň príslušnosti prvku $x$ do fuzzy množiny $A$ je určený hodnotou $\mu_A(x)$. Môžeme povedať, že stupeň príslušnosti vyjadruje mieru nášho presvedčenia o tom, či daný element patrí do množiny. Z definície vyplýva, že pre diskrétne univerzum je možné fuzzy množinu popísať ako konečný počet usporiadaných dvojíc, kde každému prvku univerza je priradená príslušná hodnota funkcie príslušnosti. Pri spojitom univerze je možné fuzzy množinu popísať funkciou definovanou na tomto univerze. V praxi sa prevažne stretávame s druhou možnosťou, keďže zväčša pracujeme s reálnym - spojitým svetom. Ak popisujeme napríklad nepresný pojem *„stredne veľké auto“*, tak každej možnej dĺžke priradíme číslo, ktoré vyjadruje stupeň nášho presvedčenia o tom, že auto s takouto dĺžkou je stredne veľké. Je zrejmé, že priradenie je závislé od subjektu a taktiež od kontextu[1] [8]. V našom prípade univerzom budú všetky možné dĺžky áut. Fuzzy množina nášho príkladu je znázornená na obr.3.

Z obr.3 jasne vyplýva, ktoré autá považujeme za stredne veľké a ktoré za stredné veľké nepovažujeme. Napríklad veľkosti áut v rozmedzí $3,4m - 4,6m$, pre ktoré je napríklad $\mu_{StredneVelkeAuto}(3,4m) = 1$ považujeme za stredné a napríklad veľkosti väčšie ako $6,6m$, pre ktoré je napríklad $\mu_{StredneVelkeAuto}(7m) = 0$ určite za stredné nepovažujeme.

[1] Niečo iné je stredne auto pre Američana a niečo iné pre Slováka.




**Obr. 3:** Fuzzy množina *„Stredne veľké auto"*

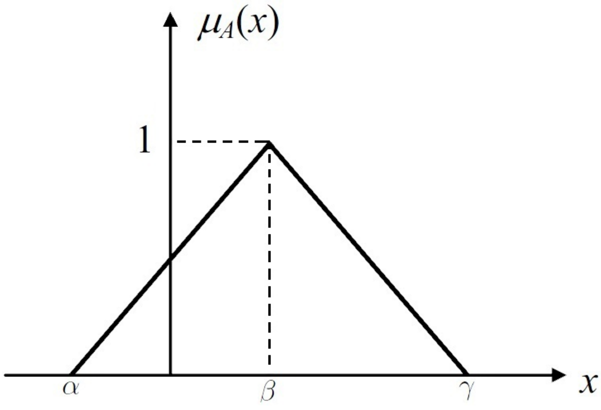
Tvary funkcií príslušnosti, čiže fuzzy množín, bývajú v jednotlivých aplikáciách rôzne a stanovujú sa spravidla intuitívne na základe skúseností. Najčastejšie tvary funkcií príslušností, ktoré sú spomenuté v [6], sú na obr.6. Keďže u nás ešte nie je ustálená terminológia v oblasti fuzzy množín, tak ich názvy sú odvodené z anglických výrazov. V praxi sú najviac používané trojuholníkové (triangular - trimf) a lichobežníkové (trapezoidal - trapmf) funkcie príslušnosti [7].

Trojuholníková funkcia príslušnosti má takýto analytický tvar:

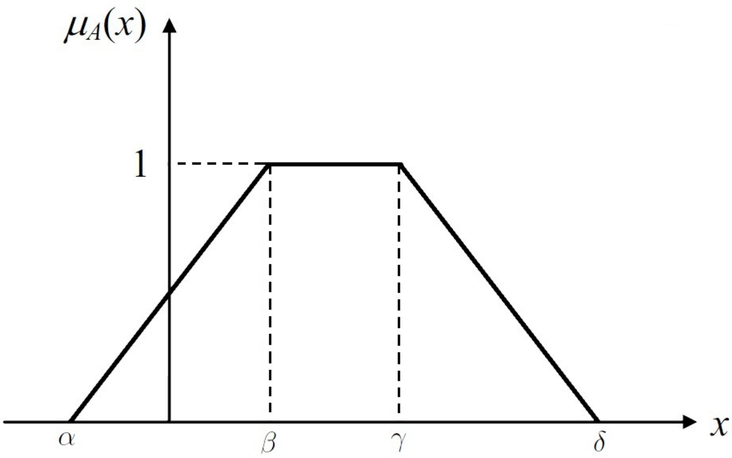
$$\mu(x,\alpha,\beta,\gamma)\begin{cases}0, & \text{if } x<\alpha\\ \frac{x-\alpha}{\beta-\alpha}, & \text{if } \alpha\le x\le\beta\\ \frac{\gamma-x}{\gamma-\beta}, & \text{if } \beta\le x\le\gamma\\ 0, & \text{if } x>\gamma\end{cases} \tag{1}$$

Lichobežníková funkcia príslušnosti má takýto analytický tvar:

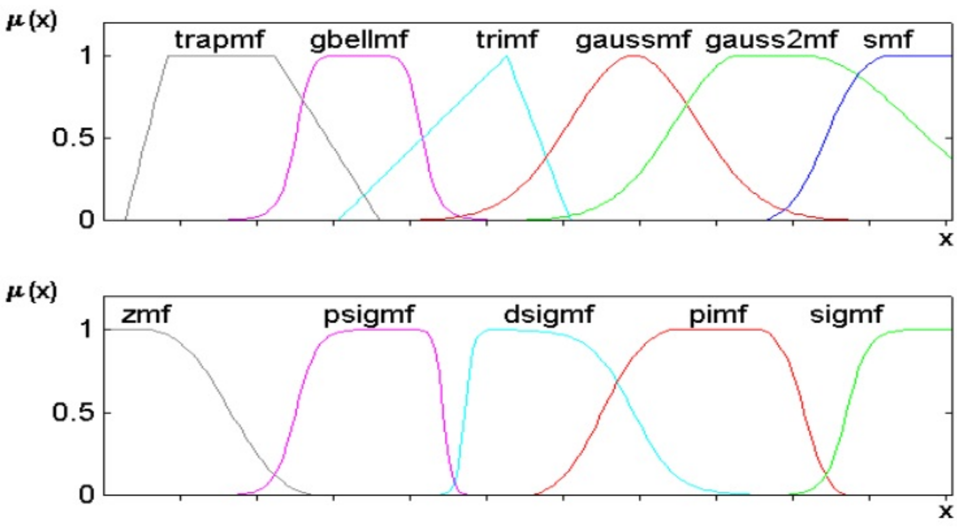
$$\mu(x,\alpha,\beta,\gamma,\delta)\begin{cases}0, & \text{if } x<\alpha\\ \frac{x-\alpha}{\beta-\alpha}, & \text{if } \alpha\le x\le\beta\\ 1, & \text{if } \beta\le x\le\gamma\\ \frac{\delta-x}{\delta}, & \text{if } \gamma\le x\le\delta\\ 0, & \text{if } x>\delta\end{cases} \tag{2}$$




**Obr. 4:** Trojuholníková fuzzy množina




**Obr. 5:** Lichobežníková fuzzy množina




**Obr. 6:** Typy fuzzy množín

Okrem trojuholníkovej a lichobežníkovej funkcii príslušnosti býva v praxi často používaná aj gaussova funkcia príslušnosti (gaussmf), ktorú môžeme spolu s ostatnými funkciami príslušnosti vidieť na obr.6. Gaussova funkcia príslušnosti má takýto analytický tvar [11]:

$$\mu(x, \sigma, c) = e^{-(\frac{x-c}{\sigma})^2} \tag{3}$$

Analytické tvary funkcií príslušností, ktoré sú znázornené na obr.6 je možné nájsť napr. v [6, 11, 18].

### 1.2.2 Základné vlastnosti fuzzy množín

Každá dobre definovaná fuzzy množina ma tieto základné vlastnosti [18]:

**Definícia 1.2.** ***Nosič*** *fuzzy množiny (angl. support) je ostrá množina, pre ktorej prvky platí, že ich hodnoty funkcií príslušnosti sú rôzne od nuly.*

$$supp(A) = \{x \in X, \mu_A(x) > 0\}$$

**Definícia 1.3.** ***Výška*** *fuzzy množiny (angl. height) je najmenšia horná hranica fuzzy množiny A.*

$$hght(A) = \sup_{x \in X} \mu_A(x)$$

**Definícia 1.4.** ***Normálna*** *fuzzy množina (angl. normal) je fuzzy množina s výškou rovnou 1.*

$$\exists x \in X, \mu_A(x) = 1$$

**Definícia 1.5.** ***Prázdna*** *fuzzy množina (angl. empty) je fuzzy množina, ktorej funkcie príslušnosti pre všetky jej prvky sú rovné nule.*

$$\forall x \in X, \mu_A(x) = 0$$

**Definícia 1.6.** ***Jadro*** *fuzzy množiny (angl. kernel) je ostrá množina, pre ktorej prvky platí, že ich hodnoty funkcií príslušnosti sú rovné jednej.*

$$kerr(A) = \{x \in X, \mu_A(x) = 1\}$$

**Definícia 1.7.** ***Fuzzy jednotka*** *(angl. singleton) je fuzzy množina s jedným prvkom.*

$$A = \{x/1\}$$

**Definícia 1.8.** ***Alfa-rez*** *(angl. $\alpha$-cut) je ostrá množina, pre ktorej prvky platí, že ich hodnoty funkcií príslušnosti sú väčšie alebo rovné $\alpha$.*

$$A_\alpha = \{x \in X, \mu_A(x) > \alpha\}$$

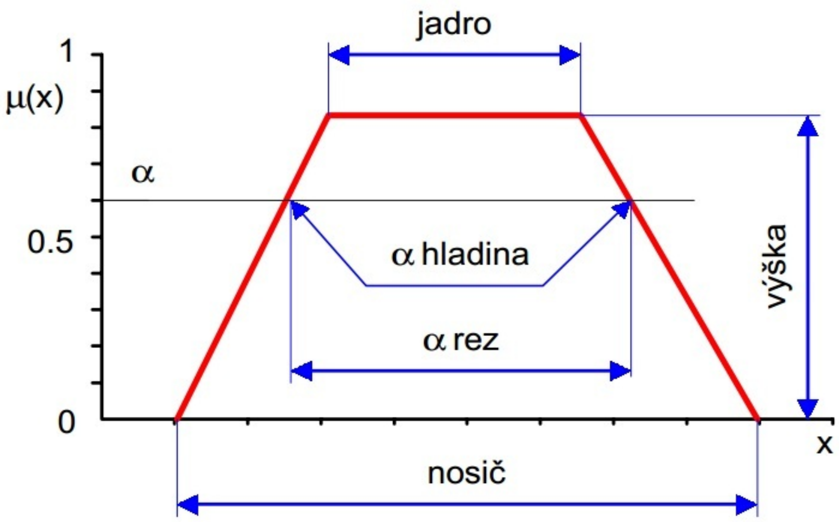
**Definícia 1.9.** ***Alfa-hladina*** *(angl. $\alpha$-level) je ostrá množina, pre ktorej prvky platí, že ich hodnoty funkcií príslušnosti sú práve rovné $\alpha$.*

$$A^\alpha = \{x \in X, \mu_A(x) > \alpha\}$$

**Definícia 1.10.** ***Skalárna kardinalita*** *fuzzy množiny (angl. scalar cardinality) je súčet hodnôt funkcií príslušností pre všetky prvky danej množiny.*

$$|A| = \sum_{x \in X} \mu_A(x)$$

Základné vlastnosti fuzzy množiny znázornené graficky sú na obr.7




**Obr. 7:** Vlastnosti fuzzy množiny

### 1.2.3 Operácie s fuzzy množinami

Pri klasických množinách poznáme tri základné operácie, no pri fuzzy množinách existuje celé spektrum množinových operácií. Takisto ako pri klasických množinách aj pri fuzzy množinách môžeme množinové operácie znázorňovať pomocou Vennových diagramov. Pri takomto množstve operácií boli pre poriadok zavedené pojmy triangulárna norma zvaná T-norm a triangulárna konorma zvaná T-conorm.

