

UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE
FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY



ANALÝZA VEĽKOSTI A ŠTRUKTÚRY ŠEDEJ
EKONOMIKY V SR

BAKALÁRSKA PRÁCA

UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE
FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY

**ANALÝZA VEĽKOSTI A ŠTRUKTÚRY ŠEDEJ
EKONOMIKY V SR**

BAKALÁRSKA PRÁCA

Študijný program: Ekonomická a finančná matematika
Študijný odbor: 1114 Aplikovaná matematika
Školiace pracovisko: Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky
Vedúci práce: Mgr. Martin Niepel, PhD.



Univerzita Komenského v Bratislave
Fakulta matematiky, fyziky a informatiky

ZADANIE ZÁVEREČNEJ PRÁCE

Meno a priezvisko študenta: Branislav Kohn
Študijný program: ekonomická a finančná matematika (Jednoodborové štúdium, bakalársky I. st., denná forma)
Študijný odbor: 9.1.9. aplikovaná matematika
Typ záverečnej práce: bakalárska
Jazyk záverečnej práce: slovenský

Názov: Analýza veľkosti a štruktúry šedej ekonomiky v SR

Cieľ: Oboznámiť sa s metódami merania a modelovania šedej ekonomiky, následné použitie na dostupných dátach (štatistika rodinných účtov, agregátne údaje o spotrebe domácností, údaje o zdanených príjmoch, regionálne a odborové štatistiky a pod).

Vedúci: Mgr. Martin Niepel, PhD.
Katedra: FMFI.KAMŠ - Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky
Vedúci katedry: prof. RNDr. Daniel Ševčovič, CSc.
Dátum zadania: 10.10.2012

Dátum schválenia: 03.11.2012
doc. RNDr. Margaréta Halická, CSc.
garant študijného programu

.....
študent

.....
vedúci práce

PodĎakovanie Touto cestou sa chcem poďakovať svojmu vedúcemu bakalárskej práce Mgr. Martinovi Nieplovi PhD. za ochotu, odbornú pomoc a trpezlivé konzultácie, ktoré mi pomohli pri písaní tejto práce. Zároveň by som rád poďakoval aj svojej rodine, priateľke a kamarátom za materiálnu a psychickú podporu.

Abstrakt v štátnom jazyku

KOHN, Branislav: Analýza veľkosti a štruktúry šedej ekonomiky v SR [Bakalárska práca], Univerzita Komenského v Bratislave, Fakulta matematiky, fyziky a informatiky, Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky; školiteľ: Mgr. Martin Niepel, PhD., Bratislava, 2013, 47 s.

V našej práci sa zaoberáme analýzou šedej ekonomiky, presnejšie nepriznanými príjmami a výdavkami na základe údajov získaných z analýz rodinných účtov. Obmedzili sme sa na prejavy šedej ekonomiky medzi obyvateľstvom. Nelegálne a pololegálne transakcie medzi firmami sme neskúmali. Na aproximáciu príjmov jednotlivých domácností sme použili regresný model založený na singulárnom rozklade, ktorým sme vyjadrili lineárne odhadnuté príjmy danej domácnosti vzhľadom na jej spotrebu. Výsledný odhad šedej ekonomiky sme určili ako rozdiel nami odhadnutých príjmov rodín a priznaných príjmov. Práca takisto poskytuje prehľad známych metód na skúmanie šedej ekonomiky, ako aj príčiny jej vzniku, resp. nástroje na jej elimináciu. Ukázalo sa, že naše metódy na odhaľovanie šedej ekonomiky nie sú veľmi robustné a spoľahlivé. Naše odhady preto treba brať s rezervou.

Kľúčové slová: Šedá ekonomika, Singulárny rozklad, Rodinné účty.

Abstrakt v anglickom jazyku

KOHN, Branislav: Analysis of the size and structure of shadow economy in SR [Bachelor Thesis], Comenius University in Bratislava, Faculty of Mathematics, Physics and Informatics, Department of Applied Mathematics and Statistics; Supervisor: Mgr. Martin Niepel, PhD., Bratislava, 2013, 47 p.

In our work we deal with the analysis of grey economy, which consists of undeclared earnings and expenditures, based on data from the analysis of family accounts. In this work we restrained ourselves to the occurrence of grey economy among households. Illegal and semi legal transactions between private enterprises are not the subject of research in this work. To approximate the income of households, we used the regression model based on singular value decomposition, by which we expressed the linear estimates of income of the given household considering its consumption. The final estimate of the value of grey economy is determined as the difference between the estimated income and the declared expenditures. This work also offers an overview of the methods, which are used to explore the grey economy, the reasons for its occurrence and the instruments for eliminating it. It turned out that the methods we used for detection of the grey economy are not very robust and reliable. Our estimates should be therefore considered with caution.

Keywords: Shadow economy, Singular value decomposition, Family accounts.

Obsah

Zoznam obrázkov	8
Zoznam tabuliek	9
Úvod	10
1 ČO JE ŠEDÁ EKONOMIKA	12
1.1 Definície	12
1.2 Faktory pôsobiace na šedú ekonomiku	14
1.3 Ľudia v neoficiálnom sektore	15
1.3.1 Priznanie skutočnej mzdy	16
1.3.2 Podiel zo zisku	16
1.3.3 Fiktívne náklady	17
1.4 Tresty a postihy	18
1.5 Medzinárodné inštitúcie	20
1.5.1 ILO	20
1.5.2 Centrum pre medzinárodné súkromné podnikanie	20
2 Spôsoby merania	22
2.1 Metóda založená na daňových únikoch	22
2.2 Metóda založená na národných účtoch	22
2.3 Metóda mikrodát rodinných účtov, Pissarides, Weber	23
2.4 Metóda podielu obeživa a dopytu po obežive	23
2.5 Analýza pomocou spotreby elektrickej energie	24
2.6 MIMIC a výsledky	26
3 Naša práca	29
3.1 Metodika	29
3.1.1 Získané dáta	29
3.1.2 SVD	30
3.1.3 Postup analýzy	32
3.2 Údaje o rodinných účtoch	34

3.3	Odhad šedej ekonomiky	37
3.3.1	Rok 2007	38
3.3.2	2008	42
3.3.3	2009	43
3.3.4	2010-2011	44
	Záver	45
	Zoznam použitej literatúry	47

Zoznam obrázkov

1	Rozdelenie príjmov na Slovensku, Zdroj:ŠÚ SR	15
2	Rozšírenie šedej ekonomiky, Zdroj:[1]	28
3	Aplikácia SVD, Zdroj: " http://tulane.edu/sse/ccs/about/ccsartshow2011.cfm "	34
4	Vývoj a rozdelenie spotrieb	38

Zoznam tabuliek

1	Aktivity a Transakcie, Zdroj:[1]	12
2	Podiel jednotlivých faktorov na objeme šedej ekonomiky, Zdroj:[1]	14
3	Priznanie skutočnej mzdy	16
4	Podiel zo zisku	17
5	Fiktívne náklady	18
6	Percento šedej ekonomiky z HDP, Zdroj:[1]	27
7	Vývoj spotrieb v rokoch 2007-2011	37
8	singulárne vektory 2007	40
9	singulárne vektory 2008	42
10	singulárne vektory 2009	43

Úvod

Téma šedej, resp. tieňovej či neformálnej ekonomiky sa začala v odborných kruhoch rozoberať už od 70-tych rokov 20-tého storočia. V posledných rokoch však tlak na verejné rozpočty a problémy v krajinách s nízkou daňovou disciplínou prinášajú aj pozornosť politikov, médií či verejnosti. Narozdiel od oficiálnej ekonomiky je ju ťažšie merať a odhaliť. Na začiatok si položíme otázku: Ktorý úrad, resp. kontrolný systém ju môže, resp. mal by ju skúmať?

Jedna z logických odpovedí je daňový úrad, ktorý má za úlohu vybrať a zaevidovať dane. Avšak zďaleka nie je jediný. Je mnoho kontrolných úradov ktoré by mali kontrolovať férovosť pravidiel, aby platiči nedoplácali na neplatičov, takisto aby bohatí, resp. zabezpečení nezneužívali systém a prispievali primeraným podielom a pod. Záujem na presnom výpočte šedej ekonomiky by mala mať aj Národná banka, pretože netvorí spravidla malé percento ekonomiky štátu a je významná z makroekonomického hľadiska. Nakoniec kontrolným úradom by mala byť aj sama spoločnosť, pretože férovosť je odzrkadlením hodnoty a kvality spoločnosti samej.

Ako je ale možné, že je napriek toľkým výhodám poznania, neustále existuje vo svete iba malý počet prác zameraných na šedú ekonomiku, pričom aj tie spravidla pochádzajú z akademickej sféry a nie od výskumných zložiek štátnych inštitúcií? Odpoveď je zrejme taká, že okrem zložitosti merania a slabého teoretického zázemia v problematike, veľká časť kontrolujúcich buď mechanicky sleduje zaužívané pravidlá, čiže namjú záujem resp. vôľ prijímať systémové riešenia alebo zatváranie očí, odpúšťanie porušovania pravidiel rodine, známym prerastá do systematického zlyhávania výberu daní kontroly regulácie, získavania údajov a pod.

Na druhej strane, prečo vôbec šedá ekonomika existuje? Jej aktérmi bývajú najmä tí ekonomicki aktívni, ktorí nie sú ochotní zaplatiť štátu časť nimi zarobených peňazí. Práve neochota zaplatiť štátu časť príjmov vyjadruje istým spôsobom voči nemu nedôveru, pretože pracujúci neveria že im ich dane štát užitočným spôsobom vráti, resp. že sa použijú účelne a prospešne pritom príklady zo severnej európy ukazujú, že v princípe to možné je.

V prvej časti našej práce sa pokúsime ozrejmiť pojem šedá ekonomika a zodpovedať nasledujúce otázky: Prečo, kde a ako vzniká? Aké nástroje sú na elimináciu? Aký

benefit získajú jej aktéri?

V druhej opíšeme spôsoby merania a skúmania skrytých peňazí. Pozrieme sa na šedú ekonomiku z makroekonomického hľadiska, z pohľadu peňažných transakcií rodinných účtov, ale aj opíšeme ako sa dá merať šedá ekonomika v krajinách, kde neexistujú relevantné dáta.

V poslednej tretej časti sa budeme snažiť odhaliť nepriznané príjmy a výdavky medzi obyvateľstvom. Tým zanedbáme podstatnú časť, a to nezdanené, nezdokumentované transakcie medzi firmami.

Veľkým problémom pri analýze šedej ekonomiky boli kvalita, množstvo a dostupnosť dát. Ďalším problémom je, že nevieme presne kam sa máme pozeráť pri hľadaní niečoho čo má byť skryté. Pri analýze mikrodát potom hrozí zahltenie pozornosti veľkým množstvom dát, ich komplikovanou štruktúrou a možnosťou viacerých vysvetlení pozorovaných fenoménov. Ďalšiou komplikáciou môže byť celková dôveryhodnosť dát, keďže obyvatelia Slovenska ako post-komunistickej krajiny majú nižšiu dôveru voči štátnym orgánom a častejšie klamú vrchnosti. V neposlednom rade predpokladáme, že podvodník sa k podvodu priamo neprizná a bude sa vyhýbať spolupráci so ŠÚ.

V našej práci sa pokúsime analyzovať šedú ekonomiku na Slovensku pomocou dát, ktoré zozbieral ŠÚ SR z rodinných účtov 4700 rodín v rokoch 2007-2011. Pomocou regresie založenej na singulárnom rozklade a odhadu pomocou najmenších štvorcov sa pokúsime odhaliť nezrovnalosti, ktoré vykazujúci zamlčali.

1 ČO JE ŠEDÁ EKONOMIKA

1.1 Definície

Šedá ekonomika, niekedy nazývaná aj tieňová, sivá či neformálna sa môže intuitívne zdať ako jasný pojem ale jej formálna definícia je obtiažnejšia. Pre definíciu sa treba pozrieť na typ ekonomickej aktivity a následnej transakcie medzi subjektami v ekonomike, pritom ani medzi ekonómami nepanuje zhoda na výslednej definícii. V nasledujúcej tabuľke si uvedieme typy aktivít a transakcií.

Typ ekonomickej aktivity	hotovostné transakcie		bezhotovostné transakcie	
Nelegálne aktivity	Obchod s ukradnutými tovarmi, Výroba a predaj drog, Prostitúcia, Hazardné hry, Pašovanie drog, ľudí a zbraní		Krádež pre vlastné použitie, výroba drogy pre vlastné použitie	
	Daňové úniky	Vyhýbanie sa daňovým povinnosťami	Daňové úniky	Vyhýbanie sa daňovým povinnosťami
Legálne aktivity	Skryté príjmy SZČO, Skryté mzdy a platy, majetok získaný z nepriznanej práce	Zamestnanecké zľavy, Susedské výpomoci, prenášanie daňovej povinnosti z FO na PO	Výmena legálnych tovarov a služieb	všetka tzv. urob-si-sám práca a susedská výpomoc

Tabuľka 1: Aktivity a Transakcie, Zdroj:[1]

Ďalším z mnohých problémov pri definovaní šedej ekonomiky je určenie hranice s čiernou ekonomikou. Pod šedými transakciami môžeme rozumieť nepriznané príjmy, obohatenie sa pri podvodoch na daniach, úplatkoch a pod. Na druhej strane čierne transakcie sú peniaze získané za prostitúciu, drogy, vraždy atď. Určiť medzi nimi hranicu je takisto veľmi obtiažne.

Mnoho ekonómov pokladá za šedé peniaze tie, ktoré porušujú etické a morálne zásady a sú na hranici zákona, sú však ťažko postihnuteľné. Za čierne považujú naopak tie, čo výrazne porušujú zákon danej krajiny a sú jednoznačne dokázateľné a potrestateľné.

Takisto problém v definíciách tvoria transakcie, ktoré by zrejme mali byť považované za šedé, ale pre ekonomiku krajiny sú prospešnejšie ako sú nepriznané. Napríklad ak si súrodenci navzájom pomôžu pri stavbe domu. Je logické, že tieto peniaze, resp. prácu nie je potrebné priznávať, avšak v zmysle striktného pohľadu sú to peniaze ktoré obišli daňový a odvodový systém, a teda môžu byť považované za šedé.

Ekonóm Schneider vo svojej práci [1], definuje šedú ekonomiku ako platby utržené za tovary a služby, ktoré sú zámerne ukryté pred orgánmi verejnej moci z nasledujúcich štyroch dôvodov:

- Snaha vyhnúť sa plateniu daní z príjmov, daní z pridanej hodnoty alebo iných daní.
- Snaha vyhnúť sa plateniu príspevkov na sociálne zabezpečenie.
- Snaha vyhnúť sa dodržiavaniu niektorých právnych noriem danej krajiny ako je napríklad minimálna mzda, maximálny pracovný čas, certifikácia zamestnanca a pod.
- Snaha vyhnúť sa rôznym administratívnym povinnostiam, ako vyplňanie štatistických výkazov, oznamovacej povinnosti a pod.

V našej práci sa obmedzíme na pojem šedých transakcií ako príjmov jednotlivcov, ktoré nie sú priznané štátu v podobe zdaneného príjmu, a teda pravdepodobne obsiahneme aj časť čiernych peňazí. Zároveň zrejme zanedbáme šedé aktivity skryté v účtovníctve a transakciách firiem.

1.2 Faktory pôsobiace na šedú ekonomiku

V [1] Schneider hovorí, že najvýraznejšie ovplyvňuje rast neoficiálnej ekonomiky zvýšenie daní a odvodov. Tento faktor ovplyvňuje nárast úmerne s určitou elasticitou závisiacou od mnohých faktorov rozdielnych v každej krajine, v zásade ale platí, že čím viac vláda zvyšuje dane a odvody tým je snaha ľudí nepriznať príjmy väčšia.

S týmto problémom súvisí aj druhý faktor a tým je kvalita štátnych služieb a dôvera voči vláde. Ak je kvalita služieb v štáte vysoká a zároveň ľudia vidia možnosť pozitívneho rastu vďaka vládnucej mocnosti, je ich ochota vzdať sa časti svojho príjmu a vstúpiť do dobrovoľného daňového kontraktu vyššia ako u ľudí v krajine, v ktorej takéto pozitívne smerovanie nevidno.

Ďalším z dôvodov rastu šedej ekonomiky bývajú predpisy na trhu práce. Napríklad keď zamestnávateľ nemôže ponúknuť zamestnancovi minimálnu mzdu, dohodnú sa na nižšej sume a pred štátom ju zamlčia.

V mnohých krajinách ovplyvňuje vysoké množstvo šedej ekonomiky aj nízka daňová morálka. Znamená to, že ľudia neprikladajú daniam význam a pre jednoduchosť sa ich rozhodnú obísť.

V nasledujúcej tabuľke zobrazíme vplyv rôznych faktorov na vzrast tieňovej ekonomiky, ako ich určilo Schneider“

Faktor spôsobujúci rast šedej ekonomiky	podiel na raste šedej ekonomiky v %
Nárast daní a odvodov	35-38
Kvalita štátnych inštitúcií	10-12
Prevody	5-7
Predpisy na trhu práce	7-9
Daňová morálka	22-25
Vplyv všetkých faktorov dokopy	84-98

Tabuľka 2: Podiel jednotlivých faktorov na objeme šedej ekonomiky, Zdroj:[1]

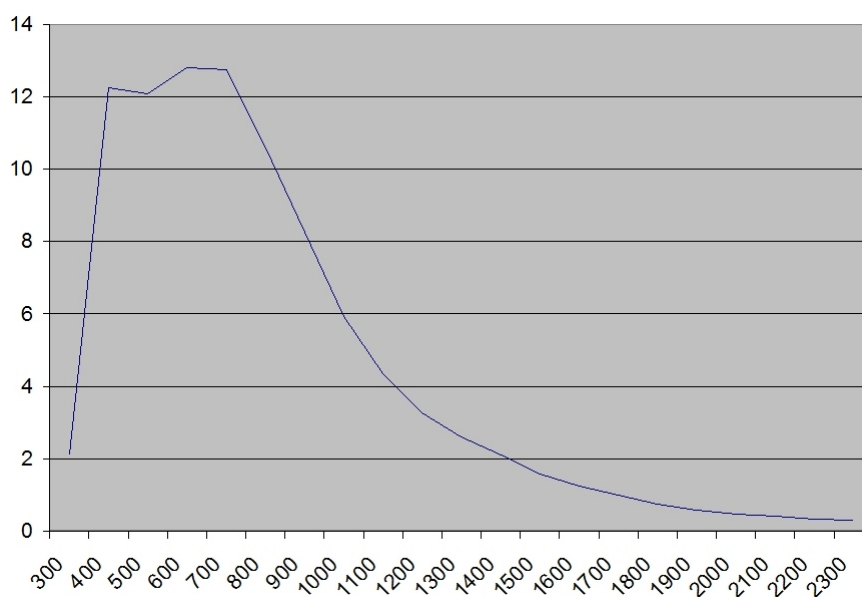
1.3 Ľudia v neoficiálnom sektore

V našej práci sa zameriavame najmä na producentov šedej práce, ktorí utržené peniaze nepriznávajú a využívajú ich na súkromnú spotrebu. Ide najmä o nasledujúce dve skupiny pracujúcich.

Prvou sú pracujúci v neformálnom sektore. Ide spravidla o zamestnancov a pracujúcich, ktorých spájajú nízke príjmy, malé pracovno-právne zabezpečenie a ďalšie podobné znaky. Sú to najmä príležitostní pracujúci, pouliční predavači, pracujúci s menšou mzdou ako je vládou stanovená minimálna mzda v ich krajine a pod.

Táto časť pracujúcich neovplyvňuje veľkosť šedej ekonomiky tak výrazne ako zvyšok, avšak nie z dôvodu nízkeho počtu realizujúcich, ale z dôvodu výšky ich príjmov. Životná úroveň týchto pracujúcich býva veľmi nízka preto by malo byť v záujme štátu a spoločnosti minimalizovať množstvo takýchto pracujúcich a ich následný presun do formálnej ekonomiky.

Ich zastúpenie na trhu závisí od schopnosti vlády regulovať túto časť (nutnosť registrácie, účtovníctva..), od miery prekážok k formalizácii (o koľko by sa znížil ich príjem pri legalizácii) a zároveň od ochoty zamestnávateľov, resp. zákazníkov obchádzať pravidlá. Na obrázku č.1 ide najmä o dolné spektrum príjmov, a teda príjmy menšie a v okolí minimálnej mzdy.



Obr. 1: Rozdelenie príjmov na Slovensku, Zdroj:ŠÚ SR

Druhú typickú skupinu môžeme nadnesene nazvať jedno alebo dvojchlapové firmy. V zásade sa jedná o živnostníkov alebo o malé spoločnosti s ručením obmedzeným, kde spoločník, konateľ aj zamestnanec sú jedna alebo dve osoby. Práve táto skupina pracujúcich je zrejme pre náš výskum najdôležitejšia pretože je na Slovensku veľmi rozšírená. Spôsoby priznania príjmov, resp. ukrytia reálneho zisku si ukážeme na nasledujúcich troch príkladoch.

1.3.1 Priznanie skutočnej mzdy

Firma na trhu investuje 800 eur, pričom sa jej vráti 1000. Zamestnávateľ, zamestnanec aj konateľ je jedna osoba a chce si vyplatiť celý zisk. Hrubú mzdu si musí určiť na 148,84, aby mohol zo zvyšku zaplatiť odvody.

V nasledujúcej tabuľke zobrazíme pohyb peňazí, a benefit ktorý mu po zdanení a odvodoch ostane.

náklady na nákupy	800
náklady na mzdy	200
tržby	1000
zisk	0
hrubá mzda	148,84
čistá mzda	128,92
štát	71,08
benefit	128,92

Tabuľka 3: Priznanie skutočnej mzdy

1.3.2 Podiel zo zisku

Zamestnávateľ si uvedomuje, že ak si vyplatí vysokú mzdu, veľa stratí na odvodoch. Rozhodne sa vyplatí si iba minimálnu mzdu (nech je 50), a zvyšok si vyplatí ako podiel

zo zisku. V tomto prípade sa vyhýba plateniu veľkej časti odvodov, pretože zo zisku sa štátu platia iba dane. Hrubú mzdu si musí určiť na 37,22. Zo zisku s.r.o sa platí daň 23% a zdravotné poistenie 14% zo zdaneného zisku. V nasledujúcej tabuľke si opäť ukážeme pohyb peňazí, a benefit ktorý zamestnávateľovi po zdanení a odvodoch ostal.

náklady na nákupy	800
náklady na mzdy	50
tržby	1000
zisk	150
vyplatený zisk	110,67
hrubá mzda	37,22
čistá mzda	32,26
štát	57,07
benefit	151

Tabuľka 4: Podiel zo zisku

1.3.3 Fiktívne náklady

Mnoho konateľov malých s.r.o. si uvedomuje možnosť vyhnutia sa daniam i odvodom formou fiktívnych nákladov. Spravidla sa jedná o náklady vytvorené nákupom tovarov a služieb pre vlastnú spotrebu. Nech si konateľ opäť vyplatí minimálnu mzdu a zvyšok zisku pokryje nákladmi. V tomto prípade neplatí žiadne dane a odvody zo zisku. Opäť v tabuľke zobrazíme pohyb peňazí, a benefit ktorý mu ostal.

Práve tento spôsob účtovníctva je zrejme najviac zneužívaný, pretože ponúka zamestnávateľovi najväčší možný zisk a zároveň "štátnu starostlivosť" vďaka zaplateniu minimálnej mzdy. Uvedené naznačuje, že zamestnanci resp. konatelia takýchto spoločností sa takisto nachádzajú v kladnom okolí minimálnej mzdy príjmového spektra (300-500 eur).

Fiktívne náklady sú však zároveň aj najrizikovejším spôsobom vyhnutia sa poplatkom štátu, z hľadiska podvodu a trestnej činnosti. V nasledujúcej časti si ukážeme

náklady na nákupy	800
náklady na mzdy	50
tržby	1000
zisk	0
náklady osobné"	150
hrubá mzda	37,22
čistá mzda	32,26
štát	17,74
benefit	182,26

Tabuľka 5: Fiktívne náklady

možnosti podvádzania a príslušných trestov z pohľadu trestného zákona.

1.4 Tresty a postihy

Trestný zákon(zákon č.300/2005) na daňové podvody pamätá a ako ukazujú nasledujúce pasáže ponúka pomerne pestrú paletu na trestanie podvodníkov.

- Pri **skrátení dane alebo poistného**(sociálne, verejné zdravotné, príspevok na starobné dôchodkové sporenie, odteraz iba poistné) v malom rozsahu, sa páchatel potrestá odňatím slobody na jeden až päť rokov.

V prípade, že bol už za taký čin odsúdený alebo na jeho spáchanie poruší úradný uzáver, prípadne ak čin vykoná závažnejším spôsobom konania alebo vo väčšom rozsahu, potrestá sa odňatím slobody na tri až osem rokov.

Ak spácha uvedený čin v značnom rozsahu potrestá sa páchatel' odňatím slobody na štyri až desať rokov a ak spácha tentočin vo veľkom rozsahu hrozí mu odňatie slobody na sedem až desať rokov.

- V prípade **zadržania a neodvedenia splatnej dane a pozitného**, ktoré zrazí alebo vyberie s cieľom prospechu pre seba či niekoho iného hrozí páchatel'ovi treste odňatia slobody na jeden až päť rokov.

Ak tento čin spácha závažnejším konaním alebo vo väčšom rozsahu je dĺžka výkonu trestu tri až osem rokov.

Štyri až desať rokov odňatia slobody hrozí páchateľovi, ak činom spôsobí značnú škodu.

Sedem až dvanásť rokov hrozí páchateľovi ak spácha čin vo veľkom rozsahu.

- Ak sa páchateľ dopustí **daňového podvodu**, to znamená, že neoprávnene vo väčšom rozsahu si nárokuje vrátenie spotrebnej danne alebo z ptidanej hodnoty, s úmyslom získania benefitu pre seba alebo iných, potrestá sa odňatím slobody na jeden až päť rokov.

Ak spácha uvedený čin a bol už za taký čin odsúdený alebo ak ho vykoná závažnejším spôsobom konania či v značnom rozsahu, bude trestaný odňatím slobody na štyri až desať rokov.

V prípade vykonania činu vo veľkom rozsahu alebo ako člen nebezpečného zoskupenia, hrozí páchateľovi ten istý trest so sadzbou sedem až dvanásť rokov.

- Kto **nezaplatí splatnú daň a poistné** vo väčšom rozsahu, potrestá sa odňatím slobody až na tri roky.

Ak čin vykoná v značnom rozsahu, je sadzba odňatia slobody jeden až päť rokov.

Ak ho vykoná vo veľkom rozsahu, môže byť odsúdený na tri až osem rokov.

- Kto **marí výkon správy daní** nasledujúcimi spôsobmi, aj v prípade, že bol už za obdobný čin v predchádzajúcich 12 mesiacoch odsúdený, môže byť potrestaný odňatím slobody až na dva roky.

- hrubo skresľuje alebo udáva nepravdivé údaje, prípadne ak zatají povinné údaje, ktoré sú potrebné pre správne určenie dane
- pozmení, znehodnotí alebo zničí údaje potrebné pre správne určenie dane
- nesplní si povinnosti určené zákonom pri daňovej kontrole alebo oznamovaciu povinnosť

Odňatie slobody na jeden až päť rokov hrozí páchatelovi ktorí spácha uvedený trestný čin z osobného motívu, spôsobí nim väčšiu škodu alebo závažnejším spôsobom konania.

Odnatie slobody na tri až osem rokov hrozí páchatelovi ak uvedený trestný čin spácha ako člen nebezpečného zoskupenia alebo ním spôsobí značnú škodu.

Zaujímavé by ale bolo pozrieť sa na štatistiky udeľovania týchto trestov, reps. práce finančnej polície a daňových úradov pri odhaľovaní. Tomuto sme sa ale z dôvodu náročnosti nevenovali.

1.5 Medzinárodné inštitúcie

Význam šedej ekonomiky z hľadiska ekonomického vývoja si uvedomujú aj medzinárodné organizácie, ktoré skúmajú ekonomický vývoj krajín. V tejto sekcii sa pokúsime priniesť prehľad najznámejších inštitúcií, ktoré pravidelne monitorujