

UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE
FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY
A INFORMATIKY



Kolektívne správanie sa mravcov, resp. úloha náhodnosti pri
vytváraní mravčích chodníčkov za potravou

2012

Miriam Malíčková

UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE
FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY
A INFORMATIKY

Kolektívne správanie sa mravcov, resp. úloha náhodnosti pri
vytváraní mravčích chodníčkov za potravou

Bakalárska práca

Študijný program:	Ekonomická a finančná matematika
Študijný odbor:	1114 Aplikovaná matematika
Školiace pracovisko:	Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky
Vedúci bakalárskej práce:	Mgr. Katarína Boďová, PhD.
Evidenčné číslo:	e6457b00-49f1-42de-8f56-94a038ac5cf1



Univerzita Komenského v Bratislave
Fakulta matematiky, fyziky a informatiky

ZADANIE ZÁVEREČNEJ PRÁCE

Meno a priezvisko študenta: Miriam Malíčková
Študijný program: ekonomická a finančná matematika (Jednoodborové štúdium, bakalársky I. st., denná forma)
Študijný odbor: 9.1.9. aplikovaná matematika
Typ záverečnej práce: bakalárska
Jazyk záverečnej práce: slovenský

Názov: Kolektívne správanie mravcov, resp. úloha náhodnosti pri vytváraní mravčích chodníčkov za potravou

Cieľ: Konštrukcia modelu a jeho numerické štúdium.

Literatúra: Watmough, J. a Edelstein-Keshet, L., Modelling the Formation of Trail Networks by Foraging Ants, 1995

Anotácia: Táto práca priamo súvisí s minuloročnou bakalárskou témou „Prečo chodí človek v kruhu?“. Cieľom je zostaviť a skúmať model náhodného pohybu mravcov, cítiacich chemickú stopu feromónov, vypúšťaných ostatnými kolegami. Problém bol v minulosti študovaný v uvedenej literatúre. Model by mal obsahovať vylepšené predpoklady na vyprchávanie feromónu.

Vedúci: Mgr. Katarína Boďová, PhD.

Dátum zadania: 16.10.2011

Dátum schválenia: 27.10.2011

doc. RNDr. Margaréta Halická, CSc.
garant študijného programu

.....
študent

.....
vedúci

Čestne prehlasujem, že som bakalársku prácu vypracovala samostatne s využitím svojich vedomostí a s použitím uvedenej literatúry.

.....

Miriám Malíčková

Pod'akovanie

Touto cestou by som sa chcela poďakovať vedúcej práce Mgr. Kataríne Boďovej, PhD. za jej veľmi ochotný prístup, cenné pripomienky a celkovú pomoc pri vypracovaní tejto bakalárskej práce.

Abstrakt

MALÍČKOVÁ, Miriam. 2012. *Kolektívne správanie sa mravcov, resp. úloha náhodnosti pri vytváraní mravčích chodníčkov za potravou*. [Bakalárska práca] Univerzita Komenského v Bratislave. Fakulta matematiky, fyziky a informatiky. Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky. Vedúci: Mgr. Katarína Boďová, PhD. Bratislava: UK, 2012, 46 s.

Mravce sú schopné vytvárať cestičky medzi mraveniskom a zdrojom potravy využívajúc rôzne typy feromónov na značenie cesty. Vytvorili sme matematický model založený na dvoch signalizačných feromónoch, v ktorom je pohyb mravcov tvorený dvoma hlavnými zložkami - náhodnou zmenou smeru, ktorá vylepšuje schopnosť vyhľadávania potravy a systematickou zložkou, ktorá je založená na koncentrácií feromónov, dôležitých pre komunikáciu. Numerické simulácie ukazujú dve fázy formovania feromónovej cestičky: počiatočné vyhľadávanie potravy a následné zlepšovanie cesty. Náhodnosť je nevyhnutná nielen pri hľadaní najkratšej cesty ale takisto pri simultánnom vyhľadávaní viacerých zdrojov potravy.

Kľúčové slová: mravce, feromóny, difúzia, náhodnosť.

Abstract

MALÍČKOVÁ, Miriam. 2012. *The role of randomness in the collective food finding behavior and trail formation in ant colonies*. [Bachelor Thesis] Comenius University in Bratislava. Faculty of mathematics, physics and informatics. Department of applied mathematics and statistics. Tutor: Mgr. Katarína Boďová, PhD. Bratislava: UK, 2012, 46 p.

Ants are able to form narrow paths between the nest and the food source using multiple pheromones to mark the trail. We designed a mathematical model based on a release of two different signalling pheromones where the motion of ants is governed by two main components - random direction change that improves food finding ability, and the systematic component, based on pheromone concentration, important for trail signalling. Numerical simulations show two phases of the trail formation: initial food search and trail refining. The randomness is crucial not only for finding the shortest trail but also for an ability of ants to simultaneously search for multiple food sources.

Key words: ants, pheromones, diffusion, randomness.

Obsah

Úvod	9
1 Teoretické východiská a existujúce modely	11
1.1 Biologická motivácia	11
1.2 Predpoklady existujúcich modelov	12
1.2.1 Priestor	13
1.2.2 Krok	14
1.2.3 Feromóny	15
2 Model	16
2.1 Pohyb mravcov	16
2.1.1 Stochastická zložka pohybu	16
2.1.2 Deterministická zložka pohybu	18
2.2 Difúzia feromónov	19
2.2.1 Inicializácia počiatočných podmienok	20
2.2.2 Riešenie rovnice v modeli	21
2.3 Numerické riešenie rovnice v modeli	22
3 Numerická simulácia	23
3.1 Pohyb mravcov	23
3.1.1 Stochastická zložka	23
3.1.2 Deterministická zložka	23
3.1.3 Výber smeru	24
3.2 Difúzia feromónov	26
3.3 Parametre modelu	27
4 Výsledky	29
4.1 Priebeh simulácie	29
4.2 Voľba parametrov	32
4.2.1 Neobmedzené depozitovanie feromónu	34
4.2.2 Znižovanie náhodnosti	35
4.2.3 Difúzne konštanty	36
4.3 Správanie modelu pri rôznych zdrojoch potravy	40
Záver	43
Literatúra	45

Úvod

Všetky prírodovedné disciplíny vychádzajú z jedného základu, a preto sa navzájom prelínajú. Matematika a programovanie sa posunuli veľmi ďaleko a dnes sa znova môžu vrátiť k ostatným vedám aj na miesta, kde sa v neďalekej minulosti ešte nepoužívali. Jedným z týchto prepojení je aplikácia matematiky v biológii. Význam tejto aplikácie môže byť prínosným pre oba smery, a dokonca aj pre smery zdanlivo na prvý pohľad nesúvisiace.

Niektoré procesy, algoritmy a spôsoby správania, ktoré človek využíva, vychádzajú z takzvaného biomimikry (napodobovanie biologických procesov) [1]. Dalo by sa povedať, že sama príroda už vymyslela ako veci fungujú a ľudia sa snažia tieto efektívne fungujúce systémy napodobniť ďalej a využiť ich princípy vo svoj propech. Dobrým príkladom je práve vytváranie mravčích cestičiek za potravou. Je odpozorované, že mravce vedia vytvoriť najkratšiu možnú cestičku v danom prostredí tak, aby efektívne nachádzali potravu a dostali sa späť do mraveniska. Na základe týchto poznatkov funguje napríklad celá rada programátorských algoritmov [14], [5].

Existuje viacero teórií toho, ako mravce medzi sebou komunikujú a akým spôsobom cestičky vytvárajú. Či už sa jedná o chemické procesy alebo náhodnosť pohybu rôzneho stupňa prispievajúce k zefektívňovaniu celého procesu. Tieto spôsoby sa líšia aj podľa druhov mravcov, pričom je možné, že efektívnejšie spôsoby sú výsledkom evolúcie. Z výskumov vyplýva, že v prípade čisto deterministického správania - nasledovania chemickej stopy feromónu - by v mravčích kolóniách nedochádzalo k efektívnemu hľadaniu potravy, ktoré je možné pozorovať v prírode. Okrem iného by oveľa častejšie dochádzalo k ignorovaniu lepších a výdatnejších zdrojov potravy a takisto by pravdepodobne dĺžka zvolenej cesty vedúcej za potravou nebola optimálna [4].

Na základe týchto pozorovaní sa môžeme domnievať, že správanie mravca nie je riadené iba deterministickým nasledovaním chemickej stopy, ktoré by nemuselo viesť k efektivite a optimalizácií, ktorú možno pozorovať v prírode. Z týchto dôvodov môžeme predpokladať, že v pohybe mravcov existuje istý stupeň náhodnosti, ktorý nemalou mierou prispieva k zefektívneniu celého systému pomocou pretrvávajúcej snahy mravcov skúmať nový terén. Zahrnutie vplyvu náhodnosti a skúmanie jej veľkosti je jeden z kľúčových atribútov, ktoré by mal model poskytnúť.

V súčasnosti sa možno stretnúť s viacerými algoritmickými a matematickými modelmi opisujúcimi správanie mravcov [7], [15], [16], avšak nemožno tvrdiť, že by existoval model, ktorý by bol dokonale realistický. Veľmi častým a nereálnym predpokladom existujúcich modelov je napríklad pohyb mravcov po mriežke a nie v spojitom priestore ako tomu v skutočnosti je. Tento predpoklad prináša veľkú chybovosť modelov, nakoľko je mriežkou obmedzený samotný pohyb a takisto zmena smeru pohybu mravca. Takýto predpoklad predurčuje smer výsledných chodníčkov, a teda takisto výstupy z týchto modelov sa vzdávajú realite nakoľko sú tiež obmedzené tvarom mriežky. Ďalším častým a dôležitým, zato ale nie veľmi dobre modelovaným, predpokladom je šírenie chemickej stopy feromónu do okolia, z miesta, kde bol deponovaný. V modeloch sa stretávame s prístupmi, ktoré tento fenomén buď úplne ignorujú [7] alebo ho modelujú len priveľmi zjednodušene [1].

Cieľom tejto bakalárskej práce je vytvorenie nového modelu, vychádzajúceho z už existujúcich modelov, avšak s vylepšenými predpokladmi. Model by mal byť založený na čo možno najviac realistických predpokladoch, ktoré je možné previesť do reči matematiky. Budeme predpokladať spojitý priestor, v ktorom bude dochádzať k difúzii feromónu. Modelovanie pohybu mravcov bude tvorené dvoma hlavnými zložkami – deterministickou, nasledujúcou stopu feromónu [3] a stochastickou. Modelovanie stochastickej zložky pohybu bude nadväzovať na minuloročnú bakalársku prácu [6] vychádzajúcu z experimentálnej štúdie [13]. Model by mal simulovať proces tvorby feromónovej cestičky medzi mraveniskom a zdrojom potravy, vďaka ktorej sa mravce vedú orientovať, tak ako je pozorované v prírode.

1 Teoretické východiská a existujúce modely

1.1 Biologická motivácia

Z biologického hľadiska je systém vyhľadávania potravy mravcami zaujímavým úkazom fungovania kolónií, ktorých primárnym cieľom nie je prežitie jednotlivca, ale čo najefektívnejšie prežitie kolónie. Prvým zaujímavým faktom je, že mravce nechodia za potravou samostatne, ale vytvárajú si dlhé cesty vedúce od mraveniska až k potrave, v ktorých nasledujú jeden druhého. Po tejto istej ceste sa nasýtené mravce vracajú aj späť do mraveniska.

Pozorovaniami sa zistilo, že bez ohľadu na prostredie sú mravce schopné optimalizovať na minimum vzdialenosť, ktorú je potrebné prejsť pri ceste za potravou, a to aj v prípade, že pôvodná cesta sa stane nepriechodná, a teda je potrebné nájsť cestu novú. Aj v tomto prípade sú mravce schopné pomerne rýchlo sa prispôbiť zmene podmienok [14].



Obr. 1: Fotografia cesty vytvorenej mravcami [17].

na hlave, teda v smere pohybu mravca. Druhý spôsob komunikácie možno pokladať za majoritný v rámci kolónie.

Spôsoby zanechávania a detekovania chemických stôp sa líšia podľa druhu mravcov. Nemožno vyšpecifikovať konkrétny spôsob tejto chemickej komunikácie, ktorý by bol všeobecne platný pre všetky druhy, keďže tento proces nie je zatiaľ dokonale pochopený a preskúmaný. Niektoré mravce zanechávajú iba jeden druh chemickej stopy, iné produkujú viacej typov, pričom tieto sa líšia napríklad podľa toho, či je mravec v

Z pohľadu biológie sa tieto schopnosti pripisujú komunikácii v rámci kolónie, ktorá stojí na jednej strane na fyziologických a na strane druhej na chemických procesoch. Za fyziologické procesy možno pokladať napríklad, keď si mravec "pamätá" kadiaľ prešiel a vníma okolie pomocou zraku. Chemické procesy sú založené na depozitovaní chemických látok, feromónov, a ich následnej detekcii. K detekcii dochádza vďaka tykadlám, ktoré sa nachádzajú vpredu

stave hľadania potravy, alebo v stave návratu do mraveniska. Takisto je možné, že u niektorých druhov mravcov sú jednotlivce schopné odlíšiť svoju vlastnú stopu od stopy ostatných, pomocou ktorej sú potom schopné nasledovať spätne cestu, po ktorej sa dostali preč z mraveniska. Niekedy sa stretávame aj s rôznou intenzitou depozitovania feromónu v rôznych častiach procesu tvorby cestičky.

Bežným predstaviteľom mravcov je mravec faraón (*lat. monomorium pharaonis*), ktorý sa vyskytuje takmer po celom svete. Predpokladá sa, že tento druh mravcov využíva na komunikáciu tri typy feromónov - dva, ktoré značia informáciu, kde sa nachádza jedlo alebo potrava, čím sú pre mravce atraktívne a tieto ich nasledujú. Tretí typ feromónu slúži na značenie slepých cestičiek a pôsobí na mravce v kolónii odpuďujúco. Tieto feromóny majú rôzne kvalitatívne vlastnosti, ako napríklad rýchlosť difúzie a doba detekovateľnosti, ktoré navzájom spolu súvisia [10].

Ako možno vytušiť, jednoduché nasledovanie chemickej stopy nebude jediným spôsobom ako mravce nachádzajú potravu a vytvárajú optimálne cestičky. Je potrebné, aby existoval ešte ďalší mechanizmus, ktorý zabezpečí, že tento proces bude čo najefektívnejší. Veľmi pravdepodobná alternatíva je, že mravce istým spôsobom vybočujú z presného sledovania stopy, čím sa otvárajú možnosti na preskúmanie zatiaľ neznámeho terénu a takisto objavenie efektívnejšej cesty, či výdatnejšieho zdroja potravy. Toto vybočenie možno chápať ako istú chybovosť oproti subjektívnemu smeru, ktorým sa chce jedinec vydať, ktorú možno sledovať aj u ľudí [6], [13].

V tomto prípade možno teda hovoriť aj o istom stupni náhodnosti, ktorý sa takisto môže líšiť podľa druhu mravcov a je determinovaný spôsobmi, ktoré kolónia pri vytváraní chodníčkov využíva. Efektívnosť stupňa náhodnosti sa takisto môže líšiť v závislosti od prostredia, v ktorom kolónia prežíva (množstvo, výdatnosť a vzdialenosť zdrojov potravy od mraveniska determinujú aký spôsob vyhľadávania je efektívnejší). Keďže však jednotlivci nevedia v akom prostredí sa nachádzajú, možno spôsob zahŕňajúci mieru náhodnosti, ktorý kolónia daného druhu volí, pokladať za výsledok evolúcie, ktorá viedla k čo najvyššej efektívnosti v danom prostredí [4].

1.2 Predpoklady existujúcich modelov

Ako možno vidieť, problematika vytvárania mravčích chodníčkov je zaujímavá z biologického hľadiska, avšak vďaka tomu, že cez mravce môžeme sledovať fungovanie komplexného systému, v ktorom možno v reči matematiky hovoriť o istom druhu

optimalizácie a nachádzaní riešenia problému, získava táto problematika nový rozmer. Cieľom záujmu je zistiť, akým spôsobom k tomuto riešeniu dochádza a čo sú vstupné predpoklady, na základe ktorých celý systém funguje.

Pokiaľ sme si zvolili matematickú cestu riešenia problému, je potrebné si formulovať predpoklady, ktoré by mal model sledujúci správanie mravcov spĺňať. Tieto predpoklady by mali byť na jednej strane relevantné pri sledovaní daného javu a takisto by mali byť v čo najrealistickejšej podobe (takej, ako je sledovaná príroda) premeniteľné do matematického vyjadrenia.

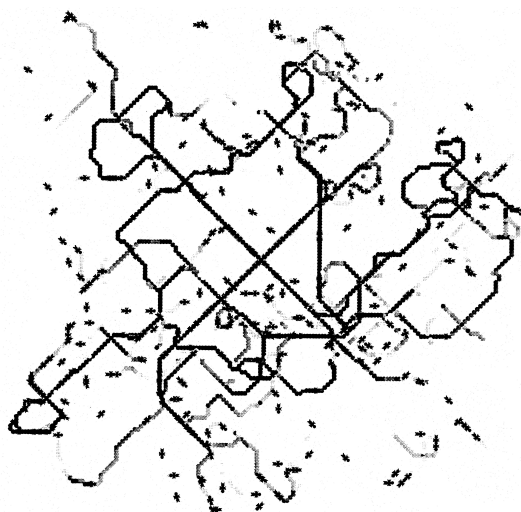
Stanovanie takýchto predpokladov je kľúčové pre vytvorenie modelu, keďže tento bude ďalej z nich vychádzať a podľa nich sa správať. Pri štúdiu už existujúcich modelov sa stretávame s rôznymi prístupmi a rôznymi formuláciami predpokladov modelov. Tieto predpoklady v istej miere vychádzajú z reality a v istej miere realitu zanedbávajú. Dôležitým faktorom ovplyvňujúcim kvalitu modelu je rozhodnutie, ktoré predpoklady potrebujeme modelovať čo najpresnejšie a najviac priblížené realite, a ktoré naopak, nie sú pre náš cieľ prioritné, a preto ich môžeme modelovať zjednodušene.

1.2.1 Priestor

Veľmi častým zjednodušujúcim predpokladom, s ktorým sa stretáme v prácach, je pohybovanie sa mravcov v priestore, ktorý predstavuje:

- štvorcová mriežka [7],
- mriežka iného tvaru [16],
- inak preddefinovaný súbor možných trajektórií [15].

Sumárne sa v týchto prístupoch jedná o vopred skonštruovanú sieť, kde sa mravce v uzloch rozhodujú, ktorým smerom pôjdu ďalej. Takýto predpoklad má niekoľko nevýhod - prvou z nich je očividne značná nerealistickosť oproti podmienkam v prírode a druhá vyplýva zo samotnej podstaty takéhoto predpokladu - možné trajektórie sú istým spôsobom vopred preddefinované, a teda nemôžu odrážať princípy ich skutočného formovania sa. Takisto výsledný tvar trajektórií je v značnej miere ovplyvnený týmto predpokladom. Z týchto dôvodov budeme pre náš model voliť spojitý priestor, ktorý by mal lepšie odrážať podmienky, v akých sa mravce bežne nachádzajú.



Obr. 2: Ukážka výsledných trajektórií mravcov pri simulácií ich pohybu na preddefinovanej mriežke [16].

1.2.2 Krok

Pokiaľ sa zaoberáme chôdzou človeka vieme prirodzene celkom presne definovať, aký úkon považujeme za jeden krok, a teda môžeme pohyb rozdeliť na menšie sekvencie a modelovať celkové trajektórie na základe týchto sekvencií. V prípade mravcov, ktoré majú 6 nôh nie je však definícia jedného kroku taká samozrejmá. V modeloch, ktoré vychádzajú z pohybu po mriežke je možné jeden krok určiť ako presun z jedného bodu mriežky do ďalšieho. Všeobecne pri pokuse o zadefinovanie jedného kroku ide o presun mravca z jedného bodu do ďalšieho bodu.

Pri definovaní kroku a jeho dĺžky by sme mali zobrať do úvahy parametre ako veľkosť mravca, rýchlosť jeho pohybu a podobne. Takisto môžeme uvažovať iné vlastnosti pohybu mravca, ktoré nám pomôžu určiť krok tak, aby sme boli schopní ho matematicky modelovať a pri tom sa čo najmenej vzdialili od reality. Z tohto hľadiska je zaujímavá dizertačná práca od Mesude Bicak [1], z ktorej uvedených dát ďalej vychádzame. V našom modeli budeme považovať za jeden krok prejdenie vzdialenosti zodpovedajúcej 2 krát dĺžke tela mravca. Dôvody pre túto voľbu sú podrobnejšie rozobrané v kapitole 2.1.1.

1.2.3 Feromóny

Zanechávanie chemických stôp tvorí významnú súčasť komunikácie v rámci mravčej kolónie. Keďže sa pokúšame o model tvorby cestičky medzi mraveniskom a potravou, táto komunikácia je pre náš model esenciálna. V existujúcich modeloch takisto často využívajú feromónové stopy, avšak len málokedy sa im venuje dostatočná pozornosť, najmä čo sa týka ich difúzie do okolia, ktorá sa veľmi často zanedbáva úplne alebo modeluje len veľmi zjednodušene [1], [7], [15].

Naším cieľom je čo najreálnejšie modelovať chemickú stopu, ktorá sa šíri do okolia. Mravce sú na základe svojich fyziologických daností následne schopné sa riadiť podľa koncentrácie feromónu v prostredí, v ktorom sa nachádzajú. Princíp šírenia sa feromónu v priestore vychádzajúci z rovnice vedenia tepla, podobný tomu, aký použijeme v modeli, možno vidieť aj v práci Couzina a Franksa [3].

Častým problémom nerealistickosti modelov je aj prílišná deterministickosť vychádzajúca z absolútneho riadenia pohybu mravca na základe veľkosti koncentrácie feromónu. Ďalším vyskytujúcim sa problémom nereflektujúcim skutočnosť je takisto neúspešnosť modelovaných mravcov pri návrate do mraveniska, a teda tvorba cesty je často sledovaná len schopnosťou mravcov nájsť potravu. V našom modeli sa pokúsime tieto nedostatky eliminovať.

2 Model

2.1 Pohyb mravcov

Spôsob, akým budeme pristupovať k modelovaniu pohybu mravcov je kľúčový pre výsledky, ktoré chceme dosiahnuť. Na začiatku nás zaujíma pohyb jedného mravca, ktorý neinteraguje so zvyškom kolónie a pohybuje sa samostatne. Po vytvorení takejto základnej stavebnej jednotky budeme môcť pokračovať s modelovaním celej kolónie a pozorovať jej správanie vyplývajúce zo správania sa jednotlivcov a ich vzájomnej interakcie formou nasledovania feromónu vypúšťaného ostatnými mravcami.

Na samotný pohyb jednotlivých mravcov sa môžeme pozeráť dvojakým spôsobom. Na jednej strane ide o spôsob pohybu mravca, ktorý nereflektuje vonkajšie vplyvy a pohybuje sa rovno svojim vytýčeným smerom. Na druhej strane máme mravca, ktorý prijíma podnety okolia a riadi sa koncentráciou feromónu, ktorá by ho mala viesť k potrave alebo naspäť do mraveniska. Spojením oboch týchto pohľadov vzniká celkový pohyb mravcov.

Na základe týchto poznatkov môžeme predpokladať dve základné zložky pohybu mravca, ktoré prebiehajú súčasne. Ide o stochastickú zložku, vyplývajúcu z nepresnosti a šumu sprevádzajúcich subjektívne priamočiary pohyb a ďalej o deterministickú zložku, ktorá vyplýva z vôle nasledovania chemickej stopy a udržania smeru.

2.1.1 Stochastická zložka pohybu

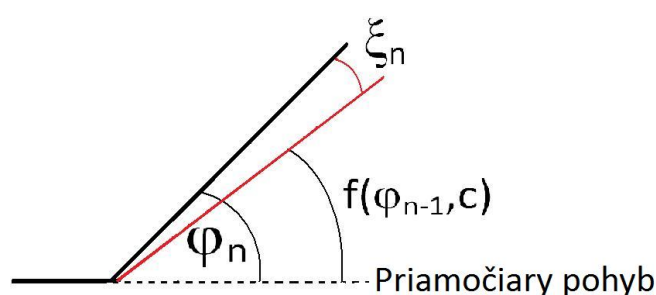
Pre začiatok predpokladáme, že mravec sa na základe informácií z tykadiel o koncentrácií feromónu rozhoduje, ktorým smerom sa chce pohybovať, ďalej budeme tento smer nazývať subjektívnym smerom pohybu. Nadväzujúc na práce zaoberajúce sa subjektívnym priamočiarým pohybom ľudí [6], [13] môžeme predpokladať, že výchyľky oproti tomuto subjektívnemu smeru sú aj u mravcov spôsobené šumom rôzneho charakteru (nepresnosť orientácie, chôdze...). Náhodnosť pohybu mravca chceme modelovať čo najvierohodnejšie, vychádzajúc z dát meraní obsiahnutých v dizertačnej práci [1].

Prvou zložkou určujúcou smer, ktorým sa mravec v každom kroku pohne, je subjektívny smer, ktorým sa chce pohnúť. Mravec si tento smer vyberá v závislosti od smeru, z ktorého prišiel a podľa detekovanej koncentrácie feromónu, ktorá by ho mala viesť k cieľu nájdenia potravy alebo mraveniska. Tento subjektívny smer je upravený o náhodnú zložku ξ reprezentujúcu výchyľku oproti subjektívnemu smeru vznikajúcu

v dôsledku šumu. V každom kroku mravca môžeme teda sledovať odchýlku φ od smeru v predchádzajúcom kroku. Daný koncept možno vyjadriť rovnicou

$$\varphi_n = f(\varphi_{n-1}, c(x, y)) + \sigma\xi_n, \quad \xi \sim N(0, 1). \quad (1)$$

Kde $f(\varphi_n, c(x, y))$ je funkcia určujúca subjektívny smer pohybu mravca, $c(x, y)$ je funkcia koncentrácie a konštanta σ predstavuje silu náhodnej zložky ξ na základe údajov z meraní [1]. V tomto prípade pôjde o korekciu $\sigma\xi_n \sim N(0, \sigma)$. Týmto máme určenú odchýlku φ pre každý krok.

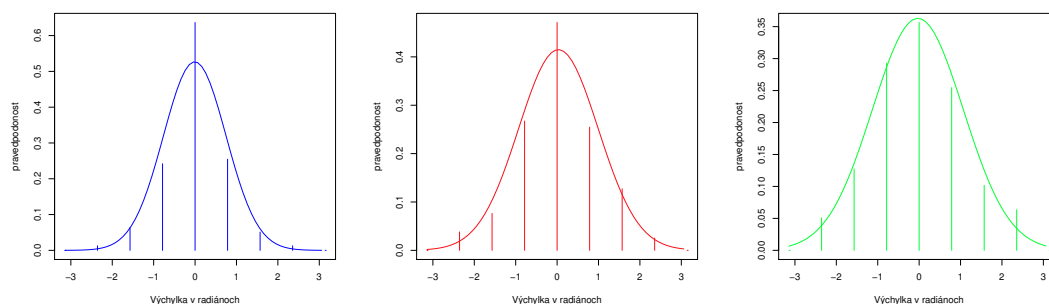


Obr. 3: Jednotlivé zložky odchýlky φ v n -tom kroku.

Na modelovanie stochastickej zložky pohybu sme zvolili jeden z jednoduchších konceptov spomedzi tých, ktoré navrhla bakalárska práca zaoberajúca sa náhodnými výchylkami v chôdzi človeka [6]. Dôvodom sú dáta, ktoré máme dostupné z meraní, a ktoré naznačujú, že pokiaľ je koncentrácia $c(x, y) = 0$ v okolí mravca, tak potom subjektívny smer $f(\varphi_n, c) = 0$, čo znamená, že môžeme predpokladať, že pohyb pozostáva len zo subjektívne priamočiareho pohybu v každom kroku ovplyvneného o normálne rozdelenú výchylku ξ .

Pre voľbu vhodnej konštanty σ a takisto odvodenie ostatných parametrov modelu sme použili aproximáciu dostupných dát [1] reprezentujúcich odchýlky mravca, ktorý nehľadá potravu, oproti rovnému smeru normálnym rozdelením s rovnakou disperziou a strednou hodnotou ako majú dáta.

Aproximáciu možno vidieť na Obr.4., pričom prvý graf popisuje vychýlky oproti pôvodnému smeru, keď sa za časový interval medzi jednotlivými meraniami pri konštantnej rýchlosti mravca bral čas potrebný na prejdienie vzdialenosti predstavujúcej $1/7$ dĺžky tela mravca. Druhý obrázok vznikol z meraní, ktoré uvažovali ako jeden krok celú dĺžku mravca a posledný obrázok vychádza z dĺžky rovnej dvojnásobku dĺžky tela



Obr. 4: Aproximácia reálnych dát z práce [1], predstavujúcich odchýlky $\varphi_n - \varphi_{n-1}$ oproti rovnému smeru, pomocou normálneho rozdelenia. Ide o pohyb jedného mravca v prostredí bez chemických stôp feromónov, preto podľa modelu (1): $\varphi_n - \varphi_{n-1} = \sigma\xi_n$ pre $c(x, y) = 0$.

mravca. Ako možno vidieť s rastúcim odstupom meraní možno pozorovať, že normálne rozdelenie stále lepšie aproximuje odchýlky. Z tohto dôvodu si pre náš model zvolíme σ a ostatné parametre tak, aby zodpovedali dátam z posledného obrázka. Za jeden krok budeme teda považovať prejdeie vzdialenosti zodpovedajúcej dvojnásobku dĺžky tela mravca.

2.1.2 Deterministická zložka pohybu

Druhou zložkou pohybu mravca je deterministická zložka, ktorá určuje smer, ktorým sa mravec chce pohybovať, v našom prípade v rovnici (1) ide o člen $f(\varphi_n, c)$. Pohybujúce sa mravce majú dva základné stavy - buď odišli z mraveniska s cieľom nájdenia potravy alebo ide o mravce, ktoré sa snažia vrátiť naspäť od zdroja potravy do mraveniska. Hlavným faktorom určujúcim deterministický smer je chemická feromónová komunikácia medzi mravcami. Rôzne typy feromónov slúžia na odovzdávanie rôznych informácií, avšak okrem informačnej hodnoty, ktorú nesú, sa líšia aj dobou vyprchania ako aj celkovou rýchlosťou difúzie [10].

Mravec má schopnosť rozoznávať druh a koncentráciu feromónou pomocou tykadiel umiestnených na hlave. Anatómia mravca, ktorú využívame v modeli (postavenie tykadiel vzhľadom na telo a smer pohybu mravca) je popísaná v článku Couzina a Franksa [3]. Podrobnejšie vysvetlenie zapracovania deterministickej zložky v modeli sa nachádza v kapitole 3.1.2.

2.2 Difúzia feromónov

Dôležitým faktorom, ktorý chceme v modeli zahrnúť, je nestálosť zanechanej chemickej stopy, ktorá v čase prechádza procesom difúzie, a teda na jednej strane stráca na svojej jednoznačnosti avšak na strane druhej je registrovateľná v širšom okolí trajektórie mravca.

Vychádzame z predpokladu, že mravce, ktoré zanechávajú za sebou chemickú stopu feromónov sa pohybujú v nekonečnom spojitom priestore, ktorý budeme modelovať ako rovinu \mathbb{R}^2 . V tejto rovine dochádza k neustálemu depozitovaniu feromónov mravcami, ktoré sa pohybujú po priestore a hľadajú potravu alebo cestu späť do mraveniska. Každé miesto v tomto priestore možno reprezentovať ako bod, teda usporiadanou dvojicou (x, y) . Keďže predpokladáme, že feromón sa ďalej šíri do okolia, čím sa zvyšuje jeho koncentrácia v rôznych bodoch priestoru, budeme pri modelovaní koncentrácie feromónu v priestore vychádzať z parciálnej diferenciálnej rovnice difúzie [9]

$$\frac{\partial c}{\partial t} = k \left(\frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} \right), \quad (2)$$

kde $c(t, x, y)$ je rovnica difúzie, popisujúca koncentráciu feromónu v čase t v bode (x, y) a k je konštanta difúzie feromónu odhadnutá z meraní. Vstupným parametrom pre rovnicu je počiatočná podmienka koncentrácie feromónu v čase t_0 v bode (x_0, y_0) , teda

$$c(t_0, x, y | t_0, x_0, y_0) = c^0(x, y). \quad (3)$$

V našom uvažovanom prípade je potrebné špecifikovať okrajové podmienky pre celý nekonečný spojitý priestor \mathbb{R}^2 , volíme ich v tvare

$$\lim_{x, y \rightarrow \pm\infty} c(t, x, y) = 0.$$

Výstupom rovnice difúzie je riešenie $c(t, x, y)$ spĺňajúce okrajové podmienky a počiatočnú podmienku $c(t_0, x, y | t_0, x_0, y_0) = c^0(x, y)$ a vyjadrujúcu koncentráciu feromónu v každom bode (x, y) a v počiatočnom čase t_0 . Všeobecne možno toto riešenie popisujúce koncentráciu v celom priestore, v každom čase t , pri daných vstupoch, vyjadriť v tvare

$$c(t, x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} c^0(x_0, y_0) \frac{1}{4\pi kt} \exp \left[-\frac{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}{4k\pi} \right] dx_0 dy_0. \quad (4)$$

Výhodnou vlastnosťou rovnice difúzie je jej linearita, ktorú využijeme ďalej v modeli. Uvažujme, že máme dve rôzne vstupné podmienky $\tilde{c}^0(x, y)$ so známym riešením

$\tilde{c}(t, x, y)$ a $\bar{c}^0(x, y)$ so známym riešením $\bar{c}(t, x, y)$. Položme

$$c^0(x, y) = a\tilde{c}^0(x, y) + b\bar{c}^0(x, y) \Rightarrow \frac{\partial c}{\partial t} = a\frac{\partial \tilde{c}}{\partial t} + b\frac{\partial \bar{c}}{\partial t}.$$

Ďalej využijeme, že poznáme riešenie pre $\tilde{c}(t, x, y)$ a pre $\bar{c}(t, x, y)$, ktoré spĺňa rovnicu difúzie (2), a teda dostávame

$$\frac{\partial c}{\partial t} = ak \left(\frac{\partial^2 \tilde{c}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \tilde{c}}{\partial y^2} \right) + bk \left(\frac{\partial^2 \bar{c}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{c}}{\partial y^2} \right) = k \left(\frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} \right).$$

Spätným dosadením sme získali opäť rovnicu difúzie (2) pre $c(t, x, y)$, čím sme ukázali linearitu riešenia tejto rovnice, ktorú ďalej použijeme pri hľadaní riešenia v prípade viacerých počiatočných podmienok.

V modeli mravce deponujú nové zdroje feromónov v každom čase t_i v prislúchajúcich bodoch (x_i, y_i) , pričom v tom istom čase t_i môže dôjsť k deponovaniu na viacerých miestach. Môžeme teda povedať, že priebežne stále pribúda nová masa feromónu, ktorú vieme modelovať ako nové počiatočné podmienky problému difúzie $c^0(x, y) = c(t_i, x, y|t_i, x_i, y_i)$, pre ktoré vieme nájsť riešenie $c_i(t, x, y|t_i, x_i, y_i)$.

Na základe linearit riešenia parciálnej diferenciálnej rovnice difúzie (2), môžeme vyriešiť rovnicu samostatne pre všetky $c^0(t_i, x, y|t_i, x_i, y_i)$, a potom môžeme povedať, že pre čas $T \geq t_N \geq t_{N-1} \geq \dots \geq t_1$, pokiaľ predpokladáme, že k deponovaniu feromónu došlo N -krát, bude výsledným riešením rovnica

$$c(T, x, y) = \sum_{i=1}^N c(T, x, y|t_i, x_i, y_i), \quad (5)$$

teda súčet všetkých N partikulárnych riešení, pričom pre každú počiatočnú podmienku máme práve jedno riešenie. Toto výsledné riešenie vyjadruje koncentráciu feromónu v každom bode (x, y) v čase T berúc do úvahy všetok deponovaný feromón.

S rastúcim časom a pribúdajúcim feromónom, teda aj s ďalšími novými počiatočnými podmienkami, môžeme znova využiť vlastnosť linearit a vyriešiť rovnicu difúzie pre nové podmienky, pričom pre výsledné riešenie nám stačí toto nové riešenie pripočítať k už existujúcemu, čím popíšeme koncentráciu feromónu v celom priestore.

2.2.1 Inicializácia počiatočných podmienok

V každom čase t_i , keď mravec deponuje jednotku feromónu na miesto (x_i, y_i) vzniká nový problém typu (2) s počiatočnou podmienkou $c^0(t_i, x, y|t_i, x_i, y_i)$. Z tohto hľadiska potrebujeme počiatočnú podmienku ako funkciu, ktorá bude nenulová v danom bode

(x_i, y_i) (zároveň vyjadrujúca množstvo deponovaného feromónu) a nulová vo všetkých ostatných bodoch. Vhodnou funkciou na tieto účely je Diracova δ funkcia, ktorá je v $\mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definovaná ako [12]

$$\delta(x - a) = \begin{cases} \infty, & x = a \\ 0, & x \neq a \end{cases}; \quad \int_{\mathbb{R}^2} \delta(x) dx = 1; \quad x, a \in \mathbb{R}^2 \quad (6)$$

V ďalších výpočtoch je pre náš prípad dôležitou vlastnosťou takto definovanej δ funkcie výpočet integrálu v súčine δ funkcie a nejakej inej funkcie $f(x)$. Vieme, že platí

$$\int_{\mathbb{R}^2} f(x) \delta(x - a) dx = f(a) \quad (7)$$

Pomocou takto definovanej δ funkcie môžeme modelovať deponovanie určitého množstva feromónu m do bodu (x_i, y_i) ako počiatočnú podmienku v tvare

$$c^0(t_i, x, y | t_i, x_i, y_i) = m \delta(x - a), \quad (8)$$

kde teraz x a a sú vektory, pričom $a = (x_i, y_i)$. Týmto spôsobom sme zabezpečili, že množstvo feromónu m je v danom čase t_i práve na mieste (x_i, y_i) . Modelovanie jeho ďalšieho šírenia pomocou difúzie uskutočníme pomocou riešenia problému (2) pre túto počiatočnú podmienku.

2.2.2 Riešenie rovnice v modeli

Naším hlavným cieľom je nájsť výsledného riešenia $c(T, x, y)$ rovnice difúzie vyjadrujúceho koncentráciu v čase T pre všetky body (x, y) v celom priestore, pričom zahrňame všetok feromón deponovaný do času T . V prístupe pomocou sumovania jednotlivých riešení pre každú počiatočnú podmienku samostatne (5) predpokladáme, že tieto partikulárne riešenia pre počiatočné podmienky $c^0(t_i, x, y | t_i, x_i, y_i)$ poznáme.

Vieme, že všeobecným riešením parciálnej diferenciálnej rovnice pre difúziu je (4). Po dosadení jednej počiatočnej podmienky $c^0(t_i, x, y | t_i, x_i, y_i) = m \delta(x - a)$, zintegrování s využitím vlastnosti δ funkcie (7) dostávame, že riešením rovnice pre jednu danú počiatočnú podmienku je funkcia

$$c(T, x, y | t_i, x_i, y_i) = \frac{m}{4k\pi(T - t_i)} \exp \left[-\frac{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2}{4k\pi} \right]. \quad (9)$$

Vďaka linearite vieme, že celkovým riešením zahrňajúcim všetok deponovaný feromón bude súčet exponenciál

$$c(T, x, y) = \frac{m}{4k\pi} \sum_{i=1}^N \frac{1}{(T - t_i)} \exp \left[-\frac{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2}{4k\pi} \right], \quad (10)$$

čím máme pre čas T určenú koncentráciu feromónu v každom bode (x, y) .

2.3 Numerické riešenie rovnice v modeli

Ako bolo uvedené v predošlých odstavcoch parciálna diferenciálna rovnica difúzie (2) má exaktné riešenie (10) pre každý bod (x, y) priestoru, ktoré vieme vyjadriť aj pre našu počiatočnú podmienku vo forme δ funkcie. Avšak v modeli budeme potrebovať sledovať celkové pole koncentrácie a nie len koncentráciu v jednom bode, pričom potrebujeme zachytávať takisto zmeny v tomto poli v čase, čím vzniká vysoká výpočtová náročnosť. Z tohto dôvodu použijeme v numerickej simulácii aj aproximačné riešenie rovnice difúzie pomocou metódy konečných diferencíí, ktoré nám umožní zefektívniť algoritmus vykresľovania poľa koncentrácie feromónov v čase. Rovnicu vedenia tepla riešime teda zároveň pomocou (10) pri rozhodovaní o smere pohybu mravca a pomocou metódy konečných diferencíí pri vykresľovaní poľa.

Metóda konečných diferencíí vychádza z diskretizácie rovnice (2) podľa [11],

$$\frac{C_{x_k, y_k}^{t+\Delta t} - C_{x_k, y_k}^t}{\Delta t} = \left[\frac{C_{x_k - \Delta x, y_k}^t + C_{x_k + \Delta x, y_k}^t - 2C_{x_k, y_k}^t}{(\Delta x)^2} + \frac{C_{x_k, y_k - \Delta y}^t + C_{x_k, y_k + \Delta y}^t - 2C_{x_k, y_k}^t}{(\Delta y)^2} \right] \quad (11)$$

kde $C_{x_k, y_k}^t \approx c(t, x_k, y_k)$, teda ide o približné riešenie rovnice pre mrežový bod (x_k, y_k) v čase t . Δx a Δy predstavujú vzdialenosti medzi dvoma susednými bodmi na diskretnej mriežke pokrývajúcej a aproximujúcej celý priestor, čiže $x_{k\pm 1} = x_k \pm \Delta x$ a $y_{k\pm 1} = y_k \pm \Delta y$. Ak zvolíme mriežku tak, aby vzdialenosti medzi bodmi boli v smere x aj v smere y rovnaké, môžeme označiť $\Delta x = \Delta y = h$. Celú diskretnú rovnicu môžeme potom upraviť do tvaru, v ktorom získavame riešenie pre bod (x_k, y_k) v čase $t + \Delta t$,

$$C_{x_k, y_k}^{t+\Delta t} = C_{x_k, y_k}^t + \frac{\Delta t}{h^2} (C_{x_k - h, y_k}^t + C_{x_k + h, y_k}^t + C_{x_k, y_k - h}^t + C_{x_k, y_k + h}^t - 4C_{x_k, y_k}^t). \quad (12)$$

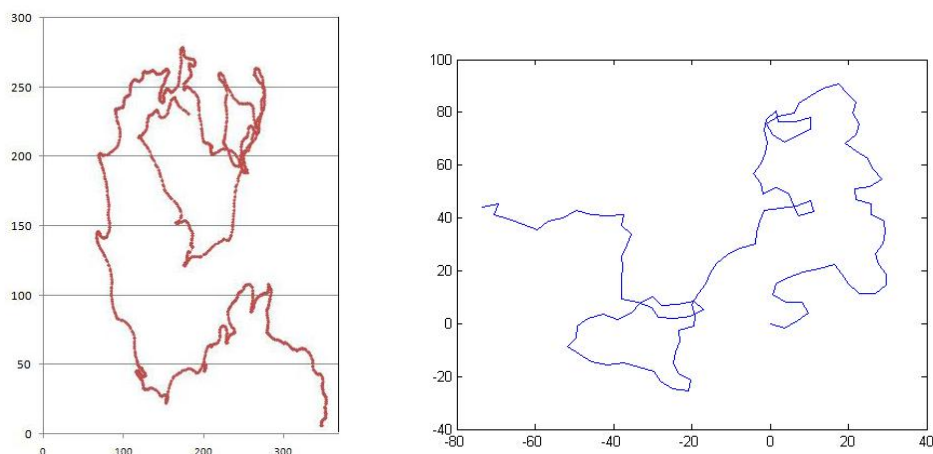
Dôležitým faktorom ovplyvňujúcim dobré fungovanie tejto metódy je nízka hodnota člena $\frac{\Delta t}{h^2}$, pričom táto hodnota musí byť určite $< \frac{1}{4}$, keďže hodnoty C_{x_k, y_k}^t nemôžu byť záporné, čo by pri $\frac{\Delta t}{h^2} \geq \frac{1}{4}$ mohlo nastať, napríklad v prípade, že by všetky členy rovnice boli nulové okrem posledného.

3 Numerická simulácia

3.1 Pohyb mravcov

3.1.1 Stochastická zložka

Základným stavebným kameňom modelu simulujúceho správanie kolónie mravcov je jeden mravec. Na začiatku sme vytvorili mravca, ktorého samostatný pohyb, bez interakcie s okolím alebo sledovania nejakého iného cieľa, by mal zodpovedať správaniu reálneho mravca v rovnakých podmienkach. Ako referenčný obrázok možno použiť graf zachytávajúci trajektóriu reálneho mravca z dizertačnej práce [1].



Obr. 5: Odpozorovaná trajektória reálneho mravca podľa [1] (vľavo); výstup z programu reprezentujúci trajektóriu jedného mravca za rovnaký časový úsek (vpravo), mierka [mm]

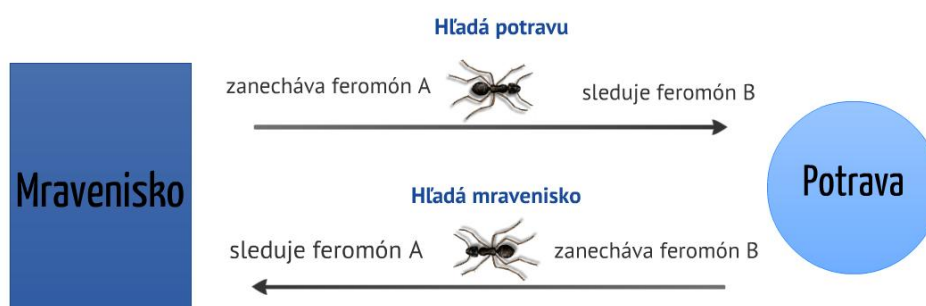
Smer, v ktorom sa mravec pohne v každom kroku je určený subjektívnym smerom, čiže $f(\varphi_{n-1}, c) = 0$, ktorý je upravený o normálnu náhodnú zložku $\sigma\xi_n$. Keďže parameter σ je nastavený vychádzajúc z dát dizertačnej práce (Obr.4), dĺžka jedného kroku je dvojnásobná dĺžka tela mravca, nakoľko tieto dáta boli najlepšie aproximovateľné normálnym rozdelením náhodnej uhlovej výchylky ξ .

3.1.2 Deterministická zložka

Pohybujúci sa mravec buď hľadá potravu alebo sa snaží vrátiť do mraveniska. Obidva tieto ciele môžu byť dosiahnuté na základe chemickej komunikácie v kolónii, zanechá-

vaním feromónovej informácie mravcami, ktoré vedia, kde sa nachádza potrava alebo mravenisko.

Pre tento účel budeme uvažovať dva typy feromónov, ktoré mravce vedia odlišiť. Prvý typ (typ *A*) signalizuje cestu k mravenisku, pričom druhý typ (typ *B*) navádza na cestu k potrave. Mravec hľadajúci potravu sa snaží detekovať feromón, ktorý by ho mal k nej zaviesť, na druhej strane zanecháva za sebou stopu druhého feromónu, ktorého úlohou je zabezpečiť vyznačenie cesty od mraveniska. U vracajúceho sa mravca je proces presne opačný - detekuje feromón vedúci k mravenisku a zanecháva stopu vedúcu k potrave. Samostatný mravec sa teda pri svojom pohybe riadi feromónmi, ktoré by ho mali pr viesť k cieľu a v tom istom čase zanecháva aj informáciu, ktorá by mohla pomôcť v orientácii zvyšku kolónie.



Obr. 6: Dva základné stavy mravca

3.1.3 Výber smeru

Dĺžka jedného kroku mravca je jednoznačne určená dĺžkou jeho tela, pre simuláciu trajektórie mravca pohybujúceho sa v spojitom priestore s rôznou koncentráciou feromónu je potrebné už len určiť algoritmus výberu smeru v každom kroku. Spôsob akým si mravec vyberá smer nasledujúceho kroku vychádza z rovnice (1).

Prítomnosť náhodnej zložky v každom kroku je zabezpečená členom $\sigma\xi_n$. Deterministická zložka určujúca subjektívny smer závisí od toho, v ktorom stave sa mravec nachádza. Podľa toho, či hľadá mravenisko alebo potravu, sleduje koncentráciu daného feromónu.

V každom kroku si svoj subjektívny smer volí na základe detekovanej koncentrácie na obidvoch tykadlách. Tento smer $f(\varphi_n, c)$ je funkciou smeru, z ktorého mravec prišiel



Obr. 7: Mravec v každom kroku vyhodnocuje tri koncentrácie feromónov - koncentráciu v priamom smere c_0 , koncentráciu v smere pravého tykadla $c_{-\frac{\pi}{8}}$ a koncentráciu v smere ľavého tykadla $c_{\frac{\pi}{8}}$.

a detekovanej koncentrácie hľadaného feromónu. Pre určenie subjektívneho smeru v ďalšom kroku mravec vyhodnocuje rozdiely v koncentrácií feromónu na tykadlách v porovnaní s koncentráciou v priamočiariom pohybe.

Väčšia z absolútnych hodnôt rozdielov koncentrácií medzi tykadlom a koncentráciou v priamom smere prenášobená koeficientom významnosti α určuje minimálnu hladinu rozdielu koncentrácie medzi ľavým a pravým tykadlom potrebnú na to, aby mravec vybočil zo subjektívne priamočiareho pohybu v smere tykadla, ktorým zachytil vyššiu koncentráciu hľadaného feromónu. Tento koncept je možné vyjadriť vzťahom

$$\alpha < \frac{|c_{\frac{\pi}{8}} - c_{-\frac{\pi}{8}}|}{\max\{|c_{\frac{\pi}{8}} - c_0|, |c_{-\frac{\pi}{8}} - c_0|\}}. \quad (13)$$

Pokiaľ tento vzťah platí, tak mravec volí zmenu smeru podľa tykadla, v ktorom sa nadobudla vyššia koncentrácia hľadaného feromónu.

Celkový pohyb mravca je teda tvorený deterministickou a stochastickou zložkou, pričom obe sú prítomné v každom čase u každého mravca naraz. Čím je však silnejšia stopa nasledovaného feromónu, tým sa znižuje podiel stochastickej zložky ξ a zvyšuje sa podiel deterministickej zložky pohybu $f(\varphi_n, c)$ na celkovom smere pohybu mravca. Tento trend odzrkadľuje predpoklad, že pri silnej koncentrácií feromónu je cesta medzi potravou a mraveniskom určená jasnejšie a spoľahlivejšie, čiže tendencia mravca vybočovať z jej nasledovania by mala byť nižšia.

Znižovanie vplyvu náhodnosti je zabezpečené pomocou mutiplikátora κ , ktorý dynamicky znižuje veľkosť náhodných výchylek oproti subjektívnemu smeru v závislosti od hodnoty detekovanej koncentrácie. Predpokladáme, že existuje istá spodná hranica koncentrácie c_{min} , ktorá je prekročená len v oblastiach vysokej koncentrácie, v ktorých

nasledovanie stopy feromónu vedie mravca správnym smerom. Koncept znižovania náhodnej zložky pohybu je do základnej rovnice voľby smeru (1) zavedený nasledovným spôsobom:

$$\varphi_n = f(\varphi_{n-1}, c(x, y)) + \kappa \sigma \xi_n, \quad \kappa = \min\left\{1, \frac{c_{min}}{\max\{c_0, c_{\frac{\pi}{8}}, c_{-\frac{\pi}{8}}\}}\right\}. \quad (14)$$

Uvedené znižovanie vplyvu náhodnej zložky je výraznejšie u tých mravcov, ktoré nasledujú feromónovú cestičku, ostatné mravce naďalej prevažne prehľadávajú prostredie a snažia sa zachytiť feromónový signál.

3.2 Difúzia feromónov

Ako bolo už viac krát spomenuté, v modeli uvažujeme dva typy feromónu. Tieto feromóny sa líšia vo viacerých charakteristikách. Na jednej strane ide o informáciu, ktorú nesú (značenie cesty k potrave alebo k mravenisku). Na strane druhej sa líšia aj kvalitatívnymi vlastnosťami ako je rýchlosť difúzie danej látky a doba vyprchávania, čiže schopnosti mravca zachytiť stopy tejto látky po určitej dobe od jej depozitovania.

Mravce v závislosti od stavu, v ktorom sa nachádzajú, depozitujú isté množstvo m daného feromónu. Toto depozitovanie je však obmedzené iba na určitú dobu, resp. určitý počet krokov, od kedy mravec opustí hniezdo alebo sa vydá na cestu spätného hľadania mraveniska po nájdení potravy. Toto obmedzenie má dve hlavné opodstatnenia.

Prvým vysvetlením je, že mravec, ktorý je neúspešne už pridlho mimo mraveniska v podstate nevie, kde sa mravenisko nachádza a zanechávanie feromónu signalizujúceho cestu k mravenisku by pôsobilo iba máľúco. Takéhoto mravca môžeme pokladať za strateného. Mravec má šancu sa vrátiť pokiaľ objaví chemickú stopu od ostatných mravcov.

Druhé vysvetlenie vychádza z biologicko-chemickej podstaty feromónu - množstvo chemickej látky, ktorú vie jedinec zanechať je obmedzené, mravec nemôže neobmedzene produkovať chemickú stopu bez toho aby si doplnil látky potrebné na jej produkciu.

Na základe určenia uvedených parametrov pre oba feromóny a pomocou riešenia rovnice difúzie (2) so zahrnutím každého depozitovania ako počiatocnej podmienky v danom čase vieme vypočítať koncentráciu oboch feromónov v ľubovoľnom čase a v ľubovoľnom bode priestoru. Určovanie týchto koncentrácií je potrebné pri určovaní subjektívneho smeru, ktorý jednotlivé mravce v každom kroku volia. Takisto nás však

zaujíma aj celkové pole koncentrácie feromónu v priestore, kde sa mravce pohybujú a vývoj tohto poľa. Výpočet poľa koncentrácie si vyžaduje výpočet koncentrácie vo veľa bodoch priestoru, čím vzniká vysoká výpočtová zložitosť, nakoľko pre každý bod pre čas T musíme zahrnúť všetky depozitovania feromónu v časoch $t < T$. Z tohto dôvodu sme pre sledovanie poľa koncentrácie zvolili približný výpočet koncentrácií v jednotlivých bodoch pomocou diskretizácie riešenia rovnice difúzie (12).

3.3 Parametre modelu

V predchádzajúcich odstavcoch bolo spomenutých viacero parametrov a konštánt, ktoré ovplyvňujú správanie modelu. Nasledujúce tabuľky ponúkajú prehľad všetkých týchto dôležitých parametrov spolu s jednotkami a ich krátkym popisom.

Tabuľka 1: Konštanty používané v modeli a ich bežné reálne hodnoty. Podľa [1], [8].

NÁZOV	HODNOTA	POPIS
l	$2 - 15 \text{ mm}$	dĺžka tela mravca
v	$5 - 13 \text{ mm/s}$	rýchlosť mravca
k	$\pm 1 \text{ mm}^2/\text{s}$	difúzna konštanta mravčích feromónov
m_{min}	0.01 ng	minimálna detekovateľná hladina feromónu

Tabuľka 2: Dôležité parametre použité v modeli.

NÁZOV	JEDNOTKA	POPIS
Mravce:		
M		počet mravcov, ktoré na začiatku vychádzajú z mraveniska
$Mmax$		maximálny počet mravcov v systéme
t_m	s	časový interval pridávania mravcov do systému
l	mm	dĺžka tela mravca
v	mm/s	rýchlosť mravca
Feromóny:		
kA	mm^2/s	difúzna konštanta feromónu A
kB	mm^2/s	difúzna konštanta feromónu B
δ_A	s	doba vyprchania feromónu A
δ_B	s	doba vyprchania feromónu B
m	g	množstvo feromónu na jedno deponovanie
H	$kroky$	doba vypúšťania feromónu mravcom
Pohyb:		
σ		štandardná odchýlka normálneho rozdelenia náhodných odchýliek
α		hladina významnosti rozdielu koncentrácií medzi tykadlami
c_{min}	g/mm^2	parameter určujúci minimálnu hodnotu koncentrácie detekovaného feromónu pri ktorej vplyv náhodnosti na pohyb začína klesať
β		žiadaná konštantná hodnota multiplikátora pri numerickej výpočte koncentrácie

4 Výsledky

4.1 Priebeh simulácie

Vo zvolenom modeli sledujeme proces tvorby feromónovej cestičky. Na začiatku vychádzajú mravce z mraveniska náhodným smerom do priestoru bez počiatočnej koncentrácie feromónu. Zanechávajú stopu feromónu A , ktorý im v neskoršom procese napomáha sa vrátiť späť do mraveniska. Mravce prehľadávajú okolie mraveniska bez nasledovania stopy feromónu, keďže tento sa zatiaľ v systéme nenachádza, pričom ich pohyb vykazuje známky náhodnosti, tak ako bolo uvedené v predošlých kapitolách.

Keď mravec nájde potravu začne vypúšťať feromón B , čím signalizuje ostatným mravcom miesto, kde sa potravu nachádza a sám sa snaží vrátiť späť do mraveniska detekovaním feromónu A a jeho nasledovaním. Po úspešnom návrate mravca do mraveniska sa proces znova opakuje s tým rozdielom, že v priestore sa už nachádza isté množstvo oboch feromónov, podľa ktorých sa mravec môže ďalej riadiť, v čom spočíva deterministická zložka jeho pohybu.

Proces, ktorý môžeme v modeli sledovať má štyri hlavné fázy:

- prehľadávanie terénu
- nachádzanie zdroja potravy
- nachádzanie spätnej cesty do mraveniska
- tvorba a vylepšovanie feromónovej cestičky medzi zdrojom potravy a mraveniskom

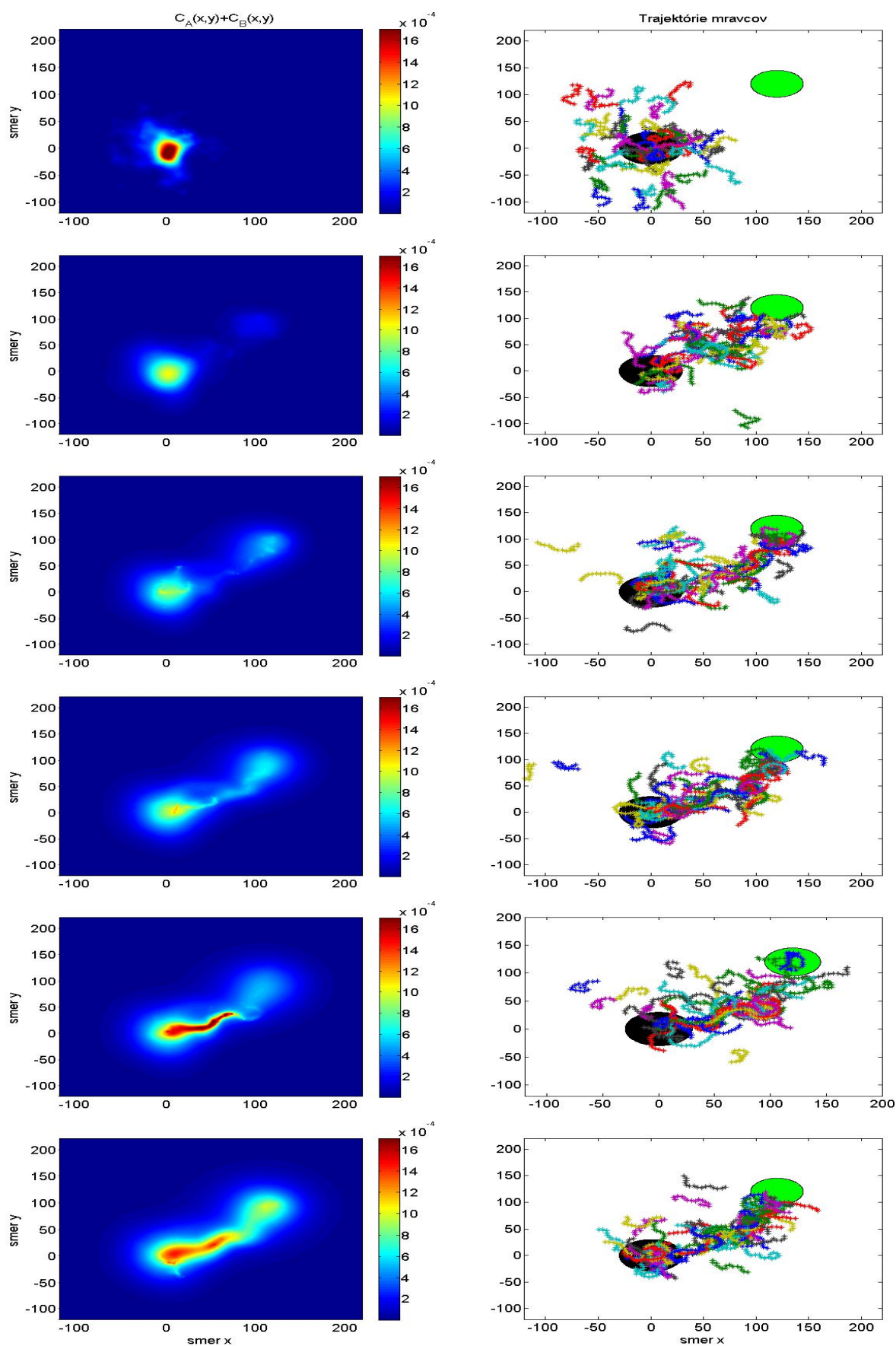
V prvej fáze všetky mravce vychádzajú z mraveniska náhodným smerom a prehľadávajú okolité prostredie. Druhá fáza začína akonáhle prvý mravec nájde potravu a svojimi chemoatraktantmi privedie k potrave ďalšie mravce. Množstvo mravcov, ktorým sa podarí nájsť potravu akonáhle je cesta k nej nanznačená prvým mravcom a takisto aj rýchlosť vzhľadom na čas prejdený od prvého nálezu potravy, sa líši podľa voľby parametrov difúzie a vzdialenosti potravy od mraveniska. V ďalšej fáze sa úspešné mravce vrátia späť do mraveniska. Ďalej už priebeha v modeli proces, v ktorom mravce v rôznej miere (ktorá závisí od zvolených parametrov) nasledujú, poprípade zlepšujú vytvorenú feromónovú cestičku, presúvajúc sa medzi mraveniskom a zdrojom potravy.

V počiatočoch formovania cestičky môžeme zväčša sledovať bimodalitu - väčšina mravcov nachádza jedlo alebo väčšina mravcov nachádza späť mravenisko - čiže mravce

sa pohybujú väčšinou jedným smerom. Avšak pri dlhšom čase behu simulácie, napr. 1200 krokov, čo predstavuje 10minút formovania cestičky, sa táto bimodalita stráca a mravce sa pohybujú po vytvorenej feromónovej trase, nie však už vo vlnách ako tomu bolo v prvotnom procese tvorby cesty.

Priebeh jednej takejto simulácie je zobrazený na Obr.8. Na ľavej strane vidíme postupný vývoj poľa koncentrácie feromónov, pričom na jednom obrázku zaznamenávame oba feromóny súčasne. Pre správnu interpretáciu je potrebné si uvedomiť, že stopa feromónu A je silná najmä v oblasti mraveniska a smerom k potrave jej intenzita klesá. Feromón B naopak vytvára gausián s centrom v okolí zdroja potravy a smerom k mravenisku jeho pôsobenie klesá. Miesta v strede medzi mraveniskom a potravou môžu teda pôsobiť silne koncentrované, ide však o miesta prieniku polí pôsobenia feromónov, a teda o súčet koncentrácií oboch feromónov. Na pravej strane obrázku môžeme sledovať prislúchajúce trajektórie mravcov k uvedeným poliam koncentrácií tak, že u každého mravca zaznamenávame posledných 15 krokov. Obrázky sú zoradené chronologicky, pričom postupne ide o stavy, keď mravce prešli 50, 200, 350, 450, 500 a 600 krokov. Mierka obrázkov je v milimetroch. Čierna elipsa predstavuje miesto, kde sa nachádza mravenisko, zelená elipsa reprezentuje potravu. Konštanty difúzie boli nastavené ako $k_A=1 \text{ mm}^2/\text{s}$, $k_B=5 \text{ mm}^2/\text{s}$. Na začiatku vychádzalo z mraveniska 50 mravcov a ich celkový počet v systéme sa postupne zvýšil na 100.

Môžeme vidieť, že na začiatku je feromón koncentrovaný iba v okolí mraveniska, pričom tento signál časom slabne, avšak nemizne úplne, šíri sa ďalej do okolia. S nájdením potravy začína vznikať feromónové pole v okolí potravy, pričom toto pole sa pomaly prepája s poľom feromónu pri mravenisku, čím vzniká koncentrovanejšia cesta spájajúca tieto dve miesta. Mravce v značnej miere túto cestu kopírujú, ako si môžeme všimnúť napríklad na piatom obrázku zhora. Tento obrázok je zaujímavý aj badateľným vzrastom koncentrácie v porovnaní s predchádzajúcimi obrázkami. Pri sledovaní tejto simulácie v čase vieme však nájsť odôvodnenie pre tento nárast - v čase medzi 450.-500. krokom sa väčší počet mravcov navrátil do mraveniska, a preto po následnom sledovaní rovnakej stopy feromónu vedúceho k potrave zanechali značné množstvo feromónu precizujúceho cestičku, ktorý sa ešte nestihol rozptýliť, a preto sa na obrázku objavil taký jasný.



Obr. 8: Vývoj simulácie 5 minút tvorby cesty medzi mraveniskom a potravou. Grafy trajektórií ukazujú posledných 15 krokov mravcov v systéme. Časy jednotlivých obrázkov: 50, 200, 350, 450, 500, 600 krokov. 1 krok zodpovedá 0.5 sekundám pohybu.

4.2 Voľba parametrov

V navrhnutom modeli sa vyskytuje viacero parametrov, ktoré ovplyvňujú jeho správanie. Dôležitým a citlivým je nastavenie týchto parametrov, ktoré by jednak malo čo najviac vychádzať z reality a na druhej strane by malo zabezpečiť funkčnosť modelu.

Tabuľka 3: Zvolené parametre uvedenej simulácie

NÁZOV	HODNOTA	NÁZOV	HODNOTA
<i>poloha mraveniska</i>	(0,0)	<i>poloha potravy</i>	(120,120)
Mravce:			
<i>M počet mravcov</i>	50	<i>Mmax</i>	100
<i>l dĺžka mravca</i>	2.1	<i>v rýchlosť</i>	8.4
<i>t_m</i>	5		
Feromóny:			
<i>k_A</i>	1	<i>δ_A</i>	200
<i>k_B</i>	5	<i>δ_B</i>	100
<i>m</i>	0.01	<i>H</i>	40
Pohyb:			
<i>σ</i>	1.0991	<i>α</i>	0.1
<i>c_{min}</i>	0.0001	<i>β</i>	0.1

Hodnoty parametrov použitých v simulácií na Obr. 8 sumarizuje Tabuľka 3. Niektoré uvedené parametre považujeme za konštanty, a preto sa nepokúšame zisťovať vplyv ich zmeny na model a pri všetkých simuláciách ich ponechávame rovnaké. Pri daných polohách mraveniska a potravy je vzdialenosť týchto približne 17 cm, čiže uvažujeme zmenšený model oproti realite. Z tohto dôvodu nevádi, že aj kolónia mravcov je menšia (iba 100 mravcov v modeli) oproti reálnym kolóniam.

Dĺžka tela mravca *l* a takisto rýchlosť *v* sú určené vychádzajúc z pozorovaní dizertačnej práce [1], nemeníme ich hodnotu, nakoľko nemajú značný vplyv na skúmaný problém, v prípade ich zmeny by došlo iba k preškálovaniu modelu. Údaj *t_m* určuje časový interval po prejdení ktorého sa od začiatku simulácie pridáva do systému k množstvu mravcov *M* ďalší jeden mravec vychádzajúci z mraveniska, až kým celkový počet mravcov v systéme nedosiahne *Mmax*.

Kvalitatívne parametre feromónov: difúzne konštanty k_A a k_B značne ovplyvňujú správanie modelu a ich nastavenie je kľúčové. Podľa literatúry sa reálne hodnoty konštant difúzie mravčích feromónov pohybujú okolo $1\text{mm}^2/\text{s}$ [8]. Množstvo depositovaného feromónu m sa nemení.

Parametre δ_A a δ_B hovoria o tom, ako dlho zostáva depositovaný feromón v systéme, čiže po koľkých sekundách už na depositovanie zabúdame a považujeme ho za bezvýznamné vzhľadom na difúziu a hodnoty koncentrácií v systéme. Tento parameter má aj biologickú interpretáciu - v literatúre sa dozvedáme, že rôzne feromóny majú rôznu dobu trvácnosti - niektoré cestičky miznú po 5 minútach a iné sú mravce schopné nanovo nasledovať aj po 24 hodinách v závislosti od typu feromónu, ktorý bol na nich použitý [10]. Naše simulácie predstavujú kratšie časové úseky a parameter bol zavedený najmä z dôvodu zjednodušenia výpočtovej náročnosti v dlhých simuláciach pri veľkom počte počiatočných podmienok pre rovnicu difúzie (2). Ukázalo sa však, že jeho zavedenie značne neovplyvňuje výsledky, pokiaľ volíme hodnotu tohto parametra dostatočne veľkú a teda zabúdanie starších počiatočných podmienok neskresľuje vo veľkej miere nami dosiahnuté výsledky.

Parameter H vyjadruje, ako dlho je mravec schopný depositovať feromón po odchode z mraveniska alebo po odchode od potravy. Táto schopnosť nie je neobmedzená, nakoľko mravec na jednej strane potrebuje získavať látky, z ktorých feromón tvorí a na strane druhej neoznačuje cestu, pokiaľ je sám stratený. Z týchto dôvodov vzniklo ohraničenie zhora na dobu depositovania feromónu.

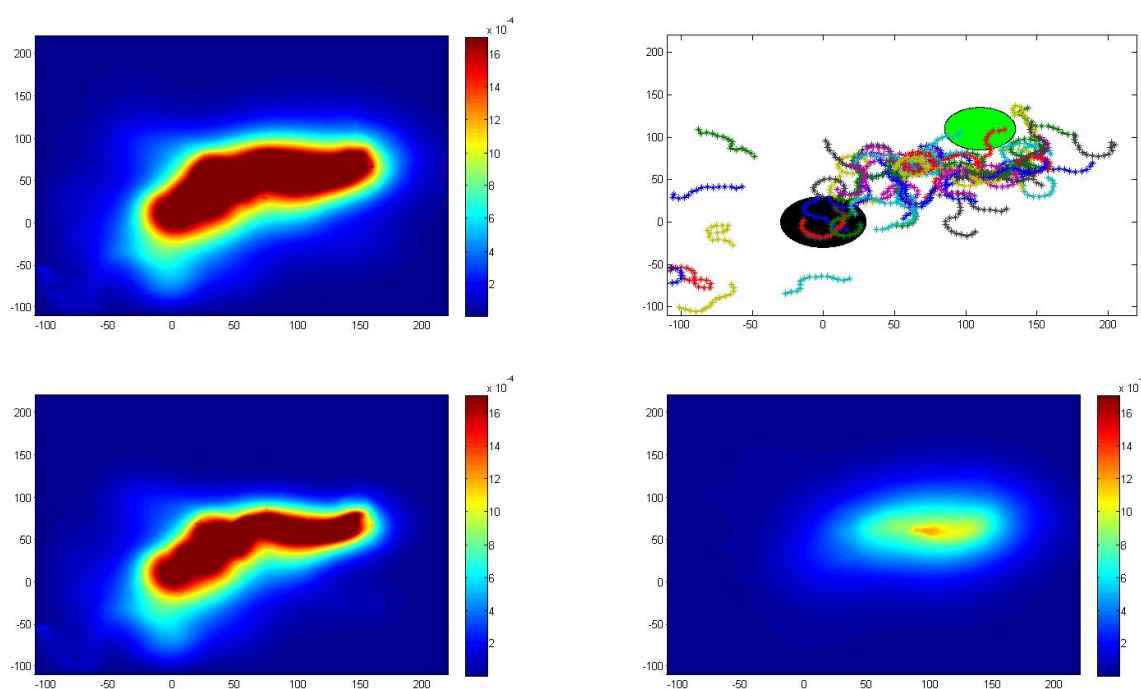
V rámci pohybu mravca nás zaujímajú najmä dva parametre - σ a minimálna koncentrácia c_{min} . Disperzia σ náhodnej uhlovej výchylky je vypočítaná z reálnych dát, ktoré boli najlepšie aproximovateľné normálnym rozdelením (Obr.4), túto hodnotu používame pri výpočte náhodnej zložky pohybu. Minimálna koncentrácia c_{min} určuje minimálnu hodnotu detekovaného feromónu, ktorú možno považovať za dostatočne signifikantnú na to, aby mravec znížil náhodnosť pohybu a riadil sa primárnejšie systematickou zložkou. Táto hodnota sa odvíja od nastavenia kvalitatívnych vlastností feromónov.

Parameter α určuje senzitivitu mravca na rozdiely v koncentráciách pri výbere smeru. Numerický multiplikátor β zabezpečuje čo najlepšie priblíženie výsledkov výpočtov pomocou numerického riešenia podľa koncentrácie feromónov podľa (12) k výsledkom vypočítaným pomocou exaktného riešenia (5). Tieto hodnoty ponechávame pre všetky simulácie rovnaké, nakoľko sa ukázalo, že sú postačujúce pre výpočet hodnôt relevant-

nej reprezentácie reálneho poľa feromónov v systéme.

4.2.1 Neobmedzené deponovanie feromónu

Ako bolo už viackrát spomenuté, horné obmedzenie času pokiaľ mravec signalizuje polohu mraveniska alebo polohu potravy zanechávaním príslušného feromónu má biologické opodstatnenie. Avšak tento parameter má aj dôležitú úlohu vrámci fungovania algoritmu. V prvej časti prehľadávania prostredia a v druhej časti nachádzania potravy nevidíme zmenu správania systému, či už parameter zahrňame alebo nie.



Obr. 9: Spoločné pole koncentrácie feromónov (vľavo hore) a vzniknuté trajektórie (vpravo hore) pri vynechaní predpokladu, že mravce po istom čase prestávajú deponovať feromón. Polia koncentrácií jednotlivých feromónov: feromón A (vľavo dole), feromón B (vpravo dole). Simulácia predstavuje 600 krokov, čo zodpovedá 5 minútam.

Problém však nastáva, akonáhle dôjde k stretu dvoch mravcov, z ktorých jeden hľadá potravu a teda nasleduje feromón B a druhý už hľadá mravenisko detekovaním feromónu A. Tieto dva mravce neustále bez obmedzenia vypúšťajú chemickú látku, čím príťahujú druhého mravca, ktorý cíti silnú koncentráciu práve deponovaného feromónu. Týmto vzniká medzi dvoma mravcami interakcia, v ktorej sa medzi sebou nasledujú a ani jeden z nich nie je schopný sa dostať k pôvodnému cieľu - tieto mravce sú stratené

vo vzájomnom cykle.

Výstupy zo simulácie so zahrnutým predpokladom, že mravce depozitujú feromón nepretržite možno vidieť na Obr.9. Obrázky sú v rovnakej mierke ako Obr.8. a takisto predstavujú stav po simulovaných 5 minútach (čo predstavuje 600 krokov jedného mravca).

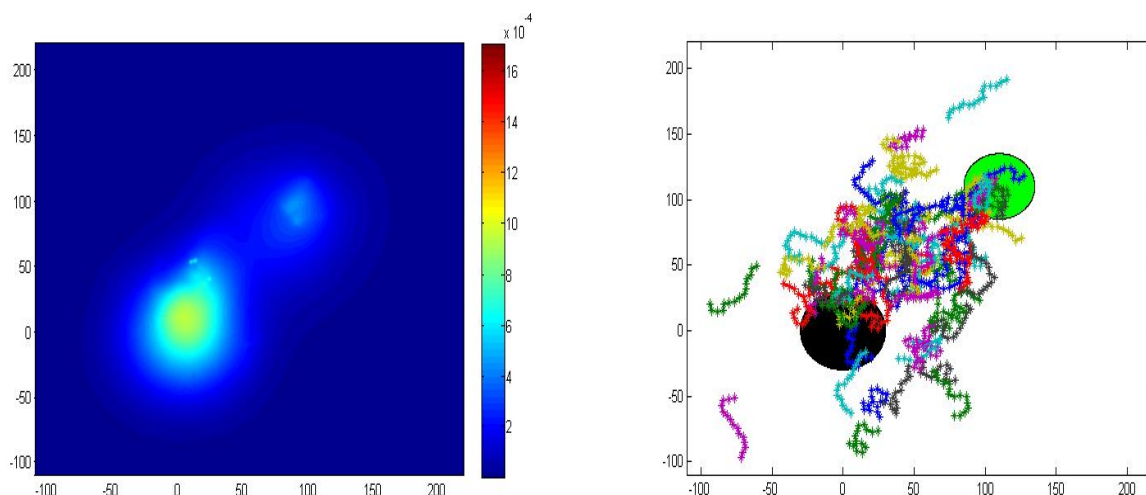
Vzniknuté pole koncentrácie je veľmi silné avšak ani zďaleko nepripomína úzku cestičku. Možno skôr hovoriť o oblasti veľkej koncentrácie feromónu medzi mraveniskom a zdrojom potravy, v ktorej sú aj samotné mravce stratené. Stratenosť mravcov je demonštrovaná aj tvarom trajektórií, ktoré sú pomerne často cyklické.

Takisto vidíme aj viacej stratených mravcov, ktoré sú mimo poľa koncentrácie feromónov. V tomto prípade ide o mravce, ktoré od začiatku nenašli potravu a nevedia sa k nej dostať aj z dôvodu slabého signálu feromónu B. Aj napriek tomu, že veľkej časti mravcov sa podarilo prvotne nájsť potravu, celková úspešnosť mravcov pri tejto simulácii bola veľmi nízka a len niekoľko jedincov sa dokázalo po nájdení potravy vrátiť aj späť do mraveniska. Problémom je takisto aj absencia systematickej tvorby cesty, ktorú by mal náš model sledovať.

4.2.2 Znižovanie náhodnosti

Hlavným princípom pohybu mravca je neustála prítomnosť dvoch zložiek - náhodnej a systematickej. Systematická časť pohybu sa riadi poľom koncentrácie feromónov. Veľkosť náhodnej zložky sa v tejto simulácii nemení, vychádza z pravdepodobnostného rozdelenia výchýliek mravca pohybujúceho sa bez deterministických podnetov.

Rozumným predpokladom je, že pri vysokej a jasnej koncentrácii feromónu, keď mravec takmer presne vie, ktorým smerom sa má vydať, znižuje sa vplyv náhodnej zložky pohybu. Táto nikdy nezmizne úplne, nakoľko ani silná koncentrácia feromónu neodstraňuje všetok šum spôsobovaný aj inými faktormi ako je neistota správneho smeru, ktorý je takisto dôvodom náhodnosti pri pohybe.



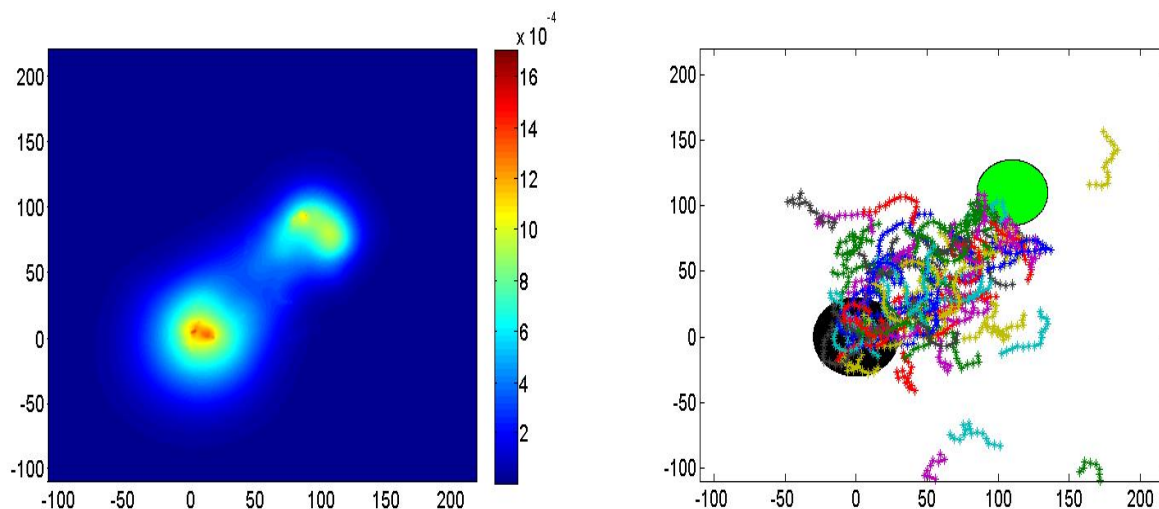
Obr. 10: Spoločné pole koncentrácie feromónov a vzniknuté trajektórie bez predpokladu znižovania náhodnosti pohybu pri sledovaní vysokej koncentrácie feromónu. Simulácia predstavuje 600 krokov, čo zodpovedá 5 minútam.

Najväčším problémom pri zanedbaní tohto predpokladu je, že v systéme sa nevytvára úzka feromónová cestička, po ktorej vedľa mravce prechádzať medzi mraveniskom a potravou. Mravce sú síce schopné relatívne úspešne nachádzať potravu aj mravenisko, ale ich trajektórie sú príliš roztrúsené aj pri dlhších simuláciách, čo nezodpovedá realite. Kvôli zachovávaniu rovnakej miery náhodnosti nedochádza k optimalizácií, zjednocovaniu a zužovaniu cestičky. Takisto koncentrácia poľa feromónov je nižšia, keďže mravce prechádzajú po širšom území akoby tomu bolo v prípade jednotnej cesty. Feromóny sú viac rozptýlené po priestore a tým pádom nevzniká jasná stopa. Pokiaľ by sme uvažovali väčšiu vzdialenosť potravy a mraveniska efektivita celého systému by bola pomerne nízka, nakoľko pole koncentrácie feromónov by bolo veľmi široké. Je pravdepodobné, že v procese zužovania cestičky hrá znižovanie náhodnosti podstatnú rolu.

4.2.3 Difúzne konštanty

Správne nastavenie difúzných konštánt je zásadným predpokladom pre správne fungovanie modelu. Najjednoduchší prístup voľby difúzných konštánt je $k_A = k_B = 1$. Takto zvolené parametre predpokladajú rovnakú rýchlosť difúzie pri oboch feromónoch. Tento predpoklad však nie je v súlade s biologickými a chemickými pozorovaniami, prisudzujúcimi rôzne kvalitatívne vlastnosti rôznym feromónom a takisto neprináša vysokú efektivitu. Ako je možné vidieť na Obr.11, síce sa vytvára prepojenie medzi

oboma feromónmi, avšak nevidno optimalizáciu a zefektívňovanie trajektórie.



Obr. 11: Spoločné pole koncentrácie feromónov a vzniknuté trajektórie, pri nastavení difúzyčných konštánt: $k_A = k_B = 1$. Simulácia predstavuje 600 krokov, čo zodpovedá 5 minútam.

Ako rozumná kombinácia sa javí nastavenie použité vo všetkých doteraz spomenutých simuláciách - $k_A = 1 \text{ mm}^2/\text{s}$ a $k_B = 5 \text{ mm}^2/\text{s}$. Toto nastavenie je jednak rozumné z biologicko-chemického hľadiska - hodnotovo by sa naozaj malo podobať reálnym difúzyčným konštántám mravčích feromónov a na druhej strane na základe simulácií sa ukazuje, že vzťah

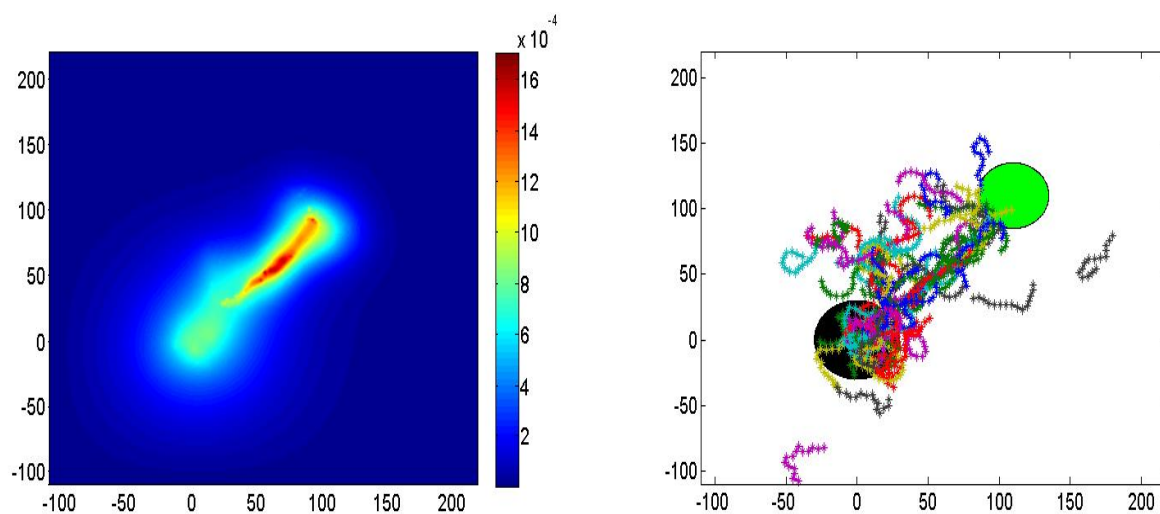
$$k_A < k_B$$

zabezpečuje lepšie fungovanie algoritmu.

Vysvetlením prečo by tento vzťah mohol naozaj platiť by mohlo byť, že na začiatku, a v podstate počas celého procesu, sa mravce nachádzajú v mravenisku, a teda je možné aby chemická feromónová stopa bola jasnejšia a koncentrovanejšia v jeho okolí, nakoľko mravenisko zostáva po celý čas na svojom mieste a všetky mravce (minimálne na začiatku) naozaj vedia, kde sa nachádza, preto je možné použiť exaktnejšiu signalizáciu. Takisto, keď sa pozrieme na celý proces tvorby cestičky, tak vieme povedať, že najdlhšou fázou v každom prípade je hľadanie zdroja potravy, ktoré je možné popísať ako náhodnú prechádzku. Z tohto dôvodu sa aj pri nízkej hodnote konštanty difúzie k_A stihne za tento čas vytvoriť dostatočne silný a dostatočne ďaleko siahajúci gradient koncentrácie feromónu A . Pokiaľ však mravec nájde potravu, tak je potrebné, aby čo najskôr

k nej priviedol čo najviac ďalších mravcov, ktoré sú roztratené na rôznych miestach priestoru, avšak pravdepodobne nie príliš ďaleko, tak aby väčšina bola stále schopná zachytiť stopu a napomôcť tak k vytvoreniu jasného signálu vedúceho k potrave celú kolóniu. Z tohto dôvodu by malo byť šírenie feromónu B do okolia rýchlejšie.

Na Obr. 12 môžeme vidieť ako vyzerá správanie modelu pri zachovaní všetkých parametrov avšak pri nastavení $kA > kB$. Možno si všimnúť, že vyššia koncentrácia feromónu je teraz v okolí potravy a nie v okolí mraveniska. Takisto je možné na trajektóriách sledovať určité formovanie cestičky.



Obr. 12: Spoločné pole koncentrácie feromónov a vzniknuté trajektórie, pri nastavení difúzných konštánt: $kA=5$, $kB=1$. Simulácia predstavuje 600 krokov, čo zodpovedá 5 minútam.

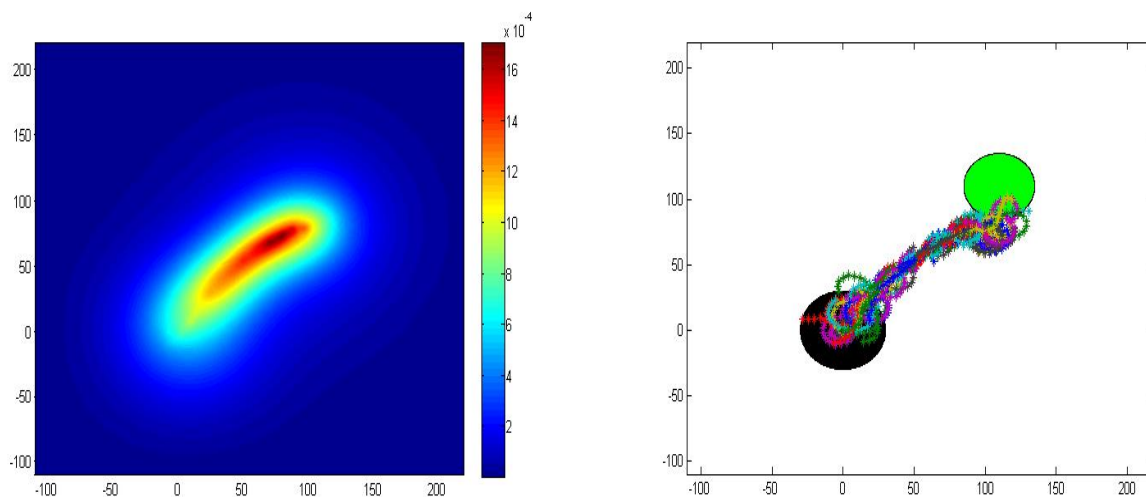
Fungovanie nášho algoritmu aj pri vymenených difúzných konštantách vyplýva z toho, že už po vytvorení cesty medzi mraveniskom a zdrojom potravy sú procesy hľadania mraveniska a hľadania potravy v podstate symetrické, nakoľko potrava v našom modeli neubúda. Ak však pozorujeme celý proces, môžeme vidieť, že pri takto zamenených konštantách mravcom dlhšie trvá kým nájdu jedlo potom ako niektorý z mravcov už zdroj jedla objavil a taktiež, že mravce, ktoré sa chcú vrátiť do mraveniska ho ťažšie nachádzajú.

Dôvody, prečo je výhodnejšie voliť difúzne konštanty naopak, sú viaceré, aj napriek tomu, že algoritmus v konečnom dôsledku fungoval relatívne dobre. Okrem odôvodnení uvedených v predchádzajúcich odstavcoch, možno ešte spomenúť, že v tomto prípade sa v systéme nachádzalo oveľa viac stratených mravcov, ktoré odišli z mraveniska a

neboli schopné zachytiť signál o potrave, nakoľko tento sa prílišne koncentroval na jednom mieste.

Zaujímavým úkazom je správanie mravcov a formovanie cestičky, pri nastavení difúzných konštánt na vyššie hodnoty, pričom výstup, kde sme zvolili $kA = 5mm^2/s$ a $kB = 25mm^2/s$ možno vidieť na Obr.12. Tento obrázok je výstupom zo simulácie, ktorá reprezentuje len polovičný čas (300 krokov, 2,5 minúty) oproti ostatným uvádzaným obrázkom. Aj napriek tomuto krátkemu času môžeme vidieť sformovanie takmer dokonalkej cestičky, bez jediného strateného mravca, pričom pole feromónov presne popisuje cestu, ktorú mravce prechádzajú. Zároveň je možné si všimnúť, že samotné trajektórie jednotlivých mravcov nie sú úplne rovné, aj keď veľmi nevybočujú z priamej cestičky, čo zodpovedá realite.

Tento výsledok pôsobí ako dokonalý výstup programu, ktorý veľmi rýchlo a efektívne nachádza optimálne riešenie. Problémom však je, že takéto nastavenie konštánt difúzie je príliš vysoké oproti reálnym hodnotám a teda tento proces neodráža reálne formovanie cestičky mravcami. Z hľadiska funkčnosti algoritmu ide ale o zaujímavý funkčný výsledok.



Obr. 13: Spoločné pole koncentrácie feromónov a vzniknuté trajektórie, pri nastavení difúzných konštánt: $kA=5$, $kB=25$. Simulácia predstavuje 300 krokov, čo zodpovedá 2,5 minútam.

4.3 Správanie modelu pri rôznych zdrojoch potravy

Navrhnutý model ponúka okrem možnosti štúdia vplyvu jednotlivých parametrov na jeho správanie aj možnosť pri zvolených parametroch pozorovať správanie mravcov v závislosti od rôznych polôh, veľkostí a množstiev zdrojov potravy. Vzďialenosti zdrojov potravy od mraveniska, ktoré vedia mravce prekonávať, a na ktorých si vedia vytvoriť feromónovú cestu, sa líšia podľa druhov mravcov. Tieto schopnosti pravdepodobne evolučne vyplývajú z podmienok prostredia, v ktorom dané kolónie bežne žijú. Spôsob chemickej komunikácie a vlastnosti produkovaných feromónov pravdepodobne závisia od toho, aké veľké vzdialenosti musí kolónia bežne prekonávať.

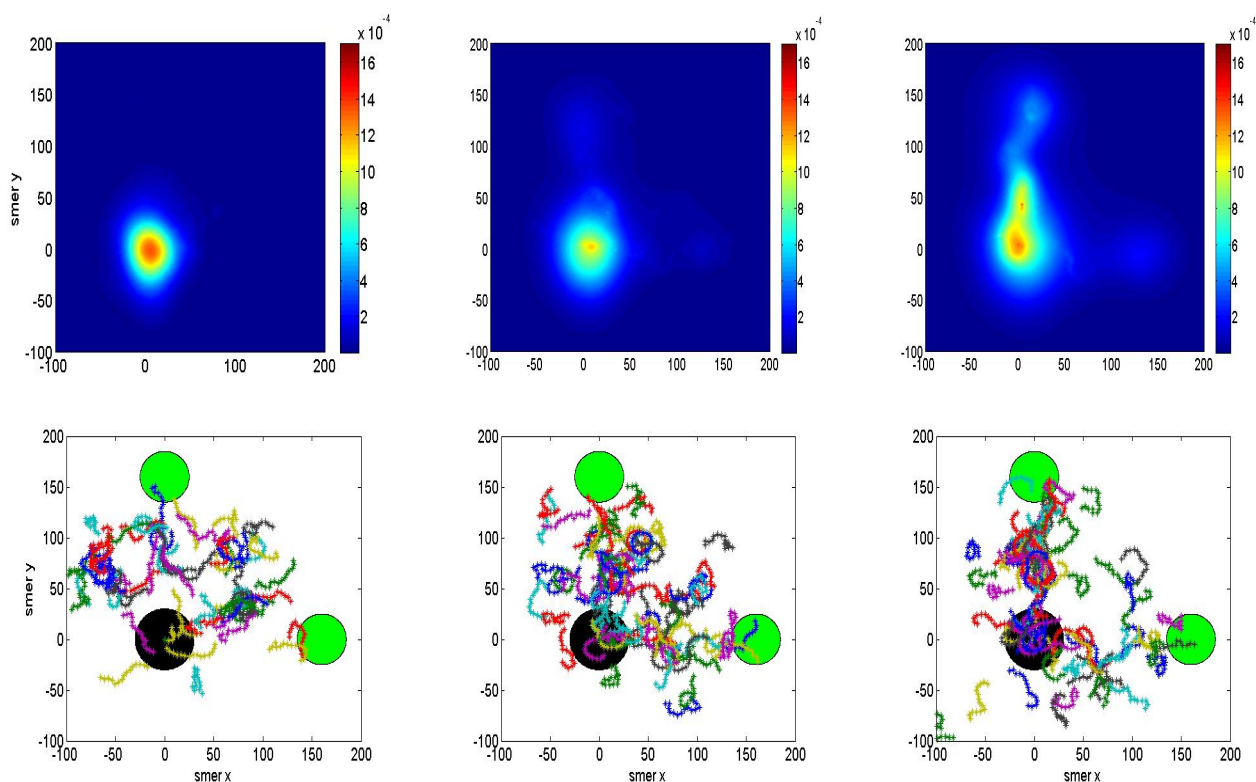
Keď v našom modeli premiestňujeme zdroj potravy, tak najzásadnejšia zmena, ktorú môžeme pozorovať, je zmena časových škál. So vzdľaňovaním potravy od mraveniska je potrebný dlhší čas (viac krokov) na všetky fázy, ktorými bežne simulácia prechádza. Mravce dlhšie hľadáajú zdroj potravy, dlhší čas trvá, kým sa po nájdení zdroja väčšina mravcov dostane k nemu a takisto aj následný stav spätného nachádzania mraveniska si vyžaduje viac času. V našej simulácii, kde máme v kolónii dokopy 100 mravcov sa ukazuje približne 400 mm ako kritická hranica vzdialenosti zdroja potravy od mraveniska. Pri takejto vzdialenosti je potrebné prehľadávať oblasť, ktorej plocha je väčšia ako kruh s priemerom 80cm, a teda mravce majú už problém nájsť zdroj v simulácii predstavujúcej 1200 krokov, čo je 10 minút náhodného prehľadávania.

Jedným z riešení, ktoré pomáha pri efektívnosti hľadania vzdialenejších zdrojov potravy je zvýšenie počtu mravcov, ktoré prehľadávajú. V podstate ide o zvýšenie pravdepodobnosti nájdenia potravy zvýšením počtu nezávislých náhodných pokusov. O nezávislosti pokusov môžeme hovoriť, nakoľko v modeli nie je zahrnutá interakcia mravcov a takisto v prehľadávacej fáze sa mravce ešte nemôžu riadiť feromónmi, keďže tie, ktoré by ich dovedli k potrave, sa zatiaľ v systéme nenachádzajú.

V reálnych podmienkach je možné, že v prostredí, kde sa mravce nachádzajú, existuje viacero zdrojov potravy. Keďže náš model nezahŕňa predpoklad ubúdania potravy zo zdroja, pretože jeho primárnym cieľom bolo sledovanie tvorby cestičky, simulácie v ktorých umiestňujeme viacero zdrojov v rôznych vzdialenostiach nebudú úplne realistické. Po objavení prvého, zväčša aj najbližšieho zdroja potravy sa začína proces, keď mravce nasledujú feromón vedúci k potrave, ktorý prechádza do procesu tvorby cestičky medzi týmto zdrojom a potravou. Nakoľko po utvorení feromónovej cestičky už mravce nemajú dôvod z nej vybočovať, keďže táto je silne feromónovo koncentrovaná

a potrava nemizne, ostatné zdroje potravy ignorujú.

V prípade, že umiestnime dva zdroje potravy v rovnakej vzdialenosti od mraveniska zvyšuje sa pravdepodobnosť, že mravce nájdu oba zdroje, keďže nájdenie každého z nich je rovnako pravdepodobné a žiaden z nich nie je preferovaný. Nájdenie oboch zdrojov v jednej simulácii sa v našom modeli musí udiť približne naraz, pretože hneď po objavení zdroja sa mravce začínajú k nemu presúvať, nakoľko zacítia chemoatraktant vedúci k potrave.

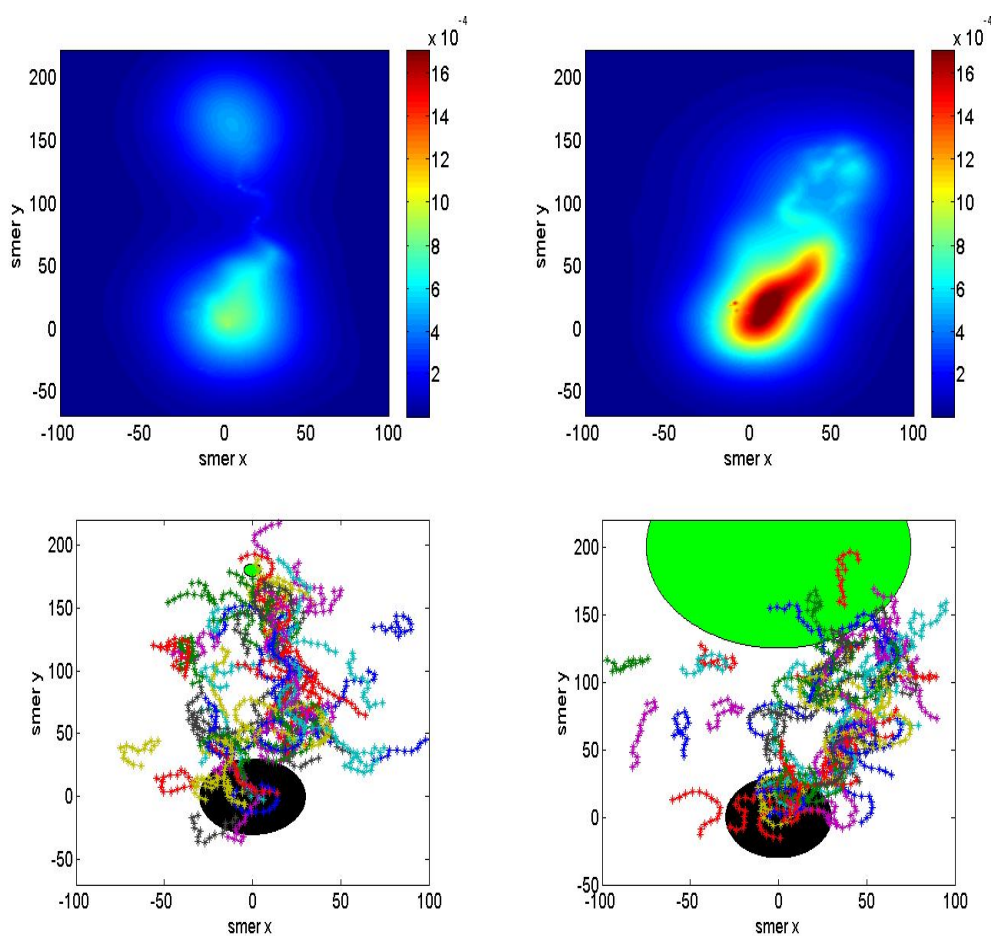


Obr. 14: Simulácia s dvoma rovnako od mraveniska vzdialenými zdrojmi potravy. Výstupy reprezentujú stav po 200, 400 a 600 krokoch. (1 krok = 0.5 sekundy)

Priebeh jednej zo simulácií, kde mravce našli oba dostupné zdroje potravy je možné vidieť na Obr. 13. Ako je možné vidieť viaceru mravcov sa dostalo k hornému zdroju potravy, a tým pádom aj koncentrácia feromónu smerom k tomuto zdroju bola vyššia než koncentrácia smerom k zdroju napravo od mraveniska. Na poslednom obrázku je možné z trajektórií vidieť, že vznikajú dve priame cestičky vedúce od mraveniska priamo k zdrojom potravy. Podľa obrázku poľa koncentrácie feromónov sa dá súdiť, že mravce optimalizačne volia najkratšie, priame cesty vedúce ku zdrojom.

Uskutočnili sme ešte pokus so simuláciami s rôznou veľkosťou potravy. Mravce boli

schopné nájsť a začať si vytvárať cestičku aj pri malej potrave, ktorej priemer bol 10 mm. Proces jej vyhľadávania však trval oveľa dlhšie a takisto jej spätné nachádzanie bolo o niečo menej efektívne. Fermónové pole malo nižšiu intenzitu oproti porovnateľným simuláciám. Na druhej strane sme vyskúšali aj správanie mravcov v prípade nájdenia veľkej potravy, v našom prípade s priemerom 150 mm. Mravce začali vytvárať cestičku smerujúcu k jednému bodu tejto potravy. Ako je však možné vidieť na poli koncentrácie feromónu aj na výsledných trajektóriách, mravce sa na konci simulácie už začali presúvať smerom, ktorý by vytvoril kratšiu optimálnejšiu cestu medzi zdrojom potravy a mraveniskom.



Obr. 15: Dve simulácie s dvoma rôzne veľkými zdrojmi potravy. Výstupy reprezentujú stav po 600 krokoch, čo zodpovedá 5 minútam. Priemer potravy na ľavom obrázku je 10 mm, na pravom obrázku má potrava priemer 150 mm.

Záver

Hlavným cieľom tejto bakalárskej práce bolo vytvorenie matematického modelu, ktorý bude simulovať ako mravce efektívne tvoria a optimalizujú feromónovú cestičku medzi zdrojom potravy a mraveniskom a sú ďalej schopné sa podľa nej riadiť. Práca si ďalej kládla za cieľ zlepšiť predpoklady už existujúcich modelov na jednej strane využívaním spojitého priestoru pre simulácie a na strane druhej zrealizovaním šírenia chemickej stopy pomocou difúzie. Posledným z hlavných záujmov práce bolo sledovanie vplyvu náhodnosti v danom procese.

Navrhli sme model, v ktorom sa mravce pohybujú v spojitom priestore, kde zanechávajú feromónové stopy dvoch typov- signalizujúce miesto, kde sa nachádza potrava a miesto, kde sa nachádza mravenisko. Tieto feromónové stopy sa ďalej šíria do priestoru vychádzajúc z princípov rovnice vedenia tepla. Pohyb samotných mravcov je tvorený dvoma zložkami, ktoré sú neustále prítomné - náhodná zložka, reprezentujúca šum a pomáhajúca pri vyhľadávaní a systematická zložka, sledujúca koncentrácie feromónov. Systém obsahuje niekoľko parametrov, v závislosti od ktorých sa čiastočne mení jeho správanie a efektivita riešenia. Celkovo však vieme nájsť také kombinácie premenných, pri ktorých môžeme sledovať celý proces tvorby feromónovej cestičky a jej následnej optimalizácie na základe správania sa jedincov v systéme.

Náhodná zložka pohybu bola modelovaná vychádzajúc zo získaných dát o pohybe reálnych mravcov. Hlavná rola náhodnosti pohybu mravcov sa ukazuje v procese vyhľadávania, keď napomáha efektívnemu hľadaniu potravy v prostredí, kde sa nenachádza feromón, podľa ktorého by sa mravec mohol riadiť. Takisto v prvotnom procese optimalizácie vytvorenej cesty zohráva náhodnosť úlohu, keďže mravce sa nepohybujú exaktne po prvej nájdennej ceste, ale mierne z nej aj vybočujú, čím prispievajú k efektívneniu procesu. Po vytvorení jasnej feromónovej stopy sa náhodnosť u mravcov sledujúcich túto stopu potláča, avšak nikdy nemizne úplne. Zaujímavým by bolo sledovanie vplyvu náhodnosti pri viacerých zdrojoch potravy a pri slabnutí - ubúdaní zdroja, avšak tento koncept náš model zatiaľ nezahrnul.

Jedným z možných vylepšení modelu oproti realite je nezahrnutie interakcie dvoch mravcov v prípade ich stretu. V našom modeli mravce prechádzajú cez seba avšak toto nie v súlade so skutočnosťou, kde sa mravce obchádzajú. Tento fenomén je dôležitý najmä pri už vytvorenej feromónovej cestičke, po ktorej prechádza mnoho mravcov

v oboch smeroch. Je potrebné, aby existoval mechanizmus, ktorý na jednej strane zabezpečuje ich vzájomné vyhýbanie sa, no na strane druhej zabezpečí aj to, že mravce z cesty nevybočia príliš.

Keďže model sme použili iba na simulácie relatívne krátkeho časového úseku a mal odrážať tvorbu cesty medzi potravou a mraveniskom, oprávnene sme použili zjednodušený prístup, v ktorom sa potrava nemíňa a mravce pri nej netrávia dlhší čas. Avšak v prípade možného rozšírenia modelu je tento predpoklad veľmi obmedzujúci a je potrebné ho odstrániť, resp. pridať do modelu dynamiku zdroja potravy.

Analýza sa v značnej miere spoliehala na obrázky a kvalitatívne odhady reprezentujúce výstupy z modelu. V prípadnom ďalšom pokračovaní práce by bolo vhodné zaviesť aj exaktnejšie, kvantifikovanejšie pravidlá a spôsoby štatistiky vychádzajúce zo simulácií, čo by pravdepodobne malo dopomôcť k hlbšiemu pochopeniu fungovania modelu a vplyvu jednotlivých parametrov.

Navrhnutý model splnil svoje ciele a zároveň priniesol možnosti svojho vylepšenia a rozšírenia do budúcnosti.

Literatúra

- [1] BICAK, M.: *Agent-Based Modelling of Decentralized Ant Behaviour using High Performance Computing*. dizertačná práca, The University of Sheffield, Sheffield, 2010. Dostupné na internete (15.10.2011): <http://etheses.whiterose.ac.uk/1392/>
- [2] CHEUNG, A., VICKERSTAFF, R.: *Finding the Way with a Noisy Brain*. PLOS Computational Biology, The University of Queensland, Brisbane, 2010.
- [3] COUZIN, I.D., FRANKS, N.R.: *Self-organized lane formation and optimized traffic flow in army ants*. 2002. Dostupné na internete (29.1.2012): <http://www.princeton.edu/~icouzin/Couzin&Franks.pdf>
- [4] DENEUBOURG, J.L.: *Probabilistic behaviour in Ants: A Strategy of Errors?*. Université Libre de Bruxelles, Bruxelles, 1983. Dostupné na internete (29.10.2011): <http://www.ulb.ac.be/sciences/use/publications/JLD/16.pdf>
- [5] DORIGO, M.: *Ant Colony Optimization*. Université Libre de Bruxelles, 2010. <http://www.aco-metaheuristic.org>
- [6] DZÚRIK, J.: *Prečo chodí človek v kruhu*. bakalárska práca, FMFI UK, Bratislava, 2011.
- [7] ERMENTROUT, G.B., EDELSTEIN-KESHET, L.: *Cellular Automata Approaches to Biological Modeling*. University of Pittsburgh, Pittsburgh, 1992.
- [8] EVERSLED, R.P., MORGAN, E.D.: *3-ethyl-2,5-dimethylpyrazine, the trail pheromone from the venom gland of eight species of myrmica ants*. University of Keele, Staffordshire, 1982.
- [9] HABERMAN, R. : *Applied Partial Differential Equations with Fourier Series and Boundary Value Problems*. Fourth Edition. Pearson Education Inc., New Jersey, 2004. ISBN 0-13-065243-1.
- [10] JACKSON, D.E., RATNIEKS, F.L.W.: *Communication in ants*. Elsevier, Current Biology, 16(2006). Dostupné na internete (26.12.2011): <http://www.cell.com/current-biology/retrieve/pii/S0960982206018343>

- [11] LeVEQUE, R.J.: *Finite Difference Methods for Differential Equations*. University of Washington, Washington, 2005.
- [12] SAICHEV, A.I., WOYCZYNSKI, W.A.: *Distributions in the Physical and Engineering Sciences: Distributional and fractal calculus, integral transforms, and wavelets*. Birkhäuser, 1997. Dostupné na internete (26.12.2011): <http://books.google.sk/books?id=JFmUQGd1I3IC&pg=PA314&hl=sk#v=onepage&q&f=false>
- [13] SOUMAN, J.L.: *Walking straight into circles*. Elsevier, Current Biology 18 (2009), 1538-1542.
- [14] TAY, L.: *Ants build cheapest networks*. iTnews, 2011. Dostupné na internete (26.12.2011): <http://www.itnews.com.au/News/248359,ants-build-cheapest-networks.aspx>
- [15] VITTORI, K.: *Modeling Ant Behavior Under a Variable Environment*. University of Sao Paulo, Brazilia, 2004. Dostupné na internete (2.11.2011): http://cognition.ups-tlse.fr/_guyt/documents/articles/53.pdf
- [16] WATMOUGH, J., EDELSTEIN-KESHET, L.: *Modelling the Formation of Trail Networks by Foraging Ants*. University of British Columbia, Vancouver, 1995.
- [17] Ilustračná fotografia. Dostupné na internete (22.5.2012): <http://www.stockphotopro.com/photo-thumbs-2/ACW77R.jpg>