**Definícia 1.11.** ***Triangulárna norma*** *(T-norm) je zobrazenie* $[0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$, *ktoré vyhovuje nasledovným podmienkam:*

- $T(a,1) = a$ *unit element*
- $a \leq b \Rightarrow T(a,c) \leq T(b,c)$ *monotonicity*
- $T(a,b) = T(b,a)$ *commutativity*
- $T(a, T(b,c)) = T(T(a,b), c)$ *associativity*

*kde a,b,c,d sú hodnoty funkcií príslušnosti prvkov množín A,B,C,D.*

Analógiou triangulárnej normy v klasických množinách je prienik.

**Definícia 1.12.** ***Triangulárna konorma*** *(T-conorm) je zobrazenie* $[0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$, *ktoré vyhovuje nasledovným podmienkam:*

- $\perp(a,0) = a$ *unit element*
- $a \leq b \Rightarrow \perp(a,c) \leq \perp(b,c)$ *monotonicity*
- $\perp(a,b) = \perp(b,a)$ *commutativity*
- $\perp(a, \perp(b,c)) = \perp(\perp(a,b), c)$ *associativity*

*kde a,b,c,d sú hodnoty funkcií príslušnosti prvkov množín A,B,C,D.*

Analógiou triangulárnej konormy (niekedy označovanej ako S-norma) v klasických množinách je zjednotenie.
T-normu môžeme odvodiť z T-konormy a naopak, T-konormu môžeme vyjadriť z T-normy, pretože pre ne platí duálnosť:

$$\perp(a,b) = 1 - T(1-a, 1-b)$$

$$T(a,b) = 1 - \perp(1-a, 1-b)$$

Podmienkam pre T-normu (prienik) a T-konormu (zjednotenie) zodpovedá mnoho operácií, či už jednoduchých, ktoré popísal profesor Zadeh, alebo zložitých parametrických, ako je napríklad Yagerova trieda zjednotenia. V nasledujúcich tabuľkách sú uvedené tie najpoužívanejšie a to zvlášť pre T-normu a T-konormu. V praxi sa často môžeme stretnúť so vzťahmi, ktoré sú na začiatku oboch tabuliek, no je samozrejme možné vybrať si aj iné typy [28]. Výber typu je zväčša intuitívny, no vybrať si môžeme aj na základe kvalitatívnych kritérií.

| Vzťah | Názov |
|---|---|
| $\mu_{A\cap B}(x) = min\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}$ | Zadeh (minimum) |
| $\mu_{A\cap B}(x) = max\{0, \mu_A(x) + \mu_B(x) - 1\}$ | Luka (obmedzený súčin) |
| $\mu_{A\cap B}(x) = \mu_A(x) * \mu_B(x)$ | Algebraický súčin |
| $\mu_{A\cap B}(x) = \begin{cases} \mu_A(x), & \text{if } \mu_B(x) = 1 \\ \mu_B(x), & \text{if } \mu_A(x) = 1 \\ 0, & \text{if } \mu_A(x) \neq 1, \mu_B(x) \neq 1 \end{cases}$ | Drastický (odvážny) súčin |
| $\mu_{A\cap B}(x) = \frac{\mu_A(x)*\mu_B(x)}{p+(1-p)*(\mu_A(x)+\mu_B(x)-\mu_A(x)*\mu_B(x))}$ | Hamacher |
| $\mu_{A\cap B}(x) = log_p\left(1 + \frac{(p^{\mu_A(x)}-1)*(p^{\mu_B(x)}-1)}{(p-1)}\right), \text{ if } p > 0$ | Frank |
| $\mu_{A\cap B}(x) = 1 - min\left\{1, [(1-\mu_A(x))^p + (1-\mu_B(x))^p]^{\frac{1}{p}}\right\}$ | Yager |
| $\mu_{A\cap B}(x) = \left(\frac{\mu_A(x)*\mu_B(x)}{max\{\mu_A(x),\mu_B(x),p\}}\right), \text{ if } 0 \leq p \leq 1$ | Dubois-Prade |

**Tabuľka 1:** T-norma dvoch fuzzy množín A, B

| Vzťah | Názov |
|---|---|
| $\mu_{A\cup B}(x) = max\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}$ | Zadeh (maximum) |
| $\mu_{A\cup B}(x) = min\{\mu_A(x) + \mu_B(x), 1\}$ | Luka (obmedzený súčet) |
| $\mu_{A\cup B}(x) = \mu_A(x) + \mu_B(x) - \mu_A(x) * \mu_B(x)$ | Algebraický súčet |
| $\mu_{A\cup B}(x) = \begin{cases} \mu_A(x), & \text{if } \mu_B(x) = 0 \\ \mu_B(x), & \text{if } \mu_A(x) = 0 \\ 0, & \text{if } \mu_A(x) \neq 0, \mu_B(x) \neq 0 \end{cases}$ | Drastický (odvážny) súčet |

**Tabuľka 2:** T-konorma dvoch fuzzy množín A, B

Okrem operácií prieniku a zjednotenia fuzzy množín sa za základné operácie považuje aj fuzzy doplnok (komplement).

**Definícia 1.13.** ***Fuzzy doplnok*** *(komplement) je základná operácia s fuzzy množinami, ktorá je definovaná:*

$$\neg\mu_A(x) = 1 - \mu_A(x)$$

Analógiou doplnku v klasických množinách je negácia.

### 1.2.4 Fuzzy relácie

V tejto podkapitole zadefinujeme fuzzy reláciu, ktorá je potrebná pri definovaní implikácie vo fuzzy výrokoch [13]. Analógiou fuzzy relácie v klasickej logike je karteziánsky súčin.

**Definícia 1.14.** ***Karteziánsky súčin fuzzy množiny*** *Nech* $A_i = (U_i, \mu_{A_i}), i = 1, 2, ..., n$ *sú fuzzy množiny. Karteziánskym súčinom fuzzy množín* $A_i$ *nazveme fuzzy množinu* $C = (Y, \mu_C)$*, ozn.* $C = A_1 \times A_2 \times ... \times A_n$*, práve keď platí:*

*a)* $Y = (U_i \times U_2 \times ... \times U_n)$

*b)* $\mu_C(y) = min(\mu_{A_1}(x_1), \mu_{A_2}(x_2), ..., \mu_{A_n}(x_n), )$

*kde* $y = [x_1, x_2, ..., x_n]$ *a* $x_i \in U_i$ *pre každé* $i = 1, 2, ..., n$.

Existuje mnoho ďalších operácií a vlastností pre fuzzy relácie ako napríklad projekcia fuzzy relácie, cylindrické rozšírenie a iné. Túto tému môžeme nájsť podrobnejšie rozpracovanú v [11, 18].

## 1.3 Fuzzy výroky a fuzzy logika

Fuzzy množiny reprezentujú vo fuzzy výrokoch jazykové hodnoty. Výrokmi môžeme popísať znalosti o reálnom svete, ktoré sme získali z vlastných skúseností, alebo zo skúseností iných[2]. Každému výroku môžeme priradiť jeho pravdivostnú hodnotu. V klasickej logike táto pravdivostná hodnota výroku môže nadobúdať len dve hodnoty:

[2]Je známe, že ľudský život je priveľmi krátky na to, aby sme sa učili len z vlastných chýb.

pravdivý alebo nepravdivý. Pri popise reálneho sveta môže výrok pomocou fuzzy množín nadobúdať rôzne pravdivostné hodnoty. V tejto súvislosti je potrebné definovanie jazykovej (lingvistickej) premennej ako premennej, ktorej hodnoty sú výrazy prirodzeného alebo formálneho jazyka:

**Definícia 1.15.** ***Jazykovú premennú*** *budeme označovať ako usporiadanú pätic (L,T,X,G,M), kde:*

$L$ *je názov premennej,*

$T$ *je množina hodnôt,*

$X$ *univerzum, na ktorom sú definované jednotlivé hodnoty,*

$G$ *syntaktické pravidlo na generovanie hodnôt,*

$M$ *sémantické pravidlo na definovanie súhlasu hodnôt s ich významom.*

Význam jednotlivých hodnôt môžeme ešte modifikovať pomocou ďalších jazykových operátorov (angl. hedges), ako napríklad: veľmi, zhruba, značne, približne atď. V nasledujúcej tabuľke sú najpoužívanejšie operátory spolu s anglickými ekvivalentmi [8].

| Operátor | Vzťah |
|---|---|
| Veľmi (very) | $\mu_{velmiA}(x) = (\mu_A(x))^2$ |
| Viac menej (more or less) | $\mu_{viacmenejA}(x) = (\mu_A(x))^{\frac{1}{2}}$ |
| Značne (highly) | $\mu_{znacneA}(x) = (\mu_A(x))^{\frac{1}{3}}$ |
| Zhruba (roughly) | $\mu_{zhrubaA}(x) = (\mu_A(x))^{\frac{1}{4}}$ |

**Tabuľka 3:** Jazykové operátory

Príkladom jazykovej premennej môže byť veľkosť auta spomínaná v časti 1.2.1:

L= auto

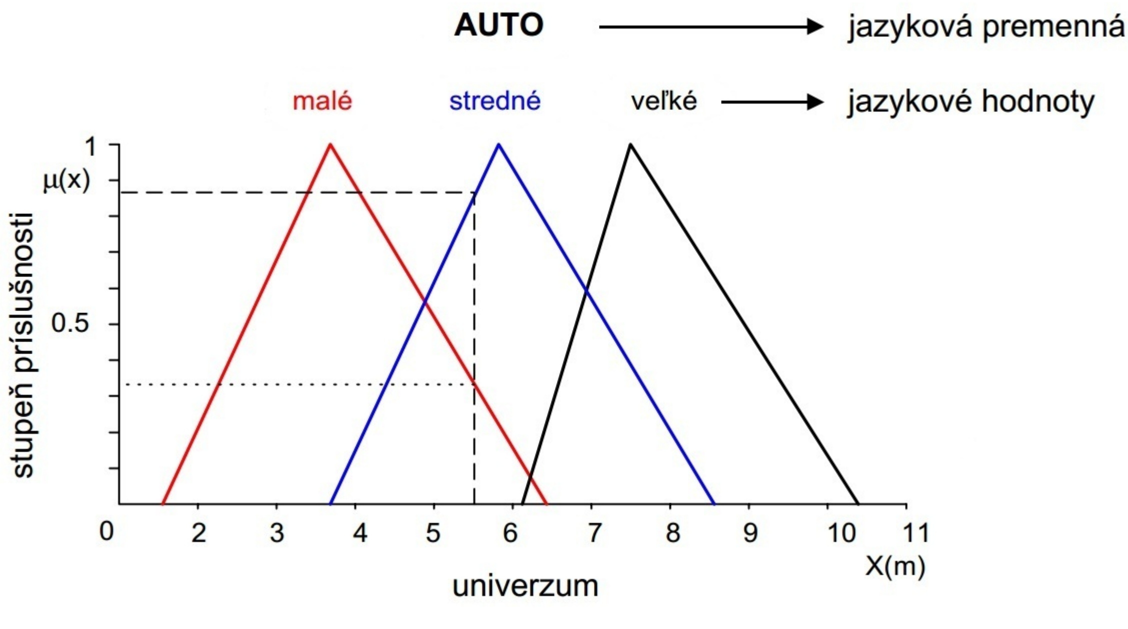
T=(malé, stredné, veľké)

X=(1m, ..., 7m)

G= v našom prípade nie je definované algoritmicky, čiže znamená vymenovanie jednotlivých hodnôt

M= označuje fuzzy množiny názvami, ktoré prislúchajú jednotlivým jazykovým hodnotám, to znamená, že formálne priradí hodnotám *„malé“, „stredné“, „veľké“* jednotlivé fuzzy množiny.

Vo fuzzy výrokoch môžeme takto definované jazykové premenné použiť na opis reálneho sveta. Napríklad hodnoty jazykovej premennej *„dĺžka auta“* sú *„malé“, „stredné“, „veľké“* a popísané sú triangulárnymi fuzzy množinami, ktoré môžeme vidieť na obr.8. Teraz môžeme zostrojiť akýkoľvek výrok, do ktorého keď dosadíme konkrétnu hodnotu z univerza, tak nadobudne pravdivostnú hodnotu prislúchajúcu stupňu príslušnosti k tej ktorej jazykovej hodnote. Z obr.8 je zrejmé, že výrok *„auto je stredné“* pre auto s dĺžkou 5,5 metra platí: $\mu_{stredneAuto}(5,5m) = 0,88$, čo znamená, že výrok má pravdivostnú hodnotu 0,88. Keďže funkcia príslušnosti $\mu_{stredneAuto}$ reprezentuje jazykovú hodnotu *„stredné“* pre určitú dĺžku auta, tak celý náš výrok môžeme nahradiť pomocou tejto funkcie. Výrok *„auto je veľké“* pre auto s rovnakou dĺžkou (5,5 metra) má pravdivostnú hodnotu rovnú nule: $\mu_{velkeAuto}(5,5m) = 0$ a výrok *„auto je malé“* pre tú istú dĺžku auta má pravdivostnú hodnotu rovnú 0,31: $\mu_{maleAuto}(5,5m) = 0,31$ .




**Obr. 8:** Jazyková premenná

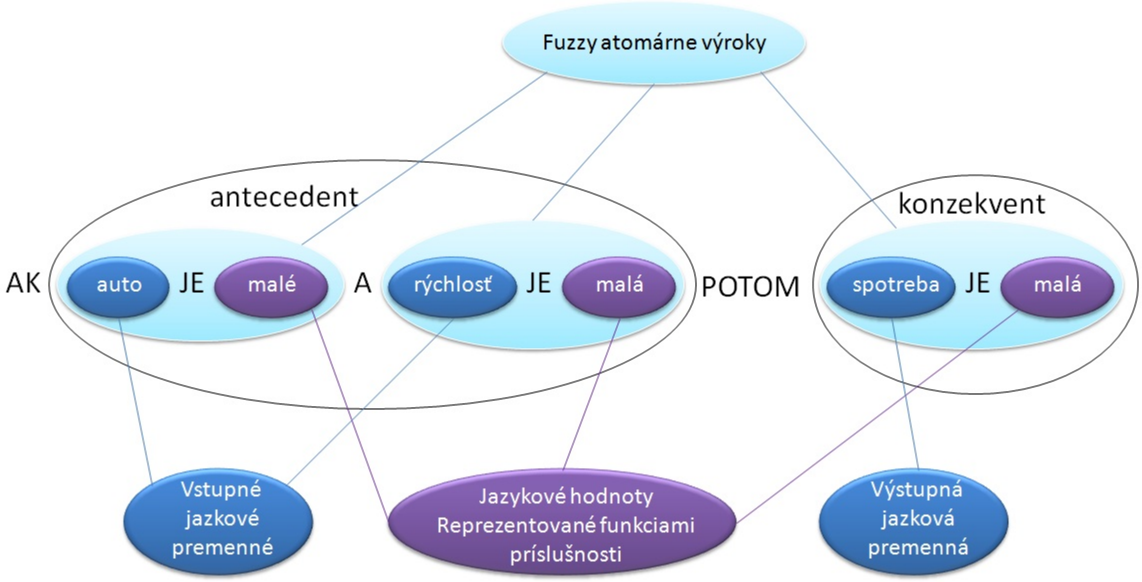
Takéto jednoduché (atomárne) fuzzy výroky môžeme pomocou logických spojok *AND* a *OR* spájať do jedného zloženého fuzzy výroku. Zložené fuzzy výroky sa veľmi často používajú vo fuzzy regulátoroch, kde antecedentná časť pravidiel pri viacerých vstupov do regulátora je v podobe zloženého fuzzy výroku. Pomocou logickej funkcie implikácie môžeme definovať vzťah dvoch fuzzy výrokov, v ktorom taktiež vznikne fuzzy výrok v podobe takzvaného produkčného pravidla. Časť zloženého fuzzy výroku pred implikáciou sa nazýva antecedent (predpoklad) a časť za implikáciou sa nazýva dôsledok konzekvent (dôsledok). Význam pravidla je vysvetľovaný ako binárna fuzzy relácia, kde samotná implikácia je postavená na základe pravidla *Modus ponens*, čo znamená, že na základe implikácie a pravdivostnej hodnoty antecedentu (predpokladu) je možné určiť pravdivostnú hodnotu konzekventu (dôsledku). Pravidlá budú mať v jazykovej podobe takýto tvar [8]:

*AK fuzzy výrok POTOM fuzzy výrok*

Anglická verzia:

*IF fuzzy výrok THEN fuzzy výrok*

Graficky znázornený zložený fuzzy výrok je na obr.9.




**Obr. 9:** Zložený fuzzy výrok

**Definícia 1.16.** *Pri vyjadrení implikácie môžeme vychádzať z implikácie z klasickej dvojhodnotovej logiky, v ktorej implikáciu môžeme vyjadriť dvoma spôsobmi:*

$$p \Rightarrow q = \neg p \cup q$$

$$p \Rightarrow q = (p \cap q) \cup \neg p$$

*kde p,q sú fuzzy výroky.*

Prienik v definícii môžeme nahradiť ľubovoľnou T-normou, zjednotenie T-konormou (S-norma) a negáciu akýmkoľvek fuzzy komplementom. Existuje teda veľa možností výberu konkrétneho vyjadrenia fuzzy relácie (implikácie) [11, 25]. Tie najpoužívanejšie môžeme vidieť v nasledujúcej tabuľke. Symbol $\mu_r(x, y)$, ktorý môžeme vidieť v tabuľke predstavuje binárnu fuzzy reláciu antecedentu (predpokladu), ktorý je reprezentovaný fuzzy množinou A a konzekventu (dôsledku), ktorý je reprezentovaný fuzzy množinou B.

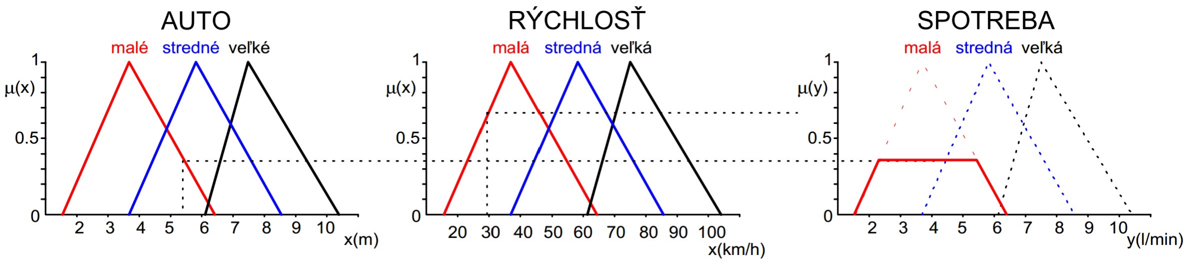
| Vzťah | Názov |
|---|---|
| $\mu_r(x, y) = max(1 - \mu_A(x), \mu_B(y))$ | Kleene-Diensova |
| $\mu_r(x, y) = min(1, 1 - \mu_A(x) + \mu_B(y))$ | Lukasiewiczova |
| $\mu_r(x, y) = max(min(\mu_A(x), \mu_B(y)), 1 - \mu_A(x))$ | Zadehova |
| $\mu_r(x, y) = min(1, 1 - \mu_A(x) + \mu_A(x) * \mu_B(y))$ | Stochastická implikácia |
| $\mu_r(x, y) = min\left(1, \frac{\mu_B(y)}{\mu_A(x)}\right)$ | Goguenova |
| $\mu_r(x, y) = max(1 - \mu_A(x), \mu_A(x) * \mu_B(y))$ | Estocástica |
| $\mu_r(x, y) = \begin{cases} 1, & \text{if } \mu_A(x) \leq \mu_B(x) \\ \mu_B(x), & \text{if } \mu_A(x) > \mu_B(x) \end{cases}$ | Göedelova implikácia |
| $\mu_r(x, y) = \begin{cases} 1, & \text{if } \mu_A(x) \leq \mu_B(x) \\ 0, & \text{if } \mu_A(x) > \mu_B(x) \end{cases}$ | Sharpova implikácia |
| $\mu_r(x, y) = min(\mu_A(x), \mu_B(y))$ | Mamdaniho (Minimum) |
| $\mu_r(x, y) = \mu_A(x) * \mu_B(y)$ | Larsenova (Algebraický súčin) |

**Tabuľka 4:** Implikácie

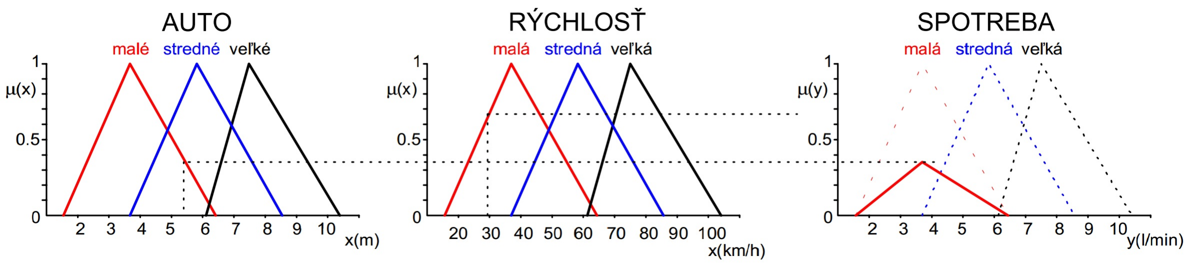
Rovnako ako je výber T-normy a T-konormy intuitívny, tak je intuitívny aj výber implikácie, ktorý je samozrejme závislý na konkrétnych požiadavkách. Prehľad ich vlastností môžeme nájsť v [26]. V regulačnej praxi sa najčastejšie využívajú Mamdaniho a Larsenova implikácia. Ich grafické znázornenie môžeme vidieť na obr.10 a obr.11, ktoré reprezentujú výrok:

*AK auto je malé A rýchlosť je malá POTOM spotreba je malá*

pre hodnoty: dĺžka auta=5,3 metra, rýchlosť=29 km/h. Logická spojka *A* v antecedente (predpoklade) výroku je reprezentovaná ako Zadeho minimum.




**Obr. 10:** Mamdaniho implikácia

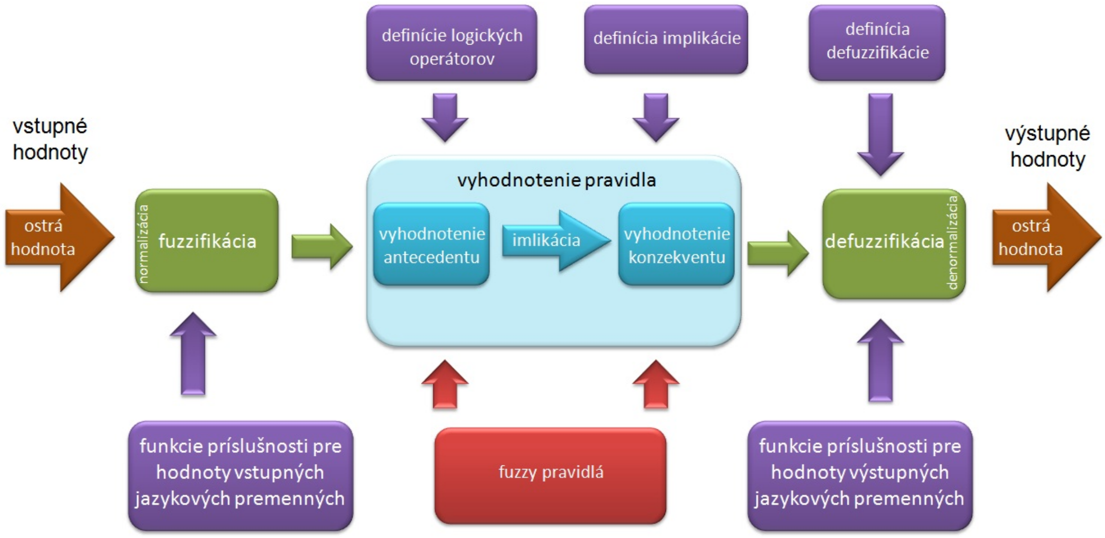



**Obr. 11:** Larsenova implikácia

Pri opise komplexných systémov je nutné vytvoriť viacero pravidiel, ktoré môžeme spájať pomocou agregácie (zjednotenia) do takzvanej bázy znalostí. Vznikne tak zložený fuzzy výrok, ktorý je tvorený jednotlivými fuzzy výrokmi predstavujúcimi pravidlá. Najčastejšie sa vypočítava pomocou zjednotenia fuzzy množín, ktoré vznikli ako výstup z jednotlivých pravidiel. [8]

## 1.4 Fuzzy regulátor

Fuzzy regulátory sa používajú v technickej praxi. Pracujú na princípe teórie, ktorý sme si vysvetlili v predošlej časti. Na obr.12 je znázornená štruktúra fuzzy regulátora [19].




**Obr. 12:** Štruktúra fuzzy regulátora

Fuzzy regulátor môžeme z hľadiska funkčnosti rozdeliť na:

- blok fuzzyfikácie (zelená farba)
- blok bázy (fialová a červená farba)
- blok inferenčného mechanizmu (modrá farba)
- blok defuzzyfikácie (zelená farba)

### Blok fuzzyfikácie

Prvým krokom k realizácii fuzzy regulátora je fuzzyfikácia. Ako sme už v predchádzajúcej časti spomenuli, na to, aby sme mohli pracovať so systémom založeným na pravidlách jazykových premenných je potrebný prevod kvantitatívne vyjadrených hodnôt z technológie na jazykové (kvalitatívne) premenné s ich hodnotami. V tomto bloku fuzzyfikácie sa počítajú stupne príslušnosti pre každú hodnotu jazykovej (kvalitatívnej) premennej. Mapuje sa tu ostrá hodnota vstupu do rozsahu (0,1) pre každú jazykovú (kvalitatívnu) hodnotu. Ak je to nutné, tak je v tomto bloku tiež realizovaná normalizácia vstupných hodnôt. V tomto prípade normalizácia znamená prevedenie ostrých hodnôt z technologického procesu na rozsah univerz, s ktorými fuzzy regulátor pracuje. Zvyčajne sú univerzá v rozsahu (-1,1).

### Blok bázy znalostí

Blok bázy znalostí sa zvykne rozdeľovať na viacero menších celkov, v našom prípade to je *báza dát* a *báza pravidiel.*

*Báza dát* (fialová farba) - sú tu uložené počty a tvary jednotlivých funkcií príslušnosti vstupných a výstupných premenných. Zvyknú sa tu zahrnúť aj definície operátorov T-konormy, T-normy, implikácie, kompozície, defuzzyfikácie.

*Báza pravidiel* (zelená farba) - sú tu uložené pravidlá v tvare fuzzy implikácie, ktoré sú znázornené na obr.9 v časti 1.3.

### Blok inferenčného mechanizmu

V tomto bloku prebieha už samotný proces, v ktorom sa vyhodnocujú jednotlivé pravidlá v závislosti od typu logických operácií, ktoré sú definované v *báze dát.* Vyhodnocuje sa tu antecedent, implikácia a kozekvent. Z tohto inferenčného mechanizmu býva výstupom fuzzy množina, ktorá je zjednotená z fuzzy výstupných množín jednotlivých pravidiel. Táto výstupná fuzzy množina slovne popisuje akčný zásah z fuzzy regulátora.

### Blok defuzzyfikácie

V tomto bloku sa výstupná jazyková premenná prevedie na ostrú hodnotu, ktorá vstupuje do technologického procesu ako akčný zásah.

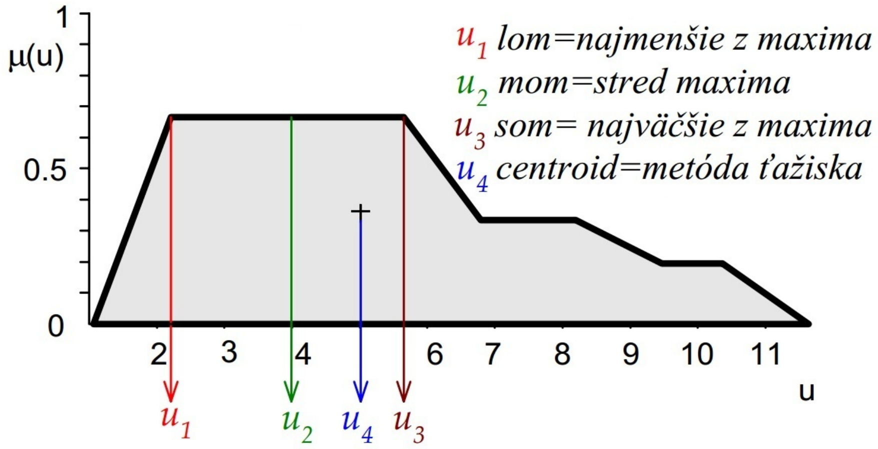
Je mnoho spôsobov ako získať ostrú hodnotu z celkovej fuzzy plochy. Základom všetkých týchto spôsobov je vyjadrenie celkovej výstupnej fuzzy plochy analytickým výrazom. Na obr.13 môžeme vidieť tie najčastejšie. Najpoužívanejšia metóda je metóda ťažiska (centroid). Výsledok metódy ťažiska sa počíta podľa vzťahu:

$$u = \frac{\int\limits_U u.\mu(u)du}{\int\limits_U \mu(u)du}$$

kde sa integrál často zvykne nahradzovať sumáciou:

$$u = \frac{\sum\limits_{i=1}^{m} u_i.\mu(u)}{\sum\limits_{i=1}^{m} \mu(u)}$$

Existuje mnoho ďalších metód, ktoré sa líšia filozofiou vypočítavania ostrej hodnoty.




**Obr. 13:** Typy defuzzyfikácie

Po defuzzyfikácii v prípade potreby nasleduje denormalizácia (opak normalizácie). Cieľom denormalizácie je prevedenie akčného zásahu, ktorý je definovaný v rozsahu výstupného univerza do rozsahu, ktorý je potrebný pre riadenie technológie.

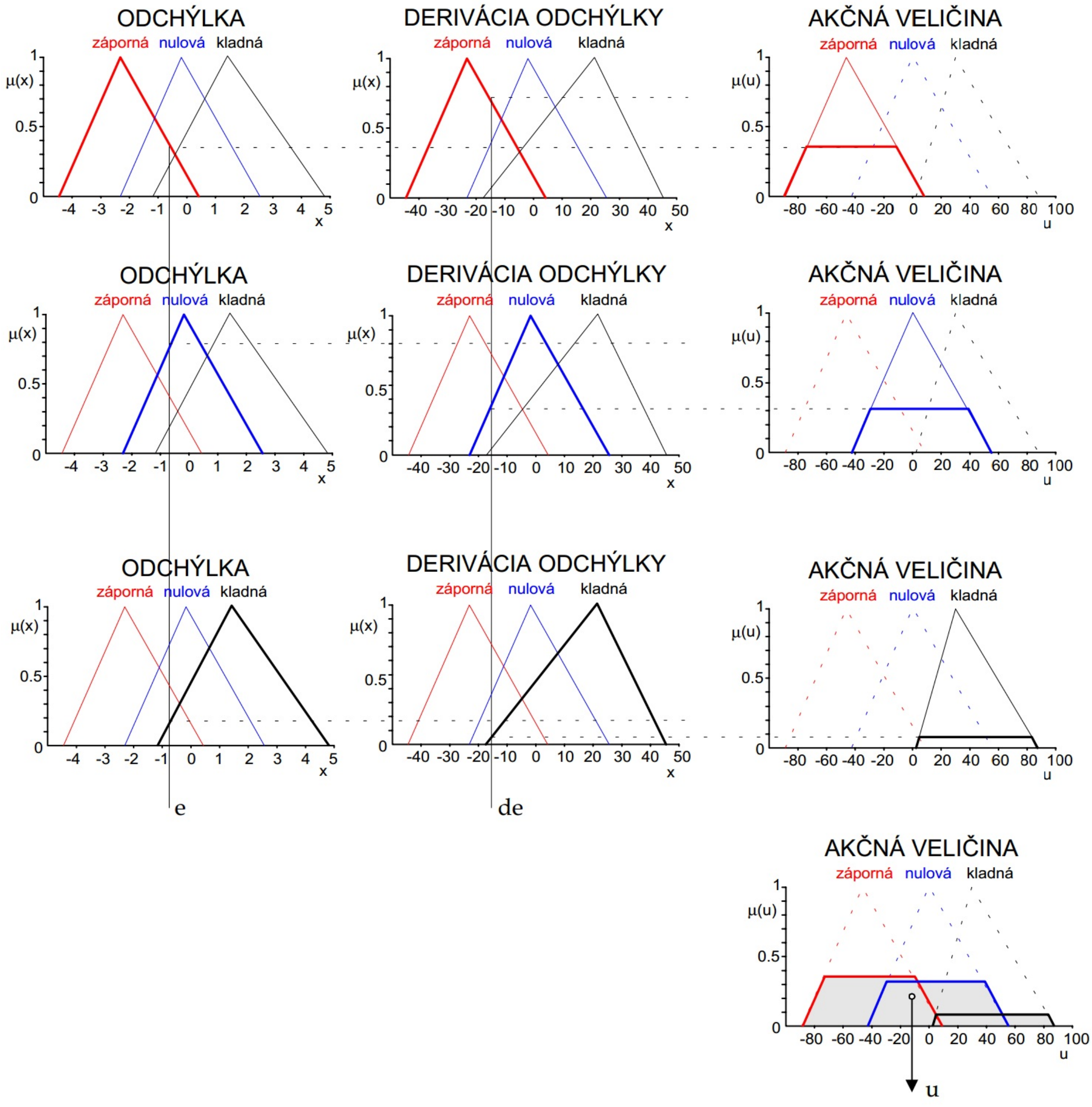
Výpočet akčného zásahu pre vstupy regulátora sa často prezentuje v grafickej podobe. Príklad činnosti fuzzy regulátora - 2 vstupy, 1 výstup (každý z nich má 3 jazykové hodnoty), 3 pravidlá s mamdaniho inferenciou - môžeme vidieť na obr.14. V tomto regulátore je T-norma definovaná ako minimum, T-konorma ako maximum a defuzzyfikácia spravená pomocou metódy nájdenia ťažiska. Pravidlá regulátora, ktorý je na obr.14 majú tvar, ktorý sme uviedli nižšie. Tieto pravidlá predstavujú časť pravidiel fuzzy PD regulátora.

### Časť pravidiel fuzzy PD regulátora

- *AK odchýlka JE záporná A derivácia odchýlky JE záporná POTOM akčná veličina JE záporná*
- *AK odchýlka JE nulová A derivácia odchýlky JE nulová POTOM akčná veličina JE nulová*
- *AK odchýlka JE kladná A derivácia odchýlky JE kladná POTOM akčná veličina JE kladná*

Existujú rôzne typy fuzzy regulátorov, ktoré sa líšia filozofiou vyhodnocovania pravidiel, čiže inferenčným mechanizmom (to znamená, že sa budú líšiť aj rýchlosťou výpočtu) [16, 11]. Základné typy fuzzy regulátorov sú:

- Mamdaniho fuzzy regulátor
- Larsenov fuzzy regulátor
- Tsukamotov fuzzy regulátor
- Sugenov fuzzy regulátor




**Obr. 14:** Mamdaniho inferenčný mechanizmus

# 2 Aplikácie fuzzy logiky

V praxi existuje nespočetné množstvo aplikácií fuzzy logiky. V tejto kapitole sa bližšie oboznámime s najčastejšími aplikáciami, s ktorými prichádzame do styku v bežnom dennodennom živote.

## 2.1 Fuzzy v automobiloch

### 2.1.1 Brzdový systém pre zmiernenie následku havárie (CMS)

Systém CMS, ktorý ako prvá na svete vyvinula automobilka Honda, je systém na predchádzanie nárazov do pomalšie idúceho vozidla a systém riadenia bŕzd [23]. Tento systém automobilka Honda prvýkrát použila v modeli Honda Inspire v spojení s bezpečnostným systémom E - Pretensioner. Ako sme už spomínali, systém CMS predchádza nárazu do vozidla idúceho vpredu a podporuje brzdnú akciu, aby zmiernila dopad nárazu na posádku. CMS identifikuje na základe jazdných podmienok a vzdialenosti od vozidla možnosť zrážky, zároveň sa na základe relatívnych rýchlostí spúšťajú zvukové a optické výstrahy, upozorňujúce vodiča na nutnosť preventívneho zásahu. Takisto môže za účelom zníženia rýchlosti auta aktivovať brzdy. Hlavnou časťou tohto systému je elektronická riadiaca jednotka CMS Electronic Control Unit (ECU) fungujúca na základe Fuzzy Logiky.

Systémy E - Pretensioner a CMS využívajú pre detekciu vozidla vpredu až do vzdialenosti 100 metrov radar s milimetrovou vlnovou dĺžkou. Tento radar využívajú na výpočet relatívnej vzájomnej rýchlosti, predpokladanej dráhy vozidla a vzdialenosti medzi vozidlami s cieľom určiť pravdepodobnosť zrážky. Pokiaľ systém zaznamená možnosť zrážky, tak sa aktivuje výstraha utiahnutím bezpečnostného pásu (E - Pretensioner) a zaznie zvukový signál, čo by malo vodiča viesť k okamžitému prevedeniu preventívneho opatrenia. Systém takisto využíva veľa funkcií, aby zmiernil dopad nárazu na posádku v prípade, ak sa zrážke nepodarilo zabrániť. Príkladom je funkcia brzdového asistenta, ktorý kompenzuje nedostatočne vyvinutý tlak na brzdový pedál za účelom zníženia rýchlosti v okamžiku nárazu a predopne bezpečnostný pás, čo zabezpečí pevnejšie pritiahnutie vodiča do sedadla.

Popis funkcie systémov CMS a E - Pretensioner

- **Prvá výstraha**

  Prvá výstraha nastane v prípade, ak dôjde k nebezpečenstvu zrážky alebo ak sa príliš skráti vzdialenosť medzi vozidlami. Zaznie bzučiak a na displeji prístrojovej dosky sa rozsvieti nápis BREAKE (brzdi). To by malo vodiča upozorniť, že má spraviť preventívny zákrok.

- **Druhá výstraha**

  Pokiaľ sa vzdialenosť medzi vozidlami neprestáva skracovať, systém E - Pretensioner dva až trikrát po sebe utiahne bezpečnostný pás, čím dá vodičovi jasnú výstrahu a systém CMS spustí ľahké brzdenie. Ak vodič v tej chvíli zažne brzdiť, tak to systém pochopí ako núdzové brzdenie a zapne posilovač bŕzd, aby znížil rýchlosť.

- **Tretia výstraha**

  Ak systém vyhodnotí, že zrážka je nevyhnutná, tak E - Pretensioner poriadne utiahne bezpečnostný pás, aby zaistilo účinné zadržanie vodiča v sedadle (bežné predpínacie zariadenia začínajú fungovať až keď dôjde k havárii). Systém CMS aktivuje brzdy naplno, aby čo najviac spomalil vozidlo v okamžiku nárazu. Systém E - Pretensioner je konštruovaný tak, aby posilnil funkciu bŕzd vždy, keď vodič prudko zabrzdí a bezpečnostný pás utiahne aj v prípade, že CMS zrážku nepredpovedal.

### 2.1.2 Systém ABS

Bežnou súčasťou dnešných vozidiel je systém ABS [15]. Málokto vie, že aj v tomto systéme je s nesmiernou eleganciou a veľmi šikovne využitá fuzzy logika. Brzdný systém a dynamika vozidla sú komplexné a nelineárne charakteristiky, čo pri návrhu klasických regulátorov ABS spôsobuje značné problémy. Ak je systém zložitý, nelineárny a matematicky ťažko popísateľný, tak práve vtedy je vhodné využitie fuzzy logiky ako inteligentného a znalostného systému. Úlohou automobilového systému ABS je zabrániť šmyku, čiže zabrániť zablokovaniu kolies. Tento systém umožňuje aj počas intenzívneho brzdenia riadiť auto bez ohľadu na to, akú kvalitu má povrch vozovky. Hardverovou implementáciou fuzzy logiky bolo zabezpečené, že dĺžka trvania jedného cyklu fuzzy logiky klesla na 0,5 ms. To viedlo k vynikajúcim výsledkom správania sa brzdových systémov, ktoré boli testované na testovacích vozidlách.

### 2.1.3 Automatická prevodovka

Funkcia *Fuzzy Logic* zabezpečuje prispôsobenie radenia automatickej prevodovky k charakteru jazdy vodiča. *Fuzzy Logic* pozná kedy ide vodič menej temperamentnou ekonomickou jazdou a radenie prebieha v nižších otáčkach, aby sa znížila spotreba a hlučnosť. Naopak, keď vodič jazdí športovým agresívnym spôsobom, tak systém dovolí vytáčať motor do vyšších otáčok. Keďže tento riadiaci systém pracuje v závislosti na jazdnom odpore, tak dokáže prispôsobiť radenie i jazde s prívesom, do kopca alebo proti vetru.

## 2.2 Predikcia príchodu autobusu

Ako vie cestovný poriadok predpovedať aktuálny cestovný čas autobusu? Cestovný poriadok je založený na informáciách, ktoré neostávajú konštantné, ale ktoré sa neustále menia. Keďže nie je možné (respektíve je nemožné) presne povedať čas, v ktorom bude autobus na zástavke, tak preto používajú autobusy fuzzy logiku. Môže nastať množstvo nepredvídaných udalostí, ako napríklad nehody, porucha autobusu, poprípade nečakané dopravné zápchy. Systém zaráta do svojho vzorca všetky spomenuté nepredvídateľné možnosti a aproximuje časový plán (cestovný poriadok). Práve tento vzorec je aplikáciou fuzzy logiky.

## 2.3 Predikcia genetických znakov

Genetické znaky môžeme brať ako fuzzy situáciu. Je známe, že do jedného génu mnoho znakov spojených byť nemôže. Daný znak vytvorí len špecifická kombinácia génov. Recesívne a dominantné gény sú fuzzy množinami. Výskyt genetických znakov určuje stupeň príslušnosti v týchto množinách. V čistých prípadoch recesívnych a dominantných génov sú možné stupne príslušnosti dané veľmi striktne. Príkladom môže byť farba očí. Vezmime si rodinu, v ktorej obaja rodičia majú hnedú farbu očí. Majú tri zelenooké deti. Je to nepravdepodobné? Hnedá farba očí je dominantná, to znamená, že určite obaja rodičia majú v sebe aj recesívny gén. Pravdepodobnosť, že títo rodičia budú mať zelenooké dieťa je malá, ale nie nulová. To znamená, že deti týchto rodičov majú potenciál byť zelenooké. Pravdepodobnosť, že deti budú zelenooké je len 25% a to, že deti budú hnedooké je 75%. V našom prípade majú všetky deti farbu očí, ktorá pochádza z recesívnych génov. Bol jeden rodič vo vzťahu nepoctivý? Určite nie - je to fuzzy logika v praxi. [24]

## 2.4 Domáce spotrebiče

### 2.4.1 Inteligentný vysávač

Švédska firma Electrolux ako prvá na trhu vyvinula inteligentný vysávač. Ide o vysávač so zaujímavým menom - Trilobite, ktorý je výsledkom 12 - ročného výskumu a vývoja. Je to výrobok, ktorý za pomoci ultrazvuku sám dokáže vysávať. Celá činnosť tohto výrobku je založená na základe fuzzy logiky. Ovláda sa pomocou štyroch tlačidiel a LCD displeja. Hlavným nastavením je výber vysávacieho programu, a to:

- **Normálny**

  Vysávač obíde všetky steny a zmapuje priestor. Potom vyhodnotí a určí ako dlho bude vysávať. Potom sa ľubovoľne pohybuje po miestnosti a vysáva.

- **Rýchly**

  Vysávač začne okamžite vysávať bez toho, aby zmapoval miestnosť.

- **Lokálny**

  A je niečo vysypané, tak tento program zabezpečí, aby vysávač vysával len plochu vo svojom okolí vo výmere jedného štvorcového metra.

Prístroj má na jedno nabitie energiu na približne 60 minút vysávania. Po dokončení programu vysávania alebo ak sa počas vysávania vybijú batérie, tak sa prístroj sám vráti k nabíjacej stanici a začne sa nabíjať. Vysávač sa orientuje pomocu ultrazvuku s frekvenciou 60 000 Hz. To zabezpečí aby sa prístroj vyhol prekážkam a nenarážal do nich. Vďaka týmto senzorom neprevrhne dokonca ani prázdny pohár, pretože včas zabrzdí. Vysávač ma zabudovaný ochranný mechanizmus, ktorý vypne prístroj v prípade, že začne vysávať na na vlhkom mieste alebo namotávať elektrický kábel [23]. Aby prístroj nešiel tam, kam nemá, tak sa tam nalepia magnetické pásky, ktoré prístroj vníma ako stenu.

### 2.4.2 Práčka

Fuzzy logic je moderná technológia, ktorá umožňuje pomocou senzora zistiť, ako prebieha prací cyklus a upraviť jeho dĺžku, intenzitu máčania a celkovú spotrebu vody, energie a pracieho prostriedku [10]. Práčka s technológiou Fuzzy logic prináša užívateľovi jednoduché ovládanie, stačí zvoliť typ tkaniny a o ostatné sa už práčka postará sama. Podľa zmeraného množstva nečistôt vo vode a množstva vloženého prádla si práčka napustí potrebné množstvo vody a sama pridáva alebo uberá počet máčaní alebo predlžuje respektíve skracuje prací proces. Vďaka tomu je prádlo perfektne vyprané pri minimálnej spotrebe vody, elektrickej energie a pracích prostriedkov.

### 2.4.3 Umývačka riadu

Umývačka riadu s technológiou Fuzzy logic sama rozpozná, koľko riadu sa do nej vložilo a mieru jeho zašpinenia [9]. Po tejto príprave a vyhodnotení nameraných dát umývačka sama zvolí správnu teplotu a množstvo vody, čas umývania a počet oplachov. Na základe aktuálnych výsledkov umývania všetko upraví tak, aby výsledkom bolo vždy perfektne umytý riad pri čo najnižšej spotrebe vody a elektrickej energie.

### 2.4.4 Mikrovlnná rúra

V teplotnom rozmedzí pod 100°C sú pokrmy v obvyklých sporákoch a trúbach vystavené extrémne silnému kolísaniu teplôt. Teplota sa pohybuje pri nastavení na 70°C medzi 60°C a 80°C. Dôvodom sú dlhé intervaly zahrievania a ochladzovania. Technológia Fuzzy control skracuje tieto intervaly, redukuje kolísanie teplôt na minimum a udržuje pritom s presnosťou takmer na 1°C nastavenú hodnotu pre prípravu teplotne náročných pokrmov ako je jogurt, kysnuté cesto alebo pri biovarení mäsa. [17]

## 2.5 Použitie fuzzy zhlukovej analýzy v biometrike

Fuzzy množiny nájdu uplatnenie aj v biometrike [15]. Teória fuzzy množín vysvetľuje rozdiely medzi fuzzy zhlukovou analýzou a klasickou analýzou. Jej aplikácie môžeme využiť v konkrétnych príkladoch, napríklad v rastlinnej výrobe alebo zootechnike. V biometrike sa často stretávame so situáciou, v ktorej musíme rozdeliť súbor zvierat do skupín. Toto rozdelenie môžeme vykonať pomocou triednych intervalov alebo iných štatistických metód, napríklad zonálnou analýzou, zhlukovou analýzou a iné. Podmienkou mnohých metód je určitý počet sledovaných prvkov (zvierat, počet zŕn, odrôd a iné) a aspoň približne normálne rozdelenie súboru. Použitie klasickej zhlukovej analýzy má v biometrike nezastupiteľné miesto. Pomocou tejto analýzy je možné vytvoriť množiny (zhluky), ktorých prvky sú si navzájom podobné. Majme príklad: 5 zvierat (hovädzí dobytok) - 1 primitívne plemeno, 2 slovenské strakaté a 2 české strakaté. Ak máme dva zhluky, tak jeden zhluk obsahuje primitívne plemeno a druhý české a slovenské strakaté. Touto metódou však nerozlišujeme rozdiel medzi českým a slovenským strakatým plemenom. Možnosť rozlišovať tento rozdiel nám ponúka fuzzy zhluková analýza. Tá do klasickej metódy zakomponuje prvok neurčitosti. Fuzzy zhluková analýza priradí každému prvku $x$ stupeň príslušnosti k danému zhluku ($\mu_{zhluk}(x)$) . Ak by sme mali päť zhlukov, tak každý prvok $x$ by bol charakterizovaný piatimi stupňami príslušnosti (ku každému zhluku jeden). Súčtom stupňov príslušnosti je vždy číslo 1. Takto môžeme posudzovať príslušnosť daných prvkov do zhlukov. Vráťme sa k príkladu so zvieratami. Vytvoríme dva zhluky - zhluk A a zhluk B.

| zviera | plemeno | $\mu_{zhlukA}(plemeno)$ | $\mu_{zhlukB}(plemeno)$ |
|---|---|---|---|
| č.1 | primitívne plemeno | 0,10 | 0,90 |
| č.2 | český strakatý | 0,80 | 0,20 |
| č.3 | český strakatý | 0,80 | 0,20 |
| č.4 | slovenský strakatý | 0,91 | 0,09 |
| č.5 | slovenský strakatý | 0,91 | 0,09 |

**Tabuľka 5:** Príklad so zvieratami

Ako môžeme vidieť, stupeň príslušnosti českého a slovenského strakatého dobytku k zhluku A sa blíži k číslu 1, tak môžeme povedať, že do zhluku A *určite patria*. Z tabuľky je takisto zrejmé, že tento dobytok *určite nepatrí* do zhluku B. Rozdiel medzi českým a slovenským strakatým dobytkom je veľmi malý, ale predsa je odlíšený danými stupňami príslušnosti. Mohli by sme ešte pridať napríklad zviera holštajnského plemena, ktorý by mal stupeň príslušnosti k zhluku A rovný 0,65 ($\mu_{zhlukA}(holstajnskePlemeno) = 0,65$), čo by sme mohli slovne popísať *približuje sa*. Takto sme vytvorili takzvané fuzzy zhluky bez striktne daných hraníc, na rozdiel od klasickej zhlukovej analýzy, kde prvok buď patrí do zhluku, alebo nepatrí. Málokedy sa stáva, že daný prvok má k jednému zhluku stupeň príslušnosti rovný 1 a k ostatným zhlukom 0.

| $\mu_{zhluk}(x)$ | slovný popis |
|---|---|
| 0,8-1,0 | určite patrí do zhluku |
| 0,7-0,8 | veľmi sa približuje k zhluku |
| 0,6-0,7 | približuje sa |
| 0,4-0,6 | rovnako vzdialený k obidvom zhlukom |
| 0,3-0,4 | vzdialený k zhluku |
| 0,0-0,3 | určite nepatrí |

**Tabuľka 6:** Slovný popis stupňov príslušnosti

Klasickou zhlukovou analýzou v prvom zhluku nerozlišujeme rozdiel medzi českým a slovenským strakatým dobytkom. Sú bez rozlíšenia rozdielov striktne v jednom zhluku. Fuzzy zhlukovou analýzou nevymedzujeme ostro ohraničené zhluky (jedná sa o fuzzy zhluky). V prvom zhluku sú rozlíšené aj malé rozdiely medzi českým a slovenským strakatým dobytkom. Fuzzy zhluková analýza má veľké možnosti využitia napríklad v botanike, fyziológii, zootechnike - všade tam, kde sa doteraz využívala klasická zhluková analýza. Fuzzy zhluková analýza má širšie uplatnenie ako klasická, najmä vtedy, keď sú rozdiely medzi prvkami veľmi malé alebo počet prvkov je malý.

## 2.6 Fuzzy a RTS

RTS (real time strategy) sú strategické hry kde je použitá fuzzy logika [24]. Ide zväčša o riadenie bojových operácií. V praxi to vyzerá tak, že hráč sleduje a kontroluje bojisko z vtáčej perspektívy. Donedávna mali stratégie takýto priebeh boja: človek verzus bojovník ovládaný počítačom. Počítač vyhrával, dobíjal základňu hráča a hráč v návale zúfalstva a hnevu vzal štyri tanky a šiel s nimi priamo do nepriateľskej základne. Logika počítača bola asi taká, že protivník ovládaný počítačom stiahol celú armádu z útoku na záchranu svojej základne. Za čas, ktorý počítač potreboval na presun hráč nanovo postavil svoju základňu spolu s obranou, čo nakoniec viedlo k porážke protivníka ovládaného počítačom. S využitím fuzzy logiky to však vyzerá úplne inak. Logika počítača vyhodnotí situáciu a v útoku aj naďalej pokračuje a tie štyri tanky, ktoré ničia základňu počítača zničí dvoma narýchlo postavenými vežami a dvoma vojakmi. Navyše si počítač použité stratégie ukladá do pamäte, to znamená, že hráčovi sa s jednou obohratou taktikou viackrát nepodarí vyhrať. Tento aspekt fuzzy logiky umožňuje veľkú znovuhrateľnosť hry, aj keď ju hráč prejde možno aj sto krát.

## 2.7 Kontrola teploty

Regulovanie teploty v tomto ponímaní znamená udržiavať miestnosť v stálej teplote. Tento problém na prvý pohľad nevyzerá náročne, ale ako veľmi musí teplota v miestnosti klesnúť, aby sa vykurovanie opäť zaplo? Musí existovať nejaká norma, čiže samotné teplo nemôže byť určujúcim faktorom vypínania a zapínania ohrievania, v čom tkvie fuzzy logika. Aktuálne nastavená teplota určuje fuzzy množinu. Čím viac sa líši teplota v miestnosti od nastavenej teploty, tým viac klesá stupeň príslušnosti. Ako náhle klesne stupeň príslušnosti na určitú hodnotu, aktivuje sa regulátor teploty a navráti teplotu v miestnosti na nami stanovenú. [15]

Regulácia fuzzy logikou je typ regulácie, v ktorej sa teplota vody v kotli riadi v závislosti na aktuálnej potrebe tepla. Fuzzy logika rozpozná aj nepatrné vplyvy na vykurovaciu prevádzku a je schopná momentálne špičky pružne a rýchlo vyregulovať.

Fuzzy logika údaje vyhodnocuje na základe:

- priebehu potreby tepla v predchádzajúci deň
- priebehu aktuálnej potreby tepla
- počasia a vonkajších teplôt
- slnečného ožiarenia
- krátkodobej prítomnosti viacerých osôb v jednej miestnosti

Ďalšou výhodou je ľahká montáž a obsluha. Na to, aby sme nastavili požadovanú teplotu v miestnosti stačí len otočiť gombíkom - chladnejšie alebo teplejšie. Odpadá nastavenie vykurovacej krivky a montovanie snímača, ktorý sleduje vonkajšiu teplotu.

# 3 Fuzzy logika vo financiách

Fuzzy logika má veľké využitie aj vo finančnom sektore, napríklad v optimalizovaní portfólia ,vo financiách, v behaviorálnych financiách a iné. V tejto kapitole sa budeme zaoberať fuzzy expertnými systémami vo financiách, konkrétne vo finančnej analýze.

## 3.1 Expertné systémy a fuzzy logika

Pod označením expertný systém sa rozumie softvér vykonávajúci úlohy, ktoré v bežnej praxi vykonáva človek (expert). Expertné systémy začali vznikať v umelej inteligencii. Najčastejšie využívali pravidlá *IF - THEN* a v súčasnej dobe sú zaradené medzi pravidlové expertné systémy. Postupom času sa ozývali názory, že umelá inteligencia a expertné systémy nemajú až tak veľa spoločného. Umelá inteligencia by mala mať schopnosti ako sú učenie sa[3], vyvodzovanie záverov zo skúseností, využívanie všeobecných znalostí a iné. Expertné systémy tieto schopnosti nemajú.

Tieto systémy majú simulovať ľudské usudzovanie, tak preto si povieme, čo si máme pod znalosťou človeka predstaviť. Znalosti človeka môžeme opísať v dvoch častiach: deklaratívna časť a procedurálna časť. Deklaratívna časť sú fakty, ktoré sú uložené v ľudskej pamäti. Procedurálna časť reprezentuje schopnosť využívať uložené fakty s určitým cieľom. V deklaratívnej časti sú fakty obsahujúce najmä znalosti experta. Tie sa vždy vzťahujú na konkrétnu doménu (tak ako expert). Okrem nich sú tu aj historické dáta. Expertný systém sa tu javí ako protiklad neurónových sietí - zloženie dát je opačné. Nachádza sa tu menšie množstvo znalostí experta a väčšie množstvo historických dát. [21]

Jednou z tried expertných systémov sú fuzzy expertné systémy. Tie využívajú fuzzy množiny a fuzzy logiku. Človek, ktorý pracuje s určitým expertným systémom potrebuje isté zručnosti. Tu sú niektoré z nich:

- Práca s pravidlami *IF - THEN* ako základným prvkom jazyka
- Poznať základy fuzzy teórie - fuzzy množiny a fuzzy logika
- Ovládať dátovo založený neprocedurálny jazyk

[3]pojem učenie sa v umelej inteligencii je iba abstrakciou učenia sa človeka

- Pracovať so sekvenčným aj paralelným vykonávaním jazyka

Ako sme spomenuli v časti 1.4, základné fázy procesu sú: fuzzyfikácia, inferencia, kompozícia a defuzzyfikácia. Poznáme dva základné typy fuzzy expertných systémov - kontrolné systémy a uvažovacie systémy. Kontrolné fuzzy expertné systémy sú jednoduchšie a vstupom sú čísla, ktoré sú pretransformované na nečíselné hodnoty (ich číselná hodnota má subjektívny charakter - napríklad malý, krátky, mladý a iné). Fuzzyfikácia a defuzzyfikácia sú automatické. Uvažovacie fuzzy expertné systémy sú zložitejšie. Ich vstupom nie sú číselné hodnoty a fuzzyfikácia a defuzzyfikácia nie sú automatické.

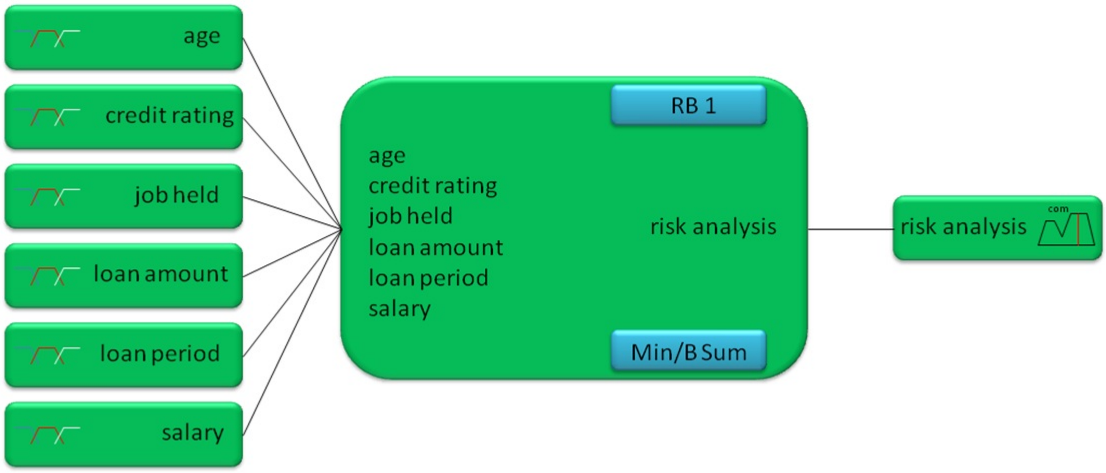
## 3.2 Fuzzy vo finančnej analýze

Jeden z príkladov, kde sa využíva fuzzy expertný systém je vyhodnocovanie kreditného rizika [2]. Problém vyhodnocovania kreditného rizika rieši mnoho finančných inštitúcií po celom svete. V tejto činnosti sa za experta považuje analytik kreditného rizika, ktorý vyhodnocuje veľké množstvo faktorov. Úlohy s tým spojené je zvyčajne potrebné vykonať v krátkom čase. Túto činnosť limituje ľudský mozog, ktorý nevie súčasne vnímať veľké množstvo údajov. Z tohto pohľadu je zrejmé, že tento problém je vhodný pre expertný systém. Z hľadiska finančnej bilancie je vzhľadom na množstvo faktorov použitie expertného systému efektívnejšie. Zamyslime sa, čo z procesu experta môžeme pokryť analytickým systémom. Patria sem napríklad štatistický a poistno - matematický model, ktoré sa využívajú najmä na znižovanie chybných rozhodnutí. Nevýhodou týchto modelov však je, že sú veľmi komplikované a zrozumiteľné len pre expertov. Práve fuzzy logika sa javí ako vhodná náhrada za ne.

Takýto prístup si ukážeme na nasledujúcom príklade, ktorý obsahuje tieto faktory: vek, kreditný rating, história zamestnania, výška úveru, perióda splácania a plat. Zistilo sa, že najdôležitejší faktor je práve kreditný rating, pretože v sebe zahŕňa všetkých päť ďalších faktorov. Druhý najdôležitejší faktor je vek. V nasledujúcej časti si ukážeme dva spôsoby implementácie analyzátora kreditného rizika s použitím fuzzy logiky.

### 3.2.1 Tradičný spôsob fuzzy usudzovania

Tradičný spôsob fuzzy usudzovania sa zakladá na mapovaní všetkých šiestich vstupných faktorov na jednu výstupnú hodnotu. Tento spôsob je znázornený na nasledujúcom obrázku.




**Obr. 15:** Štruktúra tradičného spôsobu fuzzy usudzovania

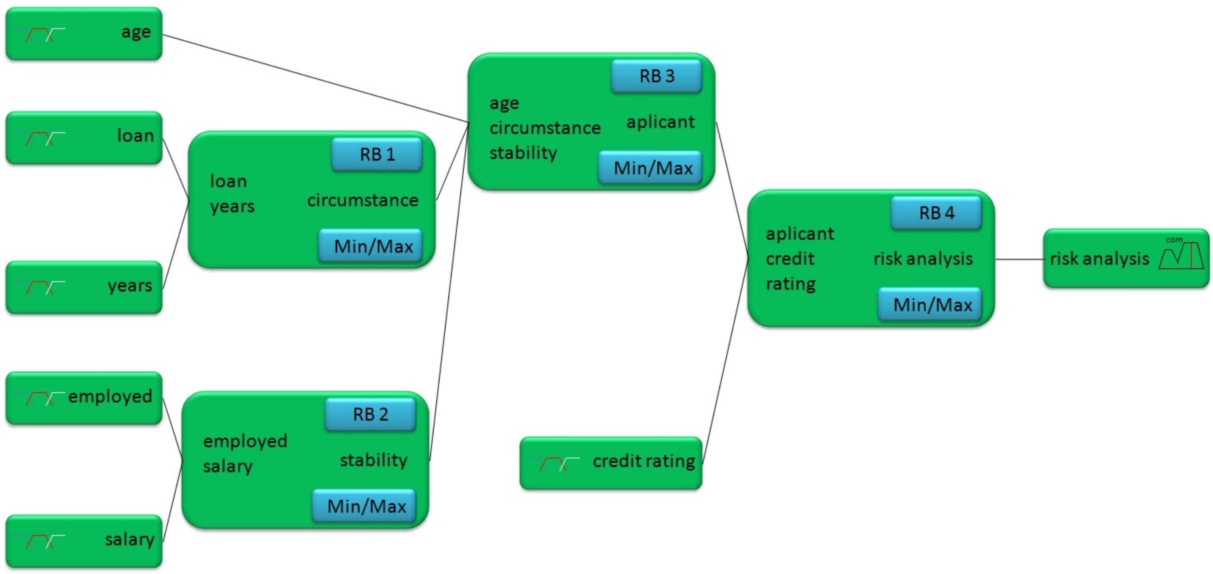
V tomto príklade boli hodnoty všetkých vstupných faktorov najskôr fuzzyfikované pomocou slovne vyjadrených hodnôt. Napríklad hodnoty faktora vek sú: veľmi starý, starý, starší, mladý a veľmi mladý. Okno, ktoré je na obrázku označené ako RB1 predstavuje inferenčný mechanizmus s fuzzy pravidlami. Pravidlá vznikli na základne skúseností, ktoré sa nadobudli prácou s riadením úverov. Príklad fuzzy pravidla môže vyzerať nasledovne:

*AK vek je veľmi mladý A kreditný rating je veľmi nízky A história zamestnania je krátka POTOM analýza rizika je vysoká.*

Počet pravidiel kombinatoricky rastie s rastom počtu faktorov. Kombinatoricky vypočítaná hodnota je len horným ohraničením počtu pravidiel, pretože nie každá kombinácia hodnôt faktorov musí mať význam. Spomínali sme nerovnosť dôležitosti faktorov, no okrem toho existuje aj nerovnosť dôležitosti medzi pravidlami. Niektoré pravidlá môžu byť dôležitejšie, niektoré menej dôležité. Dôležitosť jednotlivých pravidiel bola v tomto príklade určená pomocou tzv. metódy stupňa podpory (Degree of Support - DoS). Po inferencii nasleduje defuzzyfikácia. Ako sme spomenuli v časti 1.4, cieľom defuzzyfikácie je získanie číselnej hodnoty, ktorá reprezentuje výsledok fuzzy usudzovania.

### 3.2.2 Fuzzy usudzovanie stupňovitým spôsobom

V predchádzajúcom spôsobe sme hovorili o analýze kreditného rizika ako o procese, ktorý obsahoval práve jeden krok. Na takýto proces sa však môžeme pozerať aj inak. Takisto ako expert nemusí vykonať proces posudzovania v jednom kroku, tak ani proces pomocou fuzzy usudzovania nemusí byť vykonaný jednou iteráciou. Hlavný výsledok dostaneme ako kombináciu viacerých čiastkových výsledkov, ktoré mu predchádzali. Čiastkový výsledok, ktorý ďalej slúži ako vstup do ďalšieho posudzovania, môžeme vyhodnotiť nad podmnožinou vstupných faktorov. Jednotlivé faktory sú ako listy stromu, ktorého koreňom je výsledok. Príklad inferenčného mechanizmu môžeme vidieť na obr.16.




**Obr. 16:** Štruktúra usudzovania stupňovitým spôsobom

Z pozorovania sa zistilo, že dôležitosť faktorov udáva poradie ich analyzovania. Faktory sú analyzované v poradí od menej dôležitých až po najdôležitejšie. Ako sme spomenuli v predchádzajúcej časti, v našom príklade je najdôležitejším faktorom kreditný rating, preto je vstupom posledného bloku procesu. Tento model sa od prvého líši najmä v tom, že súvisiace faktory sa zoskupujú, napríklad doba splácania a výška pôžičky. To zároveň spôsobuje pokles počtu pravidiel, kde vypadnú tie menej významné. Pri samotných pravidlách sa dôležitosť nemusí explicitne uvádzať, pretože je vyjadrená v strome inferenčného mechanizmu, no aj napriek tomu sa v rámci bloku využíva. Pravidlá sú teda modularizované do blokov a súčasne zjednodušené. Usudzovanie stupňovitým spôsobom sa z týchto dvoch modelov ukazuje ako lepšie, to znamená, že sa viac približuje skutočnému usudzovaniu experta.

### 3.2.3 Iné využitie

V predchádzajúcej časti sme opísali zhodnotenie kreditného rizika žiadateľa s využitím fuzzy logiky [4, 3]. Keďže sme pracovali so slovnými kritériami (faktormi) a ich ohodnoteniami, tak použitie fuzzy logiky bolo vhodné, či už pri konštrukcii pravidiel alebo určovaní hodnôt faktorov. Obdobným problémom je napríklad výber dodávateľa podľa kritérií. Najdôležitejšie kritéria sú kvalita a cena. Tieto vlastnosti považujeme za navzájom komplementárne. Preto je dôležité a potrebné zvážiť aj iné faktory (napríklad technická spôsobilosť, čas dodávky, prispôsobivosť) ešte predtým, ako sa rozhodneme. Cieľom vyhodnotenia dodávateľa je odpútať sa od výberu len na základe nízkej ceny. Tento problém je preto vhodný pre fuzzy expertný systém.

Problém pri vývoji expertného systému je rozmanitosť faktorov, ktorých povaha je buď kvalitatívna alebo kvantitatívna. Tieto faktory majú takisto rôznu váhu, ktorou prispievajú k výslednej kvalite a cene. V našom príklade máme tri výsledné faktory: kvalita, cena a aktivita. Za faktor aktivita môžeme považovať napríklad dobu dodania.

Vyvinutý fuzzy expertný systém zohľadňuje praktické faktory, ktoré ovplyvňujú výber a ohodnotenia dodávateľa. Ohodnotenia obsahujú zväčša tri stupne: nízky, stredný a vysoký. Váha výsledných faktorov sa vypočítava metódou fuzzy entropie, v ktorej vstupné faktory sú zoradené do troch skupín. Hodnota, ktorá určuje odhad dodávateľa je vyrátaná pomocou získaných váh. Výber najlepšieho dodávateľa je výsledkom porovnávania týchto hodnôt. Tento fuzzy expertný systém je systémom s fázami fuzzyfikácie a defuzzyfikácie, kde ako vstup aj výstup sú reálne čísla. Je tu použitý štandardný min – max inferenčný mechanizmus, to znamená, že ako konjunkcia (AND) je použitý min operátor a disjunkcia (OR) max operátor. Fáza fuzzyfikácie je takisto štandardná a vo fáze defuzzyfikácie je použitá najčastejšia metóda – metóda ťažiska. Teraz si uvedieme príklad takéhoto pravidla:

*AK cena je stredná A kvalita je stredná A aktivita je vysoká POTOM skóre dodávateľa je stredné*

Všetky spomenuté príklady majú rovnaký cieľ – nahradiť experta vhodným expertným systémom. V týchto prípadoch ponúka fuzzy logika odpútanie sa od takzvaných ostrých hodnôt, čiže faktorom vieme priradiť slovné hodnoty, ktoré sú premietnuté do fuzzy množín. Nami zadané pravidlá dokážu fuzzy množiny spracovať tak, že výsledkom je ostré číslo. V uvedených príkladoch sa fuzzy logika zdá byť vhodnou voľbou, keďže naše pravidlá je ťažko definovať pre ostré hodnoty.

Schopnosť učiť sa je vlastnosť, ktorá expertným systémom chýba. Vo finančnej analýze a v podobných aplikáciách táto vlastnosť nemá význam, pretože všetky potrebné pravidlá sú uložené v báze znalostí. Aj napriek tomuto nedostatku nie sú expertné systémy menej dôveryhodné alebo menej použiteľné. Výhodou je jednoduchá možnosť ich testovania, pretože je možné porovnať rozhodnutie expertného systému a konkrétneho experta.

# Záver

V tejto práci sme sa oboznámili s využitím a aplikáciami fuzzy logiky. Vysvetlili sme základy fuzzy množín, ich vlastnosti, taktiež základy fuzzy výrokov a logických operácií, pomocou ktorých sme vysvetlili podstatu samotnej fuzzy logiky. Na konci prvej kapitoly sme čitateľovi prezentovali základné časti fuzzy regulátora, ktorého principiálna štruktúra je znázornená na obr.12. Poukázali sme na rôzne možnosti aplikovania fuzzy logiky v bežných dennodenných situáciách, ako napríklad jej využitie v automatickej prevodovke, v brzdovom systéme CMS a ABS alebo v domácnostiach. Ďalej sme ukázali možnosti aplikovania fuzzy logiky v oblasti predikcie, v strategických hrách alebo v biometrike. Tretia kapitola je zameraná na fuzzy logiku a financie. Na jej začiatku sme prezentovali expertný systém, nasledoval podrobnejší výklad využitia fuzzy logiky vo finančnej analýze, kde sme ako príklad uviedli vyhodnocovanie kreditného rizika. Rozobrali sme dva spôsoby usudzovania: tradičný spôsob fuzzy usudzovania a fuzzy usudzovanie stupňovitým spôsobom.

Prínosom tejto práce je podrobné spracovanie problematiky formou prijateľnou aj pre čitateľa, ktorý nie je v oblasti fuzzy logiky odborník, ako aj pre čitateľa, ktorý sa s fuzzy logikou ešte nestretol, avšak má znalosti z matematiky. Čitateľ bude uvedený do problematiky a oboznámený s využitím fuzzy logiky, ktorého rozsah dokazuje, aká je fuzzy logika v dnešnom technickom svete užitočná.

Touto prácou sme sa dôkladne oboznámili s problematikou a uvedomili si aplikovanie teoretických poznatkov v praxi, taktiež dôležitosť a perspektívnosť rozobratej témy. Hoci sa fuzzy logika používa prevažne v technike, ukázali sme jej veľký význam a využitie aj v oblasti financií, v ktorej má veľký potenciál.

# Zoznam použitej literatúry

[1] Cooper, W. W., Seiford, L. M., Tone, K.: *Data Envelopment Analysis A Comprehensive Text with Models, Applications, References and DEA-Solver Software*, Kluwer Academic Publishers, Boston, 2000

[2] Dahal, K., Hussain, Z.,Hossain, M. A.: *Loan risk analyzer based on fuzzy logic*, IEEE International Conference on (2005), 0:363-366

[3] Fasanghari, M., Chaharsooghi, S. K.: *A new fuzzy expert system for supplier assessment*, IEEE International Conference on (2008), 2:651-656

[4] FIIT STU: *Fuzzy expertné systémy pre finančnú analýzu*, dostupné na internete (20.4.2012): http://www2.fiit.stuba.sk/~kapustik/ZS/Clanky0910/baca/

[5] Gottwald, S.: *Fuzzy sets and Fuzzy Logic*, Lengericher Handlersdruckerei, Lengerich, 1993

[6] Gulley, N., Jang, J. S. R.: *Fuzzy logic toolbox for use with matlab*, Natick, Massachusetts, 1995

[7] Gupta, M. M.: *Advances in fuzzy set theory and applications*, NorthHolland publishing company, Amsterdam, 1989

[8] Holiš, M.: *Úvod do fuzzy teórie*, učebné texty, SjF STU, Bratislava, 2008, dostupné na internete (16.4.2012):
http://www.kam.sjf.stuba.sk/katedra/publikacie/phd/holis/phd.pdf

[9] Hyundai-electronics: *Fuzzy logic myčky*, dostupné na internete (20.4.2012): http://www.hyundai-electronics.cz/fuzzy-logic-mycky.dic

[10] Hyundai-electronics: *Fuzzy logic práčky*, dostupné na internete (20.4.2012): http://www.hyundai-electronics.cz/fuzzy-logic-pracky.dic

[11] Jang, J. S. R., Sun, Ch. T.: *Neuro-Fuzzy Modelling and Control*, The Proceedings of the IEEE 83 (1995), 378-406

[12] Kosko, B.: *Fuzzy Thinking*, Hyperion, New York, 1993, dostupné na internete (1.4.2012): http://mathematica.ludibunda.ch/fuzzy-logic7.html

[13] Kvasnička, V.: *Prednášky z neklasickej logiky*, učebné texty, FIT STU, Bratislava, 2012, dostupné na internete (1.4.2012): http://www2.fiit.stuba.sk/kvasnicka/Logika/

[14] Lee, K. H.: *First Course on Fuzzy Theory and Applications*, Springer, Berlín, 2005

[15] Marcelm: *Fuzzy logika*, dostupné na internete (6.4.2012): http://marcelm.szm.com/

[16] Nauck D., Klawonn K., Kruse R.: *Foundations of Neuro-Fuzzy Systems*, John Wiley & Sons, New York, 1997

[17] Neuron TUKE: *Fuzzy sytémy*, dostupné na internete (20.4.2012): http://neuron.tuke.sk/∼fecik/ui/siemens.htm

[18] Novák, V.: *Fuzzy množiny a jejich aplikace*, STNL, Praha, 1990

[19] Pokorný, M.: *Umelá inteligence v modelováni a řízení*, BEN, Praha, 1996

[20] Sedláček, V.: *Historie fuzzy množin*, učebné texty, PŘF UP, Olomouc, 2010, dostupné na internete (16.4.2012):
http://www.sedlo.net/math&econ/fuzzy/historie.php

[21] Siler, W., Buckley, J. J.: *Fuzzy Expert Systems and Fuzzy Reasoning*, John Wiley, New York, 2004

[22] Tkačik, Š.: *Fuzzy množiny*, učebné texty, PF KU, Ružomberok, 2011, dostupné na internete (16.4.2012):
http://math.ku.sk/tkacik/predmety/download/hm/prace/kozusko.pdf

[23] Tomčko, L.: *Využitie fuzzy logiky v reálnom živote*, Esej z predmetu umelá inteligencia, FEI TUKE, Košice, 2005, dostupné na internete (20.4.2012):
http://neuron-ai.tuke.sk/∼tomcko/Fuzzy_logika.pdf

[24] Vilinský, M.: *Fuzzy logika*, Esej z predmetu Kybernetika a manažment, FEI TUKE, Košice, 2005, dostupné na internete (14.4.2012):
http://www.google.sk/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&ved=0CEsQFjAA&url=http%3A%2F%2Fgrizzly.host.sk%2Fwork%2Ffuzzy%2520logic.doc&ei=Z5K-T-_MBIjV8gPXgdFL&usg=AFQjCNHBi7XCMzpDpukcyqpNsjF4puX7bQ&sig2=5RWUklhcpchICSjl-ofs2A

[25] Vysoký, P.: *Fuzzy řízení*, ČVUT, Praha, 1996

[26] Wang, L. X.: *Adaptive fuzzy systems and control. Design and stability analysis*, Prentice Hall, New Jersey, 1994

[27] Zadeh, L.A.: *Fuzzy Sets*, Information and Control 8 (1965), 338-353

[28] Zimmerman, H. J.: *Fuzzy Set Theory and Its Applications*, Kluwer, Boston, 1994