

UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE
FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY



Možnosti matematickej prognostiky predvídať finančné krízy

BAKALÁRSKA PRÁCA

UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE
FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY

Možnosti matematickej prognostiky predvídať finančné krízy

BAKALÁRSKA PRÁCA

Študijný program: Ekonomická a finančná matematika
Študijný odbor: 1114 Aplikovaná matematika
Školiace pracovisko: Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky
Vedúci práce: Doc. RNDr. Július Vanko, PhD.



Univerzita Komenského v Bratislave
Fakulta matematiky, fyziky a informatiky

ZADANIE ZÁVEREČNEJ PRÁCE

Meno a priezvisko študenta: Vladimír Hudec
Študijný program: ekonomická a finančná matematika (Jednoodborové štúdium, bakalársky I. st., denná forma)
Študijný odbor: 9.1.9. aplikovaná matematika
Typ záverečnej práce: bakalárska
Jazyk záverečnej práce: slovenský

Názov: Možnosti matematickej prognostiky predvídať finančné krízy
Cieľ: Analyzovať metódy predikcie trendov vývoja makroekonomických veličín v podmienkach stabilného a krízového vývoja

Vedúci: doc. RNDr. Július Vanko, PhD.
Katedra: FMFI.KAMŠ - Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky
Dátum zadania: 15.10.2011

Dátum schválenia: 27.10.2011 doc. RNDr. Margaréta Halická, CSc.
garant študijného programu

.....
študent

.....
vedúci práce

PodĎakovanie Úprimné poďakovanie patrí môjmu vedúcemu bakalárskej práce Doc. RNDr. Júliusovi Vankovi, CSc. za ochotu, trpezlivosť, cenné rady a hlavne za pozitívny prístup počas tvorenia práce.

Abstrakt v štátnom jazyku

HUDEC, Vladimír: Možnosti matematickej prognostiky predvídať finančné krízy [Bakalárska práca], Univerzita Komenského v Bratislave, Fakulta matematiky, fyziky a informatiky, Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky; školiteľ: Doc. RNDr. Július Vanko, PhD., Bratislava, 2012, 37 s.

Práca sa zaoberá analýzou predikčných metód na predpovedanie finančnej krízy. Naším cieľom je pochopiť princípy fungovania ekonomickej krízy a opísať limity matematických prognostických metód na jej predpovedanie. V práci sú spracované jednotlivé metódy a vlastnosti ekonomického cyklu, ktoré viedli k formulácii pohybov v ekonomike. Práca poskytuje teoretické základy v tejto problematike a venuje sa charakteru systematickej finančnej krízy. Ďalej práca rozoberá vplyv nadmernej úverovej expanzie, s ktorou súvisí kvalita kolaterálu. Analyzujeme model kolaterálnej krízy, v ktorom domácnosti a firmy ilustrujú problematiku krytia úverov. Táto matematická konštrukcia naznačuje, že nadmerná úverová expanzia charakterizuje predkrízové obdobie, ale aj hĺbku prichádzajúcej krízy.

Kľúčové slová: ekonomické cykly, systematická finančná kríza, nadmerná úverová expanzia, kolaterál

Abstract

HUDEC, Vladimír: Capabilities of mathematical prognostics to predict financial crises [Bachelor Thesis], Comenius University in Bratislava, Faculty of Mathematics, Physics and Informatics, Department of Applied Mathematics and Statistics; Supervisor: Doc. RNDr. Július Vanko, PhD., Bratislava, 2012, 37p.

Our work analyses the methods for prediction of financial crises. Our goal is to understand the principles of how an economic crisis works and describe the limits of mathematical prognostic methods used to predict these crises. In this work we describe the individual methods and the features of the economic cycle, which lead to the formulation of economic problems. We offer theoretical basics in this topic and focus on the characteristics of systematic financial crisis. We also look at the effects of excessive credit expansion, linked with the quality of collateral. We analyze the model of collateral crisis, in which households and firms illustrate the issues of credit liability. The mathematical structure suggests that excessive credit expansion characterizes pre-crisis period, but also the depth of the coming crisis.

Keywords: economic cycles, systematic financial crisis, excessive credit expansion, collateral

Obsah

Zoznam obrázkov	8
Zoznam použitých symbolov	9
Úvod	10
1 Teória ekonomických predikcií	12
1.1 Hádanie	12
1.2 Extrapolácia	12
1.3 Vedúce indikátory	13
1.3.1 Ekonomické cykly a trend	13
1.3.2 Rast a klasická teória cyklu	17
1.3.3 Vedúce, oneskorené a sprievodné indikátory	19
1.3.4 Oddelenie trendu od cyklov	20
1.4 Modely časových radov	21
1.4.1 Úvod do analýzy časových radov	22
1.4.2 Všeobecný model	23
1.4.3 Autoregresný model	24
2 Predpovedanie finančnej krízy	27
2.1 Typológia finančných kríz	27
2.2 Systematická finančná kríza	28
2.3 Predikcie krízy	31
3 Kolaterálna kríza	33
3.1 Model jedného obdobia	34
3.2 Optimálna pôžička pre firmu	35
3.3 Dynamický model	40
Záver	43
Zoznam použitej literatúry	45

Zoznam obrázkov

1	Ekonomický cyklus	13
2	Agregovaný dopyt	14
3	Spotreba elektrickej energie v USA	16
4	Rastúce a klasické cykly	18
5	Všeobecný model systematickej finančnej krízy	28
6	Celkový dlh v USA vyjadrený v percentách HDP	29
7	Vývoj úrokových mier na 10-ročné štátne dlhopisy	29
8	Očakávané zisky v jednej perióde	38

Zoznam použitých symbolov

$\mathbb{Z}$	množina všetkých celých čísel
$\mathbb{R}$	množina všetkých reálnych čísel
$f(.)$	funkcia
$E(.)$	sredná hodnota
$Var(.)$	variancia
$Cov(.)$	kovariancia
$Corr(.)$	korelácia
$\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$	normálne rozdelenie so strednou hodnotou μ a varianciou σ^2

Úvod

Presné predikcie budúcich udalostí, ako je zrútenie akciového trhu v USA, predstavujú fascinujúcu výzvu pre mnohých odborníkov. Problematika svetovej hospodárskej a finančnej krízy je v súčasnosti mimoriadne aktuálna. Zasiahla všetky oblasti politického i ekonomického života. Všetkých však zaujíma, čo môžu od krízy očakávať a ako ju predvídať. Aká hlboká bude a kedy vlastne skončí? Práca sa pri hľadaní týchto dôležitých odpovedí zaoberá metódami, ktoré sa používajú na tvorbu ekonomických predikcií. Zároveň opisuje princípy finančnej krízy, ktoré viedli k rozvoju nových postupov na jej predikciu. Vývoj v posledných rokoch poukázal na problematiku použitia súčasných teoretických modelov v reálnom ekonomickom svete. Táto téma je preto predmetom dennej diskusie a vo viacerých oblastiach neposkytuje jednoznačné závery.

Cieľom práce je analyzovať a porovnať použiteľné predikčné metódy na predpovedanie ekonomického vývoja. Účelom je porozumieť konceptu finančnej krízy, ktorá je kľúčovou podstatou problémov v tejto oblasti. Ďalej sa práca venuje problematike úverov v teoretickom modeli, ale aj s cieľom nájsť paralelu v nedávnej hospodárskej kríze.

Práca pozostáva z troch kapitol. Prvá kapitola sa zaoberá možnosťami matematických metód vytvárať ekonomické predikcie. Vysvetľuje základné princípy ekonomického cyklu, ktorý môžeme rozložiť na jednotlivé časti. Následne je možné sledovať jednotlivé ekonomické ukazovatele, ktoré sú v súčasnosti používané na sledovanie ekonomického vývoja. V rámci tejto kapitoly sa venujeme aj teoretickému úvodu do časových radov, ktorých analýza je základným princípom ekonomických predpovedí. Základným ukazovateľom v krajine je hrubý domáci produkt (HDP), ktorého vývoj sa používa na posúdenie stavu ekonomiky. Nakoľko dôležité ekonomické a politické rozhodnutia sú založené na tejto makroekonomickej premennej, je nutné aby boli predikcie čo možno najpresnejšie a hlavne spoľahlivé. Treba si však uvedomiť, že v reálnom svete na ekonomiku vplývajú aj udalosti, ktoré pravdepodobne nie je možné predpovedať pomocou matematickej prognostiky. Práve tieto limity modelov sú hlavnou témou v otázke vývoja ekonomiky dnešnej doby.

Vznik globálnej finančnej krízy je témou druhej kapitoly, v rámci ktorej je spracovaná typológia finančných kríz a ich možné príčiny. V závere tejto časti sa v práci venujeme opisu problematiky predikcie ekonomickej krízy. Medzi hlavné príčiny finančnej krízy patrí nadmerná úverová expanzia [9], ktorej sa podrobnejšie venujeme v tretej kapitole. Obsah tretej kapitoly tvorí model takzvanej kolaterálnej krízy, v ktorom opisujeme problémy súvisiace s pôžičkami.

1 Teória ekonomických predikcií

Predikcie zastávali významnú rolu už v období druhej svetovej vojny ako spôsob testovania ekonomických teórií. Vo významnej miere boli prakticky využívané v rozhodovacích procesoch. V dôsledku súčasnej globálnej krízy vzrástol záujem medzinárodných organizácií a centrálnych bánk študovať príčiny, dôsledky a predikčné metódy ekonomickej krízy. Na modelovanie ekonomických prognóz sa používajú metódy založené na teoretických alebo štatistických predpokladoch. Vzhľadom na komplexnosť a zložitosť reality nepoznáme optimálny predikčný model. V nasledovných odsekoch opisujeme jednotlivé alternatívy predikčných metód [4, 8].

1.1 Hádanie

Tento prístup je založený na šťastí a môže byť vylúčený ako všeobecne použiteľná metóda. Obvyklou chybou tejto metódy je nemožnosť určiť pravdepodobnosť úspechu, ktorú síce môže zvýšiť množstvo takýchto odhadov, ale tým sa zníži celková použiteľnosť takejto metódy.

1.2 Extrapolácia

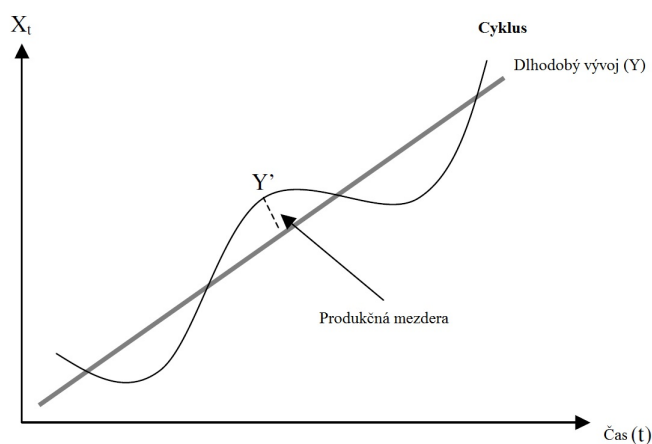
V matematike proces extrapolácie označuje generovanie nových dát na základe údajov z predchádzajúceho časového obdobia. Je to proces podobný interpolácii, ktorá konštruje nové body medzi známymi časovými úsekmi. Metóda extrapolácie poskytuje uspokojivé výsledky pokým tendencie skutočne pretrvávajú, ale tento samotný predpoklad vzbudzuje pochybnosti o jej použiteľnosti. Výpočet budúcich hodnôt premenných veličín na základe historických hodnôt vyžaduje ustálený priebeh vývoja, ktorý sa dá vyjadriť určitou spojitou krivkou. Následne pomocou tejto krivky namodelujeme budúci vývoj [1]. Výhody tejto metódy spočívajú predovšetkým v jej jednoduchosti a nenáročnosti na množstvo dát. Užitočné predikcie by však mali zachytiť aj zmeny oproti dlhodobej stabilite, ktoré extrapoláčne metódy pravdepodobne nezaznamenajú. Ďalšie predikčné techniky sa zameriavajú práve na túto problematiku.

1.3 Vedúce indikátory

Predikcie založené na sledovaní hlavných indikátorov sú používané dodnes. Súhrnný vedúci indikátor (CLI) je uznávaný metodologický nástroj predpovedania priebehu ekonomického cyklu. Filozofia CLI prístupu je, že trhovú ekonomiku môžeme charakterizovať ekonomickými cyklami, ktoré sú tvorené sekvenciami expanzie a kontrakcie v ekonomickej aktivite. Cieľom je identifikovať prebiehajúce cykly pomocou ich priebehu a predpovedať ich budúci vývoj. Pojem ekonomický cyklus je najčastejšie naviazaný na vývoj HDP. V nasledujúcich častiach sa podrobnejšie oboznámime s ekonomickým konceptom cyklov a opíšeme vlastnosti ich výkyvov.

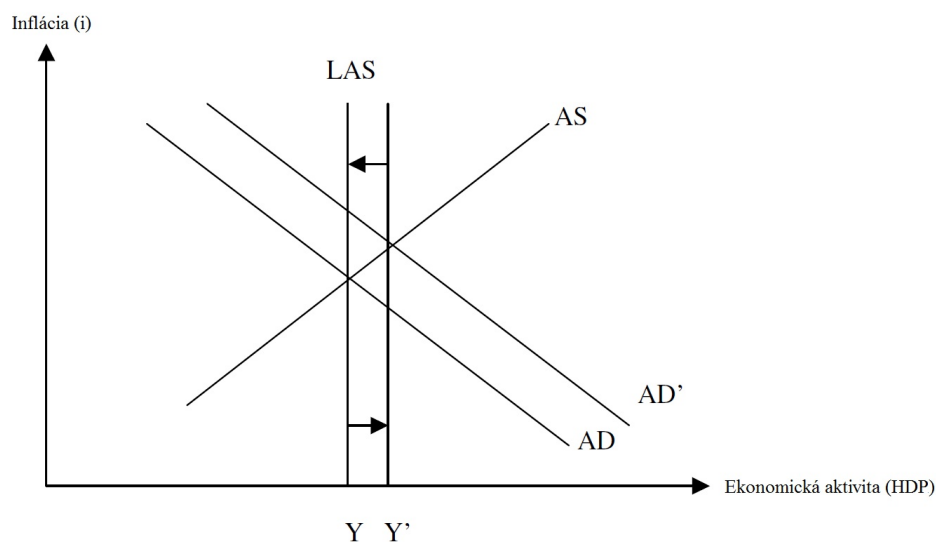
1.3.1 Ekonomické cykly a trend

Výkyvy v ekonomickom vývoji sú všeobecne známy jav. Pokúsime sa teda popísať kľúčové vlastnosti a aspekty ekonomických trendov. Arthur Burns a Wesley Mitchel (1946) charakterizujú ekonomické cykly ako zmeny celkovej ekonomickej aktivity národov tvorenej predovšetkým podnikmi a firmami [16]. Cyklus pozostáva z obdobia expanzie, po ktorom nastáva podobne rozsiahla recesia či kontrakcia. Nasledujúce obnovenie prechádza do expanzie ďalšieho ekonomického rastu nového cyklu. Tento sled zmien sa opakuje, ale nie periodicky. V celkovej dĺžke sa hospodársky cyklus môže vyvíjať od viac ako jedného roka až do jednej dekády, môže však trvať aj niekoľko desiatok rokov. Nie je možné ich už ďalej rozložiť do kratších úsekov s tým istým charakterom.



Obr. 1: Ekonomický cyklus

Môžeme teda usúdiť, že ekonomické cykly pozostávajú z prepojenia medzi viacerými ekonomickými aktivitami. Podstatné je aj to, že ekonomické cykly sú fenomén vyskytujúci sa iba v decentralizovaných trhových ekonomikách. To znamená, že vlády komplexne nezasahujú do ekonomiky. Dôsledkom toho bývalé komunistické ekonomiky východnej Európy nemali ekonomické cykly podobné tým, ako sa vyskytujú v západnej Európe. Ekonomický cyklus pozostáva z nárastu ekonomickej aktivity a nasleduje fáza jej poklesu [9]. Súčasťou ekonomického cyklu je aj vrchol, ktorý zákonite nasleduje po expanzii. Tieto cykly sa objavujú opakovane, ale nie sú totožné. V modernej ekonomickej teórii dnešnej doby majú často cykly rôznu dĺžku.



Obr. 2: Agregovaný dopyt

Pravdepodobne najjednoduchšie vysvetlenie je, že ekonomické cykly sú reakcie na stochastické šoky alebo impulzy, napríklad na strane agregovaného dopytu. Neustály vznik nových impulzov má dopad na pohyby týchto cyklov. Obrázok 4 ilustruje ako pozitívny podnet v agregovanom dopyte ovplyvňuje ekonomiku. Zmena dopytu posúva agregovaný dopyt z AD do AD'. Reakciou na nárast dopytu sa zdvihne produkcia z Y do Y'. Výsledkom je rozšírenie ekonomickej aktivity vedúce k pozitívnemu produkčnému posunu. Expanzia je ilustrovaná ako rast v cykle smerom k vrcholovému bodu Y na obr. 1. Dlhodobý vývoj (pre tento model rovný potencionalnej produkcii Y) je znázornený ako jednoduchá regresná priamka.

V ďalšej časti sa bližšie pozrieme na zloženie ekonomického cyklu [15, 14]. Najskôr si však pripomenieme pojem *stochastický proces* z teórie pravdepodobnosti.

Definícia 1.1. Stochastický proces

Nech $[0, T] \subset \mathbb{R}$ je množina časových indexov. Stochastickým procesom na pravdepodobnostnom priestore $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ nazývame množinu náhodných veličín $X_t, t \in [0, T]$.

Pre zjednodušenie budeme značiť stav procesu X v čase t ako X_t alebo $X(t)$.

V roku 1920 W. Persons predstavil teóriu, ktorá časové rady rozkladá do 4 zložiek: trend, cyklická zložka, sezónny komponent a nepravidelná zložka. Použitím HDP (Y) ako základ ekonomického cyklu z časového radu môžeme tento vzťah zjednodušiť a vyjadriť nasledovnou rovnicou:

$$Y_t = C_t * T_t * SES_t * E_t \quad (1)$$

Z rovnice (1) vidíme, že nevychýlený odhad hodnoty HDP obsahuje niekoľko faktorov. C označuje cyklický komponent, ktorý sa v priebehu času odchyľuje od trendu. T označuje trendový faktor opisujúci dlhodobý smer vývoja ekonomiky. Ten môžeme považovať za deterministický alebo stochastický. SES je sezónna zložka. Sezónne výkyvy sa bežne vyskytujú vo väčšine trhov a z toho dôvodu sú jedným z faktorov hospodárskeho rozmachu. Existujú aj určité aspekty ekonomického vývoja, ktoré nie sú jednoznačne opísateľné a nemožno ich predvídať. V našom vzorci tieto nepravidelné zložky označíme písmenom E . Použitím prirodzeného logaritmu môžeme vzorec upraviť na tvar:

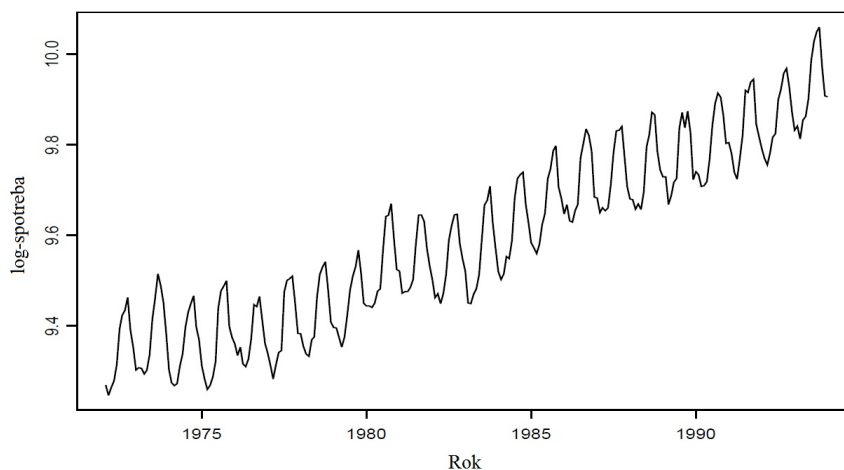
$$\ln Y_t = \ln (C_t * T_t * SES_t * E_t) \quad (2)$$

A to môžeme prepísať na tvar:

$$y_t = c_t + \tau_t + ses_t + \varepsilon_t \quad (3)$$

Je nutné si uvedomiť, že nie všetky pohyby v časových radoch opisujú nejaký hospodársky cyklus. Existuje niekoľko podmienok, ktoré musia byť splnené, aby sme mohli

určité obdobie označiť ako cyklus. Najdôležitejšie sú doba trvania a amplitúda. Okrem toho musí tento pohyb v ekonomike dosahovať určitú silu a vrcholovú hodnotu, aby sme ho mohli považovať za cyklický pohyb v ekonomike.



Obr. 3: Spotreba elektrickej energie v USA

Obr. 3 znázorňuje spotrebu elektrickej energie v USA v rokoch 1970-2000. Z grafu vieme vyčítať niekoľko vlastností:

- vzostupný trend
- výrazná sezónna (periodická) zložka - ostré maximá a minimá
- ustálená volatilita
- závislosť údajov

Národný úrad ekonomického výskumu (NBER) vo svojich analýzach vyhodnocuje niekoľko faktorov. NBER definuje recesiю ako signifikantný rozpad v celkovej produkcii, príjmoch, zamestnanosti a obchode. Toto obdobie trvá prínajmenšom šesť mesiacov a je potvrdené rozsiahlou kontrakciou v niekoľkých sektoroch americkej ekonomiky [14]. Ďalšia definícia cyklu využíva takzvané *two-quarter-rule*. Toto pravidlo definuje recesiю ako dva po sebe idúce kontraktívne štvrtroky v ekonomike.

Ďalšie dve teórie sú založené na štatistických metódach. Bry-Broschan metóda sa pokúša napodobniť algoritmus NBER. Využíva tradičnú analógiu poradia hlavných

cyklických pohybov, nasleduje určenie okolia ich maxima a minima, a nakoniec hľadanie zlomových bodov v konkrétnych dátach. Na rozdiel od NBER, táto metóda sa zameriava iba na jednotlivé série, pretože celková analýza s použitím rôznych štatistických metód môže viesť k zníženiu presnosti [11]. Táto metóda vyžaduje dĺžku cyklu minimálne 15 mesiacov. Naopak, niekedy používané Romerove pravidlo počíta produkčný prepád vzhľadom na posledný bod zlomu.

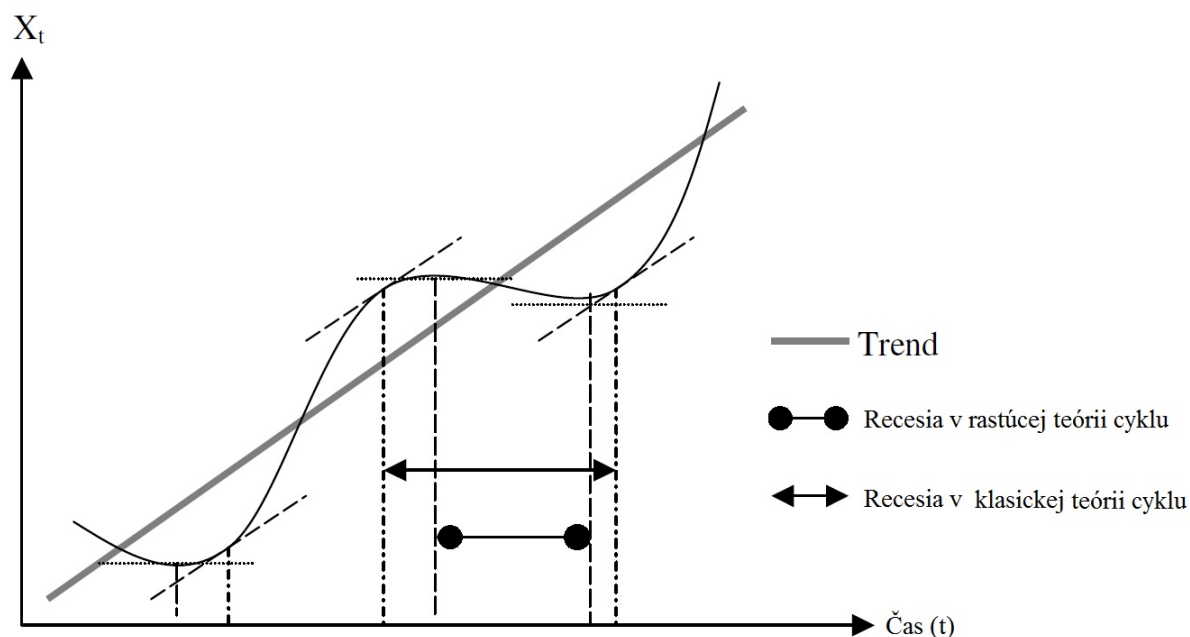
Hospodársky cyklus väčšinou kolíše okolo rastúceho trendu, ktorý opisujeme ako priemer výchyliek cyklov. Trend môže byť chápaný ako ustálený smer teórie rastu, ktorej sa podrobnejšie venuje [3]. Teória rastúceho trendu je založená na predpoklade, že produktivita môže byť zvýšená iba vylepšením technológie. To v praxi znamená celkové zvýšenie efektivity. Zmena trendu teda môže byť vyvolaná zmenou v technológii.

V súčasnosti sa predpokladá, že trend má viac stochastický charakter. Či sú trendy dané deterministicky, alebo stochasticky, má rozhodujúci dopad na povahu kolísaní ekonomických časových radov a môže viesť k celkom odlišným záverom pri analýze cyklov. Nie je prekvapením, že je oveľa zložitejšie predpovedať stochastické trendy. Zatiaľ čo pri stochastických trendoch zanechá otras v ekonomike trvalú zmenu, pri deterministických trendoch bude iba dočasná. Pri predpovedaní ekonomického cyklu, ktorý sa vyvíja okolo stochastického trendu, je prakticky nemožné oddeliť trend od prebiehajúcej cyklickej zložky. Otrasy spôsobia trvalý dopad vzhľadom na trend a štandardná odchýlka sa neustále zvyšuje rozširovaním časového horizontu predikcie [14, 3].

1.3.2 Rast a klasická teória cyklu

V nasledujúcej časti bližšie opíšeme potrebné vlastnosti cyklu a jeho hlavné princípy. Ako sme už uviedli, priebeh cyklu sa pohybuje okolo trendu. Vrcholy a sedlá v hospodárskom cykle nazývame body zlomu, kde sa jedno obdobie kontrakcie otočí do nového obdobia expanzie alebo sa obdobie expanzie zmení na nasledujúce obdobie recesie. Počas recesie cyklus dosiahne bod najväčšieho prepadu a v expanzii nastane vrchol ekonomickej aktivity. Ekonómovia však majú rozličné názory na spôsob, ako zafin-

novat' tieto významné body hospodárskych cyklov. Všeobecne ekonómovia rozlišujú medzi rastúcou cyklickou teóriou a klasickou cyklickou teóriou. Rastúca teória sa používa predovšetkým v Európe. Klasickú teóriu uprednostňuje USA a NBER. Rozdiel medzi týmito prístupmi je znázornený na grafe, kde sú vyobrazené "zlomové body" [14, 8].



Obr. 4: Rastúce a klasické cykly

..... zlomové body v klasickej teórii

———— zlomové body v rastúcej teórii

V klasickej teórii rastu sa cyklus charakterizuje pomocou absolútnej vzdialenosti vrcholov a sediel od nulového bodu rastu. Tým pádom sú obdobia expanzie v klasických cykloch zvyčajne dlhšie ako obdobia kontrakcie. V rastúcich cykloch sa merajú prelomové body relatívne vzhľadom na trend, a preto sa trvanie expanzie a recesie k sebe približuje. Z uvedeného vyplýva, že produkčné rozdiely medzi trendom a cyklickým vývojom sú výraznejšie ako pre klasické cykly. Produkčná diferencia je rozdiel medzi aktuálnou produkciou a potencionálnou ekonomickou aktivitou. Tento rozdiel často sledujú centrálné banky a kontrolujú vývoj ekonomiky, aby sa rast v ekonomickej aktivite príliš neodlišoval od trendu.

1.3.3 Vedúce, oneskorené a sprievodné indikátory

Na porozumenie a pozorovanie ekonomickej aktivity a efektov ekonomického cyklu ekonómovia používajú makroekonomické a mikroekonomické indikátory. Ekonomické indikátory sú v štatistikách rôznych pohybov v ekonomike, ktoré sformovaním do časového radu tvoria informáciu o ekonomickom cykle. Niektoré indikátory vypovedajú o súčasnom cykle, iné o budúcom. Vďaka kvalite niektorých časových radov je niekedy možné overiť prelomové body v ekonomickom vývoji. Zložené indikátory sú zvyčajne rozdelené do troch hlavných skupín: vedúce indikátory, sprievodné a oneskorené ukazovatele. Sprievodné indikátory signalizujú prelomové body v približne rovnakom čase ako reálny ekonomický cyklus. Niektoré napríklad zahŕňajú zamestnanosť, či priemyselnú produkciu. Naopak, oneskorené ukazovatele potvrdzujú prelomové body po reálnej zmene v ekonomike. Typickým príkladom je profit spoločností v určitej krajine. Vedúci indikátor sa používa na predpoveď nadchádzajúcich prelomových bodov v ekonomickom cykle. Väčšinou je vedúci indikátor korelovaný s prebiehajúcim hospodárskym cyklom, ale niekoľko mesiacov popredu. [14]

Teória vedúcich ukazovateľov má dve vedúce zložky: stochastický základ a ekonomickú zložku. Charakter a popis vedúcich indikátorov je obvykle podporovaný empirickými štúdiami a dôkazmi. Na určenie identifikátorov sa používa štatistická matematika. Štatistickým porovnávaním v reálnej ekonomike je možné nájsť závislosti medzi rôznymi časovými radmi. Korelácia blízka 1 udáva, že časový rad je vysoko cyklický. Korelačná hodnota blízka -1 označuje rad ako cyklický v opačnom smere. Hodnota blízka nule znamená, že rady nekolíšu okolo cyklu v žiadnom pravidelnom systéme, a teda sú nekorelované. Rovnica (4) opisuje charakteristické vlastnosti vedúceho indikátora:

$$\text{corr}(X_{t-n}, C_t) \neq 0 \quad (4)$$

Táto rovnica ukazuje, že na to aby bol rad X vedúcim indikátorom cyklického komponentu C , musí byť korelovaný s aktuálnym cyklickým komponentom C v predstihu $t - n$ mesiacov. Táto korelácia musí byť signifikantne rôzna od 0.

Hľadanie vhodných vedúcich indikátorov je niekedy veľmi zložité a časovo náročné. Množstvo potencionálnych indikátorov je veľmi vysoké a výber si vyžaduje určitý úsudok a znalosť zdrojov dát, ktoré sú jadrom ekonometrického výskumu. Pri dlhých časových radoch môže nastať v priebehu času zmena charakteru. Je to typické pre časové rady ekonomického vývoja v Číne, ktorá v posledných piatich až desiatich rokoch prechádza úplne inou ekonomickou situáciou, aká tu existovala predtým (oveľa uzavretejšia ekonomika).

1.3.4 Oddelenie trendu od cyklov

Napriek vzájomnej závislosti medzi jednotlivými komponentmi cyklu je užitočné oddeliť trend od ostatných komponentov. Existuje niekoľko techník na vyhladenie časových radov. Kalmanov filter je rekurzívna metóda pozostávajúca zo súboru rovníc, ktoré predstavujú účinný prostriedok k odhadu optimálneho procesu. Je to zložitá procedúra, ktorú nebudeme ďalej rozoberať. Jedna z najbežnejších metód dnešnej doby je Hodrick-Prescott filter (HP-filter). Títo dvaja ekonómovia predstavili danú filtračnú metódu krátko po roku 1980 a odvtedy si táto technika získala rozsiahle uznanie po celom svete. Ako sme už uviedli na začiatku tejto kapitoly, rozdiel medzi aktuálnou a potencionálnou produkciou označujeme ako prudukčná diferencia. Hodrick a Prescott považujú produkčnú diferenciu za trend. Inými slovami, dlhodobá agregovaná ponuka určuje vlastnosti trendu.

Predstavme si časový rad y_t , ktorý pozostáva z cyklickej zložky c_t a trendu τ_t , čo predstavuje zjednodušenie rovnice (4).

Teória Hodricka a Prescottta kladie dôraz na varianciu medzi cyklom c a trendom τ :

$$y_t = c_t + \tau_t \quad (5)$$

Prvý člen označuje rozdiel medzi skutočným pozorovaním a trendom. Pokiaľ je aktivita založená napríklad na HDP, tak toto označuje rozdiel v produkcii pre danú krajinu. Druhý člen označuje odchýlku od trendu, ktorú charakterizuje λ .

$$\min \left\{ \sum_{t=1}^T (y_t - \tau_t)^2 + \lambda \sum_{t=2}^{T-1} [(\tau_{t+1} - \tau_t) - (\tau_t - \tau_{t-1})]^2 \right\} \quad (6)$$

Parameter λ sa určuje na základe dostupných dát. Na štvrtročné dáta sa λ nastavuje na $\lambda = 1600$ a na ročné $\lambda = 100$. Základom HP-filtračnej metódy je minimalizácia v rovnici (6). Danou hodnotou λ filter vypočíta hodnotu τ , čím minimalizuje cyklickú zložku.

Tento postup je známy naprieč ekonomickým spektrom a existuje niekoľko dostupných softvérov, ktoré spracujú potrebné výpočty. Jan Bonenkamp publikoval štúdiu, kde ukázal, že HP-filter nevyžaduje stabilný priebeh trendu ako je to pri lineárnych filtroch [14]. Existujú však aj určité nevýhody tejto metódy. Prvou je nepodložený predpoklad, že trend je ekvivalentný s potencionálnou produkciou. Druhou je fakt, že filter je založený na pozorovaniach v čase $t - 1$ a $t + 1$. Na začiatku a konci časového radu neexistujú žiadne ďalšie pozorovania. Ďalším súvisiacim problémom je, že čerstvo publikované údaje bývajú často po istom čase upravené. Výsledok filtračného procesu sa môže stať nespoľahlivý. Tento problém sa však vzťahuje na všetky filtre, ktoré sa používajú na vyhladenie časového radu. Štvrtou nevýhodou je problém vzťahujúci sa na dlhodobu trvajúci negatívny produkčný rozdiel. Príkladom je Japonsko, ktoré patrí medzi ekonomiky, v ktorých je v posledných rokoch veľmi mierny rast. Týmto sa môže znižovať odhad trendu takejto ekonomiky. To by mohlo spôsobiť dojem, že v takejto ekonomike nebola žiadna recesia. Dlhotrvalé cykly teda môžu poskytovať nereálne výsledky. Poslednou je, že rovnica (6) priradzuje rovnaké váhy negatívnej a pozitívnej odchýlke od tendencie. Z toho vyplýva predpoklad, že expanzie a recesie majú rovnaké dĺžky. To však nie je nevyhnutne správny predpoklad.

1.4 Modely časových radov

Analýza finančných časových radov je základným nástrojom na získavanie informácií o vývoji ekonomiky. Cieľom je odhaliť informácie schované v zložitom finančnom systéme a pripraviť ich na použitie. Poznáme niekoľko dôležitých finančných systémov, ako sú napríklad akciové trhy, kurzové systémy alebo ropný trh. Tieto finančné systémy majú výrazný vplyv na vývoj medzinárodných ekonomík. Prakticky všetky rozhodnutia kontrolných orgánov, výrobcov a manažérov sú podložené nejakou analýzou finančných časových radov. Pod pojmom časový rad rozumieme množinu pozorovaní zaznamena-

ných v jednotlivých časových okamihoch t . Vo všeobecnosti údaje časových radov sú závislé a nemusia byť rovnako rozdelené. Hlavnou úlohou analýzy časových radov je odhalenie mechanizmu, ktorý generuje pozorované údaje [7].

1.4.1 Úvod do analýzy časových radov

Väčšina ďalej popisovaných metód má určité nedostatky, pretože sú založené na všeobecných predpokladoch stacionarity alebo lineárnej štruktúry systému. V ďalších častiach tejto kapitoly je potrebné ovládať základné vlastnosti časových radov. Preto definujeme typy stacionárnych javov [13].

Definícia 1.2. Časový rad X_t sa nazýva silno stacionárny, ak združené distribučné funkcie náhodných vektorov $(X_{t_1}, X_{t_2}, \dots, X_{t_k})$ a $(X_{t_1+h}, X_{t_2+h}, \dots, X_{t_k+h})$ sú rovnaké pre všetky prirodzené čísla k a pre všetky celé čísla $t_1, t_2 \dots t_k$ a h .

Z praktického hľadiska je to príliš silná požiadavka. Finančné časové rady sú zvyčajne reprezentované veľkým množstvom parametrov popisujúcich zložené distribučné funkcie [4]. V praxi je tieto parametre nemožné odhadnúť z nameraných údajov.

Miernejšia požiadavka stacionarity je časový rad bez trendu s ustálenou variabilitou.

Definícia 1.3. Časový rad X_t sa nazýva slabo stacionárny, ak $\mu_x(t)$ nezávisí na čase t a $\gamma_x(t+h, t)$ nezávisí na t pre každé $h \in \mathbb{Z}$.

Definícia 1.4. Nech je daný stacionárny časový rad X_t . Autokorelačnou funkciou radu X_t nazývame funkciu $\rho_x(h) = \text{Corr}(X_h, X_t) = \text{Corr}(X_h, X_0)$ pre každé celé h .

Autokorelácia je špecifickou črtou časových radov [13]. Štatistická závislosť každého pozorovania na predchádzajúcom spôsobuje, že časové rady sa analyzujú ťažšie ako bežný regresný model. V regresných modeloch sú totiž jednotlivé pozorovania navzájom nezávislé. Príčiny autokorelácie v časových radoch je možné zhrnúť do týchto základných okruhov:

1. Zotrvačnosť dát.

Jednotlivé pozorovania bývajú sériovo skorelované. Najčastejšie sa jedná o pozitívnu autokoreláciu, ktorá odráža napríklad cyklické zmeny trendu.

2. Chybná či nepresná špecifikácia matematickej formy modelu.
3. Zahrnutie chýb meraní endogénnej premennej do náhodných porúch.
4. Kvantifikácia modelu z dát obsahujúcich spriemerované, vyrovnané, interpolované alebo extrapolované údaje.

Definícia 1.5. *Korelácia medzi členmi časového radu posunutými o k časových jednotiek sa nazýva autokorelácia k -teho stupňa.*

Autokorelačný koeficient k -teho stupňa ρ_k môžeme odhadnúť pomocou výberového autokorelačného koeficientu r_k , ktorý vypočítame nasledovne:

$$r_k = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} (x_t - \bar{x})(x_{t+k} - \bar{x})}{\sum_{t=1}^n (x_t - \bar{x})^2} \quad (7)$$

1.4.2 Všeobecný model

Pokročilou analýzou časových radov môžeme nazvať modelovanie časových radov [8, 7]. Časové rady môžeme rozdeliť na niekoľko častí s rôznym charakterom. Za predpokladu, že finančné časové rady tvoria aj stabilné stavy, môže správne rozdelenie radov pomôcť vylepšiť presnosť analýzy. Tejto problematike sa venuje kniha [3]. Modelovanie finančných časových radov simuluje finančné systémy alebo sa používa na predikciu ich vývoja. Medzi klasické metódy patrí ARMA model, používaný univerzálne na jednotlivé časové rady a VARMA pre viacrozmerné časové rady. ARMA model¹ môže byť zovšeobecnený mnohými spôsobmi. Pre veľmi podrobné časové rady, ako sú napríklad denné ceny akcií, ktorých volatilita alebo podmienená štandardná odchýlka je rozhodujúci faktor, môže byť tento model transformovaný na všeobecný GARCH model.

Moderné finančné systémy sú veľmi zložité a majú nelineárnu štruktúru. Ich súčasťou je veľká dynamika na strane vstupov a výstupov. Je to spôsobené výrazným pokrokom v logistike a diverzifikácii priemyslu.

¹Z praktického hľadiska môžeme drvivú väčšinu stacionárnych procesov aproximovať ARMA procesmi

Zmeny v časových radoch sú z veľkej časti tvorené stochastickými procesmi, ktorých budúce hodnoty sú len čiastočne určené predchádzajúcimi pozorovaniami. Pre stacionárny stochastický proces je priemer a stredná hodnota vyjadrená nasledovne:

$$\mu = E[z_t] = \int_{-\infty}^{\infty} zp(z)dz \quad (8)$$

$$\bar{z} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^k z_t \quad (9)$$

kde μ označuje strednú hodnotu, $\bar{z}$ je priemerná hodnota, N označuje počet pozorovaní, z_t je pozorovanie v čase t a $p(z)$ je distribučná funkcia.

$$\sigma_z^2 = E[(z_t - \mu)^2] = \int_{-\infty}^{\infty} (z - \mu)^2 p(z) dz \quad (10)$$

$$\hat{\sigma}_z^2 = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^k (z_t - \hat{z})^2 \quad (11)$$

1.4.3 Autoregresný model

V tejto podkapitole opíšeme základný autoregresný model. Označujeme tak typ modelu, kedy sa medzi vysvetľujúcimi premennými nachádza aj oneskorená hodnota závislej premennej. Všeobecný autoregresný model pozostávajúci z p autoregresných podmienok vyjadruje rovnica (12):

$$X_t = \xi + \sum_{i=1}^p \varphi_i X_{t-i} + \epsilon_t \quad (12)$$

Ak v rovnici (12) ohraničíme $p = 1$, obmedzíme počet autoregresných podmienok na jednu. Tým dostaneme autoregresný model prvého rádu:

$$X_t = \xi + \varphi X_{t-1} + \epsilon_t \quad (13)$$

Kde ξ je konštanta, φ je modelový parameter, ktorý treba odhadnúť, pričom platí:

$$1. -1 < \varphi < 1.$$

$$2. \epsilon_t \sim [N(0, \sigma^2)]$$

ϵ_t označuje *biely šum*. Biely šum² predstavuje časový rad nekorelovaných veličín s nulovou strednou hodnotou a konštantným rozptylom. Aplikovaním pravdepodobnostnej funkcie $E[.]$ na obe strany rovnice (13) dostaneme očakávanú strednú hodnotu pozorovania X_t vyjadrenú nasledovne:

$$E[X_t] = E[\xi] + \varphi E[X_{t-1}] + E[\epsilon_t]\mu = \xi + \varphi\mu + 0 \quad (14)$$

Osamostatnením strednej hodnoty dostaneme nasledujúci výsledok:

$$\mu = \frac{\xi}{1 - \varphi} \quad (15)$$

Varianciu X_t odvodíme použitím $VAR[.]$ operácie:

$$VAR[X_t] = E[X_t^2] - \mu^2 = \frac{\sigma^2}{1 - \varphi^2} \quad (16)$$

Autokovariancia medzi separovanými pozorovaniami K časových úsekov je vyjadrená nasledovne:

$$B_K = E[X_{t+K}, X_t] - \mu^2 = \frac{\sigma^2}{1 - \varphi^2} \varphi^{|K|} \quad (17)$$

Korelačný koeficient je vyjadrený φ^K . Predpokladajme, že $\hat{\varphi}$ je odhad parametra φ vyjadrený z analýzy vzorky dát sledovaného procesu. $\hat{X}_t$ je príslušná odhadnutá hodnota k skutočnému X_t . Potom môžeme reziduá vypočítať nasledovne:

$$e_t = X_t - \hat{X}_t \quad (18)$$

²Ako konkrétny príklad si môžeme predstaviť počítačovú simuláciu náhodného výberu z normálneho rozdelenia

Vo všeobecnosti môžeme štatistické kontrolné procesy použiť na analýzu sekvencií rezíduí, ktoré sú generované v reálnom čase a sú takmer zrkadlovým odrazom výrobného procesu. Obzvlášť ak aplikujeme CUSUM diagramy³, ktoré vizuálne znázornia zmenu parametrov ξ alebo σ . Takto upozornia, že proces sa dostáva spod kontroly. Ak by sme sledovali kolísavé časové rady, dostaneme signál o zmene správania akcií. Na základe toho, či bola prekročená spodná alebo horná kontrolná hranica vieme povedať, či akcia smeruje do predajnej alebo nákupnej skupiny. Ľahko môžeme rozšíriť $AR(1)$ model opísaný v tejto časti do modelu druhého rádu:

$$X_t = \xi + \varphi X_{t-1} + \varphi X_{t-2} + \epsilon_t \quad (19)$$

³CUSUM regulačné diagramy zahŕňajú informáciu obsiahnutú v postupnosti výberových hodnôt do zakreslených kumulovaných súčtov odchýliek výberových hodnôt od cieľovej hodnoty.

2 Predpovedanie finančnej krízy

V dôsledku celosvetovej finančnej krízy v rokoch 2007 – 2008 neustále narastá záujem medzinárodných organizácií, centrálnych bánk a iných inštitúcií študovať príčiny, dôsledky a predvídateľnosť krízy. Cieľom tejto kapitoly je pochopiť koncept finančnej krízy. Ázijská kríza upozornila na obmedzené schopnosti dovtedy existujúcich systémov hodnotenia finančného zdravia krajiny. Obdobie po roku 2008 zas ukázalo, že svetová ekonomika nie je len obyčajný stroj, ktorý je možné riadiť centrálnymi bankami jednotlivých krajín. V nasledujúcich častiach sa venujeme popisu finančnej krízy a všeobecným možnostiam jej predikcie.

2.1 Typológia finančných kríz

Všetky finančné krízy majú svoje vlastné charakteristické vlastnosti, ktoré ich odlišujú od tých predchádzajúcich. Častou príčinou dlhodobej recesie je kríza finančného systému. Pod širokým pojmom *finančnej krízy* sú zahrnuté nasledujúce poruchy finančného systému:

- menová kríza
- banková kríza
- dlhová kríza
- systematická finančná kríza

Literatúra [9] uvádza podrobnú charakteristiku jednotlivých typov krízy. V našej práci sa budeme ďalej venovať predovšetkým systematickej finančnej kríze, ktorá zahŕňa väčšinu prejavov vyššie uvedených typov.

Pochopiť podstatu samotného problému si vyžaduje aj porozumenie ľudskej stránky veci. Podľa [18] je základným problémom finančnej krízy presvedčenie, že aktívne investície poskytované penzijnými fondmi, bankami a celým finančným sektorom, majú potenciál prekonať percentuálny rast HDP. Domnienka, že finančné produkty môžu poskytnúť viac ako je celkový rast globálneho portfólia je veľká ilúzia. Nikdy nekončiace

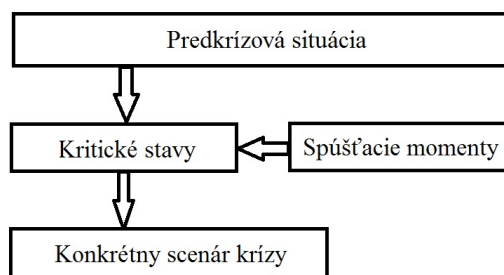
nádeje na neúmerné zisky podporujú vznik bankového priemyslu, ktorého vstupom aj výstupom sú peniaze.

2.2 Systematická finančná kríza

V odbornej literatúre sa stretneme s viacerými definíciami samotného pojmu finančná kríza. Musílek (2004) definuje finančnú krízu ako výrazné zhoršenie väčšiny finančných indikátorov s následným negatívnym dopadom na rozsah alokácie úspor a likviditu finančného systému, narastajúcu insolventnosť finančných inštitúcií, rastúcu volatilitu cien finančných inštrumentov a pokles hodnôt hmotných a nehmotných aktív.

Finančná kríza je často spájaná s panikou a hromadným výberom hotovosti z banky. Následne investori odpredávajú aktíva alebo vyberajú peniaze zo sporiacich účtov s očakávaním, že v danej finančnej inštitúcii by hodnota ich aktív klesala. Dôsledkom sú nízke ceny aktív a vyberania úspor, čo môže spôsobiť vstup ekonomiky do depresie.

V nasledujúcej časti sa pokúsime opísať všeobecnú schému systematickej finančnej krízy, ktorú tvoria štyri základné moduly. [9]



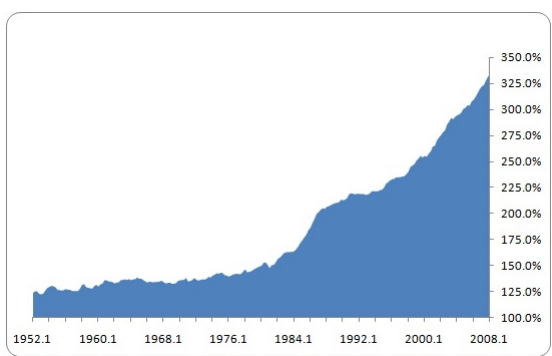
Obr. 5: Všeobecný model systematickej finančnej krízy

Predkrízová situácia

Spätnou analýzou konkrétnych prípadov finančných kríz je možné určiť relevantné faktory, ktorých analýzou je možné charakterizovať predkrízovú situáciu. Táto množina základných faktorov popisuje vývoj vonkajšieho prostredia a vnútornú mikroekonomickú situáciu.

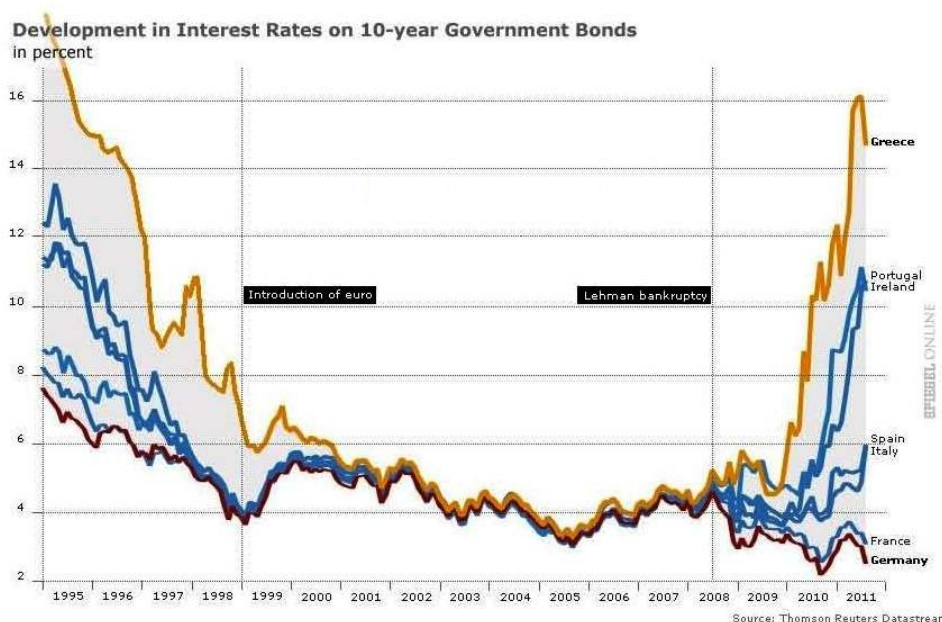
Kritické stavy

Z faktorov predchádzajúceho modulu je možné vybrať kombinácie, ktoré tvoria kritický stav. V minulosti sa kládol dôraz výhradne na kombináciu makroekonomických charakteristík.



Obr. 6: Celkový dlh v USA vyjadrený v percentách HDP

V moderných modeloch sa označuje za rizikovú kombináciu faktorov nadmerný príliv kapitálu a nedostatočne regulovaný domáci bankový systém. Problémom sa stáva nadmerná úverová expanzia, ktorej príkladom môže byť obr. 6. Neefektívne využitie týchto zdrojov môže spôsobiť dlhový problém. Pravdepodobnosť vzniku finančnej krízy tak prudko narastá a okamih jej vzniku závisí na tom, kedy sa objaví spúšťačiaci moment.



Obr. 7: Vývoj úrokových mier na 10-ročné štátne dlhopisy

Príčinu prebiehajúcej dlhovej krízy v Európe môže taktiež charakterizovať nadmerná úverová expanzia. Na obr. 7 vidíme, za akých podmienok si mohli jednotlivé krajiny požičiavať peniaze. Je vidno, že úrokové sadzby na tieto dlhopisy sa v rokoch 1995-2000 takmer stotožnili. Vzniklo tak prostredie, v ktorom si dnes už ekonomicky problémové krajiny mohli požičiavať za rovnakú úrokovú sadzbu, ako napríklad Nemecko. Táto takzvaná ilúzia vierohodnosti pretrvávala takmer 10 rokov, až pokým nenastal spúšťací moment vo forme hypotekárnej krízy v USA [17].

Spúšťacie momenty

Podstata takýchto udalostí môže byť ekonomická, ale aj politická. Výskyt takýchto udalostí je náhodný, a preto nepredvídateľný. Ako vidíme na obr. 5, spúšťacie momenty vyvolajú finančnú krízu iba pokiaľ je ekonomika v kritickom stave. To znamená, že v ekonomike sa vyskytujú kritické stavy opísané v predchádzajúcej časti. Väčšinou ide o udalosti, ktoré spôsobujú náhle zmeny v očakávaniach a panické jednanie investorov. Medzi tieto momenty zaraďujeme napríklad politickú nestabilitu, ale aj exogénne faktory.

Scenár mechanizmu systematickej finančnej krízy

Konkrétny scenár priebehu finančnej krízy je možné popísať iba *ex post*. V našej práci sa budeme ďalej zaoberať vznikom takejto krízy a možnostiam jej predikcie.

Pre úplnosť je však potrebné uviesť skutočnosť, že súčasné modely finančných kríz budú do budúcnosti rozširované o nové poznatky a hypotézy spolu s ďalšími vznikajúcimi praktickými problémami, ktoré bude nevyhnutné ozrejmiť.

Podľa P. Minského (2004), ale aj predkrízových empirických pozorovaní, je typickým predkrízovým stavom nadmerná úverová expanzia. Negatívny vplyv tejto expanzie môže spôsobiť dlhový problém. Tým označujeme situáciu, kedy dochádza k zvýšeniu podielu nezdravých dlhov a k presunom dlhov na veriteľov v takom rozsahu, že to ohrozuje solventnosť bankového sektora a znižuje kredibilitu finančného systému krajiny [9]. Za systémovú príčinu vzniku nadmerného a problémového zadĺženia označuje zlé investície kryté úvermi.

Nakoľko spúšťacie momenty nemožno dopredu predvídať, vznik krízy sprevádza prekvapenie a rýchly spád udalostí. Reakcie investorov bývajú preto neprimerané. Shiller (1995) popisuje vo svojej štúdii správanie investorov počas veľkého burzového poklesu v roku 1987. Stádovité jednanie investorov spôsobené asymetrickou informáciou prekvapivo označuje za potencionálne racionálne. Pre investora je totiž v prípade poklesu na akciových trhoch výhodné nasledovať reakcie ostatných investorov aj keď sám nemá žiadnu negatívnu informáciu. V praxi veľkú časť investičných prostriedkov riadia špecialisti, nie vlastníci. Úspešnosť manažérov je vyhodnocovaná na základe porovnania s ostatnými kolegami. V takejto situácii je logické sledovať jednanie ostatných, aj v prípade, že ich informácia naznačuje niečo iné [12].

2.3 Predikcie krízy

V kapitole 1 sme už uviedli, že vytvoriť vierohodné ekonomické predikcie je prirodzenou snahou vlád aj finančných inštitúcií. Nakoľko súčasné predikčné modely neposkytujú dostatočne spoľahlivé výsledky, vo svete sa venuje veľká pozornosť vývoju nových postupov. Základným problémom existujúcich systémov hodnotiacich stav ekonomiky je nízka spoľahlivosť informácií, s ktorými pracujú.

Vývoj v oblasti predikcie finančnej krízy

Všetky predikčné štúdie vytvorené pred rokom 1997, sú zamerané na predikciu menovej krízy. Medzi najstaršie spôsoby patria práve regresné metódy predikcie. Ich cieľom je nájsť makroekonomické ukazovatele, ktoré sú v predkrízovom období veľmi citlivé na zmeny. Problémy tejto metódy pramenia z jej podstaty, ktorou je dostatočný počet skúmaných prípadov. Tých je obmedzený počet, čo prináša slabé výsledky odhadov. Mnohé výsledky tejto metódy boli označené ako slabé a neboli lepšie v porovnaní s výsledkami náhodného odhadu. [9]

Problémové aspekty predikčných metód

Predikčné schopnosti súčasných metód sú pomerne nízke. Viaceré metódy dokážu zachytiť predkrízové obdobia, ale stretávajú sa s veľkým percentom falošných signálov. Problémy predikčných metód môžeme zhrnúť nasledovne:

1. Makroekonomická orientácia.

Ukazuje sa, že štatistická analýza čisto makroekonomických dát nepostačuje na predikciu systematickej finančnej krízy. Makroekonomické ukazovatele sú vhodné skôr na charakterizovanie dôsledkov krízy. Je teda nutné venovať väčšiu pozornosť mikroekonomickým faktorom.

2. Nejednotná definícia finančnej krízy.

Aby bolo možné jednoznačne označiť ekonomický vývoj krajiny za krízový, je nutné mať jednoznačnú definíciu krízy.

3. Identifikácia kľúčových momentov [5].

Ako sme uviedli pri opise prvého problému, na predikciu finančnej krízy je nutné prihliadať aj na mikroekonomické prostredie⁴. Ako uvádza Berg, Pattilo(2000): *Mnohé analýzy argumentovali, že príčiny ázijskej krízy neležia na tradičných makroekonomických základoch, ale skôr v štrukturálnych a mikroekonomických zmenách, ako je napríklad slabý dohľad nad bankovým sektorom, zlyhania vlády voči podnikom a taktiež korupcia. Dôraz na tieto otázky je pri predikčných analýzach niečím novým. Dostupné empirické modely sú zamerané na pôvodnú makroekonomickú stránku.*

⁴Pod pojmom mikroekonomické prostredie si môžeme predstaviť bankový a podnikový sektor krajiny.

3 Kolaterálna kríza

Výskumná komisia finančnej krízy (FCIC) poukázala (2011), že hypotekárna kríza v roku 2008 nebola výsledkom žiadneho relatívne veľkého finančného šoku. Napriek tomu nastala obrovská kríza. Súčasnou výzvou je teda vysvetliť, ako môže aj drobný otras (šok) spôsobiť veľmi rozsiahly a náhly efekt, zatiaľ čo v iných časoch, by šok tej istej veľkosti nespôsobil akýkoľvek výraznejší dôsledok [6].

Jedným zo spojení medzi malými šokmi a veľkou krízou je finančná páka. Ako sme už uviedli v kapitole 2, finančnej kríze často predchádza nadmerná úverová expanzia. Rast úverov je najlepším predikčným parametrom pravdepodobnosti vzniku finančnej krízy. Dôležitým sa teda stáva aj pôvod takejto úverovej expanzie. Nástroje finančného trhu sú namodelované tak, aby bol dlh "necitlivý na informáciu". To znamená, že pre ľubovoľného agenta nie je rentabilné produkovať vlastnú informáciu o kolaterále záväzku. Kolaterál označuje hodnotu zabezpečujúcu bankový úver. Inými slovami záruka, ktorú vyžaduje banková inštitúcia od klienta. Počas finančnej krízy dochádza k strate dôvery voči krátkodobým úverom. Tie sa stanú citlivé na informáciu, či ich krytie, teda kolaterál, je "dobrý" alebo je jeho hodnota nedostačujúca [2, 10]. V nasledujúcich častiach predpokladáme dopyt domácností po takýchto úveroch. Získanie informácie o kolaterále týchto úverov je nákladné a nie je optimálne túto informáciu generovať pravidelne.

Úverová expanzia zvyšuje spotrebu, pretože stále viac a viac firiem dostáva prostriedky na produkovanie výstupov. Ak sú v ekonomike dlhodobo poskytované úvery bez generovania informácie o kolaterále, nastáva rozklad informácie v ekonomike. Nie je možné rozlíšiť dobré a zlé úvery, je známa iba malá časť kvality kolaterálu.

Agregované šoky môžu znížiť vnímanú hodnotu kolaterálu v ekonomike. Problém nastáva po úverovej expanzii, v ktorej firmy vytvoria dlh krytý kolaterálom neznámeho typu (vnímaného však ako vysoko kvalitný). Negatívny šok má v tomto prípade väčší vplyv v porovnaní s kratšou úverovou expanziou alebo známym kolaterálom. Veľkosť krízy potom závisí na tom, aké dlhé obdobie boli poskytované pôžičky bez ohľadu na informáciu o kolaterále.

3.1 Model jedného obdobia

Nastavenie modelu

V ekonomike existujú dva druhy agentov, každý s rovnakým zastúpením - firmy a domácnosti. Rozlišujeme dva druhy tovarov: pôda a kapitál. Agenti sú rizikovo neutrálni a majú úžitok zo spotreby kapitálu na konci daného obdobia. Kým kapitál je produktívny a dá sa znovu vytvoriť, to znamená dá sa použiť na tvorbu nového, pôda nie je [10].

Firmy majú prístup k zásobe neprenosných riadacích schopností, ktoré označíme L . Tieto schopnosti môžu byť skombinované s kapitálom na produkovanie väčšieho množstva kapitálu, označíme ho K' .

$$K' = \begin{cases} \text{Amin}\{K, L^*\} & \text{s pravdepodobnosťou } q \\ 0, & \text{s pravdepodobnosťou } (1-q) \end{cases}$$

Predpokladáme, že produkcia nie je stratová, $qA > 1$. Potom je optimálny pomer kapitálu v produkcii vyjadrený nasledovne: $L^* = K^*$.

Domácnosti a firmy sa nelíšia len v ich riadiacich schopnostiach, ale taktiež v ich východiskovej pozícii. Zatiaľ čo domácnosti začínajú s $\bar{K} = K^*$, firmy v počiatočnom stave disponujú jednou jednotkou pôdy.

Ak je zem "dobrá", prináša C jednotiek K na konci každej periódy. Ak je zem "zlá", neprináša žiadne výstupy. Sledovanie kvality zeme vyžaduje γ jednotiek kapitálu. Predpokladáme, že podiel $\hat{p}$ zeme môžeme označiť za dobrý. Na začiatku každej periódy, odlišný počet jednotiek zeme i môže potencionálne predstavovať dobrú zem. Označíme ich p_i a predpokladáme, že táto informácia je všeobecne známa. Na ilustráciu týchto nastavení si uvedieme príklad. Predpokladajme, že ropa je vnútorná hodnota zeme. Zem je dobrá, pokiaľ má pod povrchom ropu. Tá má trhovú hodnotu C v zmysle kapitálu. Zem je zlá, pokiaľ neobsahuje pod povrchom žiadnu ropu. Výskyt ropy je na prvý pohľad nebadateľný jav, ale je daná všeobecne známa pravdepodobnosť existencie ropy pod povrchom, ktorú môžeme vŕtaním do zeme potvrdiť s cenou nákladov γ .

V týchto jednoduchých nastaveniach sú zdroje v zlých rukách. Domácnosti vlastní kapitál, zatiaľ čo firmy majú manažérske schopnosti. Produkcia si však vyžaduje obidva vstupy na jednej strane. Keďže produkcia nie je stratová, ak by sa dali overiť výstupy, bolo by pre domácnosti výhodné požiť optimálne množstvo kapitálu $= K^*$ firmám s určením prípadných nárokov na zisk. Ak by boli výstupy neoveriteľné, domácnosti by nikdy neboli ochotné požiť potrebný kapitál. Firmy môžu skrývať objem kapitálu, ale budeme predpokladať, že nie je možné tajiť vlastníctvo zeme. Tým sa zo zeme stáva účinný kolaterál. Firmy môžu sľúbiť podiel zeme domácnostiam, v prípade nesplácania kapitálu. Je v tomto prípade generovaná informácia o skutočnej hodnote kolaterálu?

3.2 Optimálna pôžička pre firmu

V tejto časti sa budeme venovať optimálnej výške krátkodobého dlhu (krytého kolaterálom) s ohľadom na to, že veritelia môžu chcieť generovať informáciu týkajúcu sa kolaterálu. Pre zjednodušenie sa venujeme jednostrannému informačnému problému, kedy dlžník nemá prostriedky v zmysle kapitálu na overenie kolaterálu. Pretože firmy môžu počítať s iniciatívou domácností získať túto informáciu, vyberajú si optimálne množstvo medzi dlhom, ktorý spúšťa produkciu informácie a naopak. Spustenie produkcie informácie je nákladné a zvyšuje hodnotu pôžičky, v záujme kompenzovať monitorovacie náklady γ . Kompromis medzi produkováním a neprodukováním informácie určuje citlivosť dlhu a v konečnom dôsledku rozsah informácie v ekonomike a jej dynamike [10].

Dlh citlivý na informáciu Vyprodukovanie informácie o skutočnej hodnote zeme stojí γ kapitálu. Táto informácia sa stane verejnou na konci periódy, nie okamžite. Toto vyvoláva iniciatívu domácností získať túto informáciu individuálne a využiť túto informáciu predtým ako sa stane všeobecne známa. Predpokladajme, že veritelia sú rizikovo neutrálni a konkurencie schopní.⁵ Potom:

⁵Predpokladom o rizikovej neutrálnosti model nestráca na všeobecnosti. Ukážeme, že dlh je bezrizikový. Konkurencie schopnosť môžeme jednoducho zaručiť tým, že iba časť firiem má schopnosti L^* .

$$p(qR_{IS} + (1 - q)x_{IS}C - K) = \gamma \quad (20)$$

kde K označuje veľkosť pôžičky, R_{IS} je nominálna hodnota dlhu a x_{IS} je podiel zeme určenej firmou ako kolaterál. Je zrejmé, že firma by mala platiť rovnakú sumu v prípade úspechu i neúspechu. Ak $R_{IS} > x_{IS}C$, firma by mala vždy zbankrotovať a prenechať kolaterál v prospech veriteľa. Ak je $R_{IS} < x_{IS}C$ firma by mala vždy predávať kolaterál ihneď za nejakú cenu C a vyplatiť veriteľov R_{IS} . Táto podmienka určuje podiel kolaterálu poskytnutého firmou ako funkciu závislú od p :

$$R_{IS} = x_{IS}C \quad (21)$$

$$x_{IS} = \frac{pK + \gamma}{pC} \leq 1 \quad (22)$$

Z toho vyplýva, že pre firmu je prijateľné požičať si optimálne K^* iba ak $\frac{pK + \gamma}{pC} \leq 1$, alebo ak $p > \frac{\gamma}{C - K^*}$. Ak nie je splnená táto podmienka, firma si môže požičať iba $K = \frac{pC - \gamma}{p} < K^*$, kedy poskytuje všetku dobrú zem ako kolaterál. Firma si nepožičia nič pokiaľ $pC > \gamma$.

Očakávaný čistý zisk (po odpočítaní kapitálovej hodnoty pôdy pC) z dlhu citlivého na informáciu je:

$$E(\pi|p, IS) = p(qAK - x_{IS}C) \quad (23)$$

Dosadením x_{IS} dostávame:

$$E(\pi|p, IS) = pK^*(qA - 1) - \gamma \quad (24)$$

Prevzatím podmienok o optimálnom požičanom množstve kapitálu dostaneme nasledovnú funkciu zisku:

$$E(\pi|p, IS) = \begin{cases} pK^*(qA - 1) - \gamma & \text{ak } p \geq \frac{\gamma}{K^*(qA - 1)} \\ 0, & \text{ak } p < \frac{\gamma}{K^*(qA - 1)} \end{cases} \quad (25)$$

Dlh necitlivý na informáciu

Ďalšou možnosťou sú pôžičky firiem bez spustenia informačnej akvizície. Stále sa jedná o prípad, kedy veritelia kryjú vlastné náklady v rovnováhe:

$$qR_{II} + (1 - q)px_{II}C = K \quad (26)$$

podmienkou bezrizikového dlhu dostaneme:

$$x_{II} = \frac{K}{pC} \leq 1 \quad (27)$$

V tomto prípade musíme garantovať, že veritelia nemajú podnet kontrolovať hodnotu kolaterálu a budú poskytovať pôžičky v rámci zmluvných podmienok, len ak je kolaterál dobrý. Veritelia majú záujem získať informáciu o krytí dlhu, ak sú zisky z obdržania tejto informácie väčšie ako náklady γ na jej získanie. To môžeme zapísať do rovnice:

$$(1 - p)(1 - q)K < \gamma \quad (28)$$

Presnejšie, získaním informácie veriteľ požičiava len v prípade, že kolaterál je dobrý, čo sa stane s pravdepodobnosťou p . Ak nastane bankrot, ktorého pravdepodobnosť je $1 - q$, veriteľ môže predávať za $x_{II}C$ kolaterál, ktorý získal za $px_{II}C = K$. To prináša čistý zisk $(1 - p)x_{II}C = (1 - p)\frac{K}{p}$.

Z predchádzajúcej podmienky je jasné, že firmu môže odradiť získavanie informácií prostredníctvom redukovania pôžičky. Požičiavanie necitlivé na informáciu je charakterizované nasledovnou výškou úveru:

$$K(p|II) = \min \left\{ K^*, \frac{\gamma}{(1 - p)(1 - q)}, pC \right\} \quad (29)$$

Očakávané zisky, po odpočítaní hodnoty zeme, z dlhu necitlivého na informáciu sú:

$$E(\pi|p, II) = qAK - x_{II}pC \quad (30)$$

Dosadením x_{II} dostaneme

$$E(\pi|p, II) = K(p|II)(qA - 1) \quad (31)$$

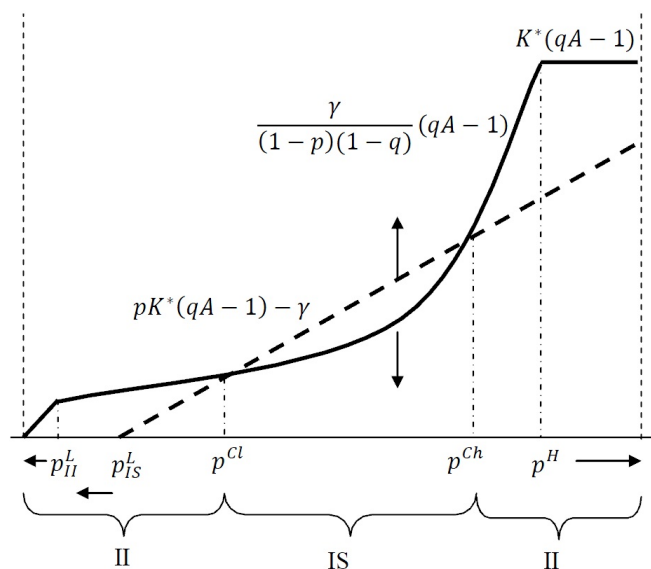
Intuitívne, v tomto prípade sú zisky dané dodatočným kapitálom generovaným obmedzenými pôžičkami:

$$E(\pi|p, II) = \begin{cases} K^*(qA - 1) \text{ ak } K^* \leq \frac{\gamma}{(1-p)(1-q)} \\ \frac{\gamma}{(1-p)(1-q)(qA-1)} \text{ ak } K^* > \frac{\gamma}{(1-p)(1-q)} \\ pC(qA - 1) \text{ ak } pC < \frac{\gamma}{(1-p)(1-q)} \end{cases} \quad (32)$$

Prvá vetva je generovaná bodom, kedy je tlak na neprodukovanie informácie, a optimálna pôžička má hodnotu K^* . Toto nastáva, keď je finančné obmedzenie silnejšie ako technologické. Druhá vetva vzniká pod podmienkou $x_{II} \leq 1$, kedy si firma môže požičať až k očakávanej hodnote kolaterálu pC , bez spustenia produkcie informácie.

Vyvoláva pôžička produkciu informácie?

Obr. 8 ukazuje budúce očakávané zisky, po odpočítaní očakávanej hodnoty zeme, pre oba režimy možného p . Porovnaním týchto hodnôt dostaneme hodnotu p , pre ktoré dáva firma prednosť požičať si dlh necitlivý na informáciu (*II*) alebo dlh citlivý na informáciu (*IS*).



Obr. 8: Očakávané zisky v jednej perióde

Jednotlivé zvýraznené časti sú stanovené nasledujúcim spôsobom:

1. Bod p^H označuje zlom zisku necitlivého na informáciu, pod ktorý musí firma obmedziť pôžičku, aby nepodnietila produkciu informácie:

$$p^H = 1 - \frac{\gamma}{K^*(1-q)} \quad (33)$$

2. Druhý zlomový bod generuje profit pôžičky citlivej na informáciu.

$$p_{II}^L = \frac{1}{2} - \sqrt{\frac{1}{4} - \frac{\gamma}{C(1-q)}} \quad (34)$$

$$p_{IS}^L = \frac{\gamma}{K^*(1-q)} \quad (35)$$

3. Body p^{Ch} a p^{Cl} dostaneme vyriešením kvadratickej rovnice, kedy sú profitové funkcie informačne citlivého a necitlivého profitu v rovnosti.

$$\gamma = \left[pK^* - \frac{\gamma}{(1-p)(1-q)} \right] (qA - 1) \quad (36)$$

Vznikli iba tri intervaly financovania. Pôžičky necitlivé na informáciu si firme vyberia ak sú hodnoty p veľmi vysoké, alebo naopak nízke. Pôžičku citlivú na informáciu si vyberie pre kolaterál s hodnotami p v rámci určitého intervalu.

Rozmedzie týchto intervalov závisí od informačných nákladov γ . Ak by bola informácia zadarmo, celý kolaterál by bol citlivý na informáciu o jeho kvalite. Zvyšovaním ceny γ prechádzame jednotlivými deliacimi oblasťami na grafe 8.

$$K(p|\gamma) = \begin{cases} K^* & \text{ak } p^H < p \\ \frac{\gamma}{(1-p)(1-q)} & \text{ak } p^{Ch} < p < p^H \\ pK^* - \frac{\gamma}{(qA-1)} & \text{ak } p^{Cl} < p < p^{Ch} \\ \frac{\gamma}{(1-p)(1-q)} & \text{ak } p_{II}^L < p < p^{Cl} \\ pC & \text{ak } p < p_{II}^L \end{cases} \quad (37)$$

3.3 Dynamický model

Predpokladáme, že na začiatku (v perióde 0) je dokonalá informácia o tom, ktorý kolaterál je dobrý. V každej perióde s pravdepodobnosťou λ ostane kvalita každej jednotky zeme nezmenená. S pravdepodobnosťou $(1 - \lambda)$ nastane výstredný šok a zmení kvalitu zeme. Zem sa stane dobrou s pravdepodobnosťou $\hat{p}$, nezávisle od jej typu. Aj keď šok je pozorovateľný, zmena na nový typ kvality nie je. Je potrebné vynaložiť jednotiek kapitálu na určenie novej kvality kolaterálu.

V tomto jednoduchom stochastickom procese pre výstredné šoky, za predpokladu neprítomnosti agregátnych šokov, má toto rozdelenie tri zlomové body: 0, $\hat{p}$ a 1. Nasledujúce tvrdenie ukazuje vývoj agregátnej spotreby, ktorá závisí na výške pôžičky $\hat{p}$.

Tvrdenie 1: Vývin agregátnej spotreby s absenciou agregátnych šokov.

Predpokladajme dokonalú informáciu o kvalite zeme v počiatočnom období. Ak sa $\hat{p}$ nachádza v intervale citlivom na informáciu ($\hat{p} \in [p^{Cl}, p^{Ch}]$), spotreba je konštantná. Ak $\hat{p}$ je z intervalu necitlivého na informáciu, spotreba rastie v priebehu času ak $\hat{p} > \hat{p}_h^$ alebo $\hat{p} < \hat{p}_l^*$, pričom p_h^* a p_l^* sú riešenia kvadratickej rovnice $\frac{\gamma}{(1-\hat{p}^*)(1-q)} = \hat{p}^* K^*$*

Dôkaz

1. $\hat{p}$ je citlivý na informáciu ($\hat{p} \in [p^{Cl}, p^{Ch}]$). V tomto prípade, informácia o časti $(1 - \lambda)$ kolaterálu, ktorý postihne výstredný šok v každej perióde t . Potom $f(1) = \lambda\hat{p}$, $f(\hat{p}) = (1 - \lambda)$ a $f(0) = \lambda(1 - \hat{p})$. Uvažujme $K(0) = 0$

$$W_t^{IS} = \bar{K} + [\lambda\hat{p}K(1) + (1 - \lambda)K(\hat{p})](qA - 1) \quad (38)$$

Agregátna spotreba W_t^{IS} nie je závislá od t , je na konštantnej hladine.

2. $\hat{p}$ je necitlivý na informáciu ($\hat{p} > \hat{p}_h^*$ alebo $\hat{p} < \hat{p}_l^*$): Informácia o kolaterále podliehajúcim výstrednému šoku je neznáma a v čase t , $f(1) = \lambda^t\hat{p}$, $f(\hat{p}) = (1 - \lambda^t)$ a $f(0) = \lambda^t(1 - \hat{p})$. Pretože $K(0) = 0$,

$$W_t^{II} = \bar{K} + [\lambda^t\hat{p}K(1) + (1 - \lambda^t)K(\hat{p})](qA - 1) \quad (39)$$

Keďže $W_0^{II} = \bar{K} + \hat{p}K(1)(qA - 1)$ a $\lim_{t \rightarrow \infty} W_t^{II} = \bar{K} + \hat{p}K(1)(qA - 1)$, vývin agregátnej spotreby závisí na $\hat{p}$. Nasleduje úverová expanzia a agregátna spotreba rastie v závislosti od času, pokým $K(\hat{p}) > \hat{p}K(1)$, alebo $\frac{\gamma}{(1-\hat{p}^*)(1-q)} > \hat{p}^*K^*$.

Tento výsledok je obzvlášť dôležitý, ak je v ekonomike kolaterál taký, že $\hat{p} > \hat{p}^H$. V tom prípade nastane v priebehu času nárast spotreby. Keď $\hat{p}$ je dostatočne vysoké, ekonomika má v priemere dostatok kolaterálu na udržanie optimálnej produkcie. Ak sa informácia o kolaterále v ekonomike stratí, dobrý kolaterál nahradí zlý a v priebehu času budú môcť produkovať všetky firmy [15].

Agregátny šok

Teraz zavedieme negatívne agregátne šoky, ktoré transformujú $(1 - \eta)$ dobrého kolaterálu na zlý. Podobne ako s výstrednými šokmi, agregované šoky sú pozorovateľné, ale nedá sa zistiť, ktorá časť dobrého kolaterálu sa zmenila. Keď nastane tento šok, nastane postupné revidovanie subjektívneho názoru domácností o celej záruke.

V nasledujúcom tvrdení ukážeme, že čím dlhšie ekonomika nečelí žiadnemu negatívne agregátnemu šoku, tým výraznejší bude prepád v spotrebe, keď sa takýto šok objaví [10].

Tvrdenie 2: Čím väčší rozmach a šok, tým väčšia je aj kríza.

Nech $\hat{p} > p^H$ a uvažujme negatívny šok η v perióde t . Redukcia v spotrebe $\Delta(t|\eta) \equiv W_t - W_{t|\eta}$ je neklesajúca vzhľadom na veľkosť šoku a uplynutého času bez šoku.

Dôkaz

Uvažujme negatívny agregátny šok o veľkosti η . Pretože predpokladáme, že $\hat{p} > p^H$, v priemere kolaterál neindukuje záujem o informáciu. Agregátnu spotrebu pred šokom vyjadruje rovnica (39). Agregátna spotreba po šoku je:

$$W_{t|\eta} = \bar{K} + [\lambda^t \hat{p}K(\eta) + (1 - \lambda^t)K(\eta\hat{p})](qA - 1) \quad (40)$$

Určením poklesu agregátnej spotreby ako $\Delta(t|\eta) = W_t - W_{t|\eta}$ dostaneme:

$$\Delta(t|\eta) = [\lambda^t \hat{p}[K(1) - K(\eta)] + (1 - \lambda^t)[K(\hat{p}) - K(\eta\hat{p})]](qA - 1) \quad (41)$$

Tento pokles $\Delta(t|\eta)$ je zjavne neklesajúci v závislosti od η . Taktiež rozdiel $\Delta(t|\eta)$ je neklesajúci v závislosti od t pretože:

$$\hat{p}[K(1) - K(\eta)] \leq [K(\hat{p}) - K(\eta\hat{p})] \quad (42)$$

To vyplýva z $K(\hat{p}) = K(1)$ a $K(p)$ je nerastúce v závislosti od p .

Ak definujeme *krehkosť* ako pravdepodobnosť poklesu agregátnej spotreby väčšej ako je určitá hodnota, potom platí, že krehkosť ekonomiky narastá v závislosti od počtu periód, ktoré bol dlh v ekonomike necitlivý na informáciu o kolaterále. Tým sa zvyšuje podiel kolaterálu, ktorého kvalitu nepoznáme.

Záver

V práci sme sa zaoberali problematikou matematickej prognostiky predpovedať finančné krízy. Cieľom práce bolo analyzovať a porovnať predikčné metódy a v tejto súvislosti opísať koncept ekonomickej krízy.

V prvej časti sme sa podrobne venovali ekonomickému cyklu a trendu. Použitím HDP sme opísali jednotlivé zložky ekonomického cyklu, ktoré vyjadruje vzťah (3). Vo všeobecnosti, ale aj analýzou konkrétneho príkladu sme ukázali, ako opísať priebeh ekonomického cyklu. Čitateľovi sme tak ponúkli základný prehľad v teórii cyklu a dlhodobého trendu. Ďalej sme sa zaoberali hlavnými indikátormi ekonomickej aktivity. Rovnica (4) ukazuje, že výberom vhodného ukazovateľa, je možné v predstihu sledovať vývin cyklického komponentu.

V druhej kapitole práca rozoberáť podstatu finančnej krízy, príčiny jej vzniku a charakter priebehu. Ako sme uviedli v podkapitole 2.2, je problém sformulovať presnú definíciu finančnej krízy. V rámci tejto kapitoly sme teda podrobne opísali jednotlivé fázy vzniku krízy a upozornili tak na skutočnosť, že iba určitá kombinácia faktorov vyústí do finančnej krízy. Vhodným príkladom je prítomnosť spúšťacieho momentu krízy, ktorému sa v tejto podkapitole podrobnejšie venujeme.

Na obr. 7 sme ilustrovali, prečo je nadmerná úverová expanzia pravdepodobnou príčinou prichádzajúcej krízy. V tejto časti sa zaoberáme problematikou pôžičiek a dlhov jednotlivých krajín v súvislosti s nedávnou hospodárskou krízou.

Na základe týchto zistení sme sa rozhodli podrobnejšie venovať úverovej expanzii. V závere práce sme sa venovali kolaterálnej kríze, ktorú spôsobuje rozširovanie dlhov bez adekvátnych záruk. Domnievame sa, že tento zjednodušený model vystihuje podstatu súčasného finančného systému. Oboznamuje tak čitateľa s dôležitosťou kvality krytia pôžičiek. V závere práce opisujeme tvrdenie, že veľkosť krízy závisí od veľkosti neprimeranej úverovej expanzie. Dôsledkom je konštatovanie, že nestabilita ekonomiky závisí od podielu kolaterálu, ktorého kvalitu nepoznáme.

Môžeme predpokladať, že praktické potreby investorov, ekonómov a vládnych pred-

staviteľov podniktia príslušných odborníkov k formovaniu nových modelov na včasné predvídanie finančnej krízy. Nemenej dôležitou témou je aj opätovné naštartovanie krízovej ekonomiky, ktorému sa dnes venujú predstavitelia najsilnejších ekonomík sveta.

Zoznam použitej literatúry

- [1] Armstrong, J. S.: *Principles of forecasting*, University of Pennsylvania, Philadelphia, 2002
- [2] Arturo, M., Estrada, R.: *Alerting or Forecasting Economic Crisis*, SciTopis. (2009), dostupné na internete (13.04.2012):
http://www.scitopics.com/Alerting_or_Forecasting_Economic_Crisis.html
- [3] Balke, N.: *Modeling trends in macroeconomic time series*, Federal Reserve Bank of Dallas Economic Review, Washington, 1991
- [4] Balke, N.: *Time Series Analysis Forecasting and Control*, Federal Reserve Bank of Dallas Economic Review, Washington, 1991
- [5] Berg, A., Pattilo, C. : *The Challenges of Predicting economic crisis*, IMF Economic issues, Washington, 2000
- [6] Bragoli, D.: *Forecasting the Global Financial Crisis*, Università Cattolica, 2012, dostupné na internete (13.04.2012):
http://epp.eurostat.ec.europa.eu/portal/page/portal/euroindicators_conferences/6th_colloq_documents/Bragoli_final_paper.pdf
- [7] Carnot, N, Koen, V., Tissot ,B. : *Economic Forecasting*, Palgrave Macmillan, London, 2005
- [8] Clements, P. M., Hendry, D. F.: *Forecasting economic time series*, Cambridge University press, Cambridge, 1998
- [9] Dvořák, P.: *Veřejné finance, fiskální nerovnováha a finanční krize*, C. H. Beck, Praha, 2008
- [10] Gorton, G., Ordonez, G.: *Collateral Crises*, Yale University, 2012, dostupné na internete (11.01.2012): <http://www.econ.yale.edu/~go49/pdfs/CC.pdf>
- [11] Christoffersen, P. F.: *Dating the turning points of Nordic business cycles*, McGill University, Mimeo, 1990

- [12] Krugman, P.: *Návrat ekonomické krize*, Vyšehrad, Praha, 2009
- [13] McGee, M., Yaffee, R.: *Time Series Analysis and Forecasting*, Academic Press, Inc., New York, 2005
- [14] Mikkelsen, O. R., Tronstad P.: *Can leading indicators be used to predict the demand for sea borne dry bulk activity in the far east?*, Norwegian school of economics and business, Bergen, 2006, dostupné na internete (15.03.2012): http://brage.bibsys.no/nhh/bitstream/URN:NBN:no-bibsys_brage_22800/1/Tronstad%20and%20Mikkelsen%202006.pdf
- [15] Mishkin, F. S.: *Understanding Financial crises: A developing Country Perspective*, World Bank, Washington, 1996
- [16] Pelikán, E.: *Predikční metody*, Softecon, Praha, 2005
- [17] Samuelčík, O.: *Nové Metódy merania dynamiky verejného dlhu*, Central European Journal of Operational Research 9 (2001), 329-342, dostupné na internete (24.04.2012): <http://www.derivat.sk/files/fsn>
- [18] Sornette, D. Woodard, R.: *Financial Bubbles, Real Estate bubbles, Derivative Bubbles, and the Financial and Economic Crisis. APFA7 (Applications of Physics in Financial Analysis)*, 2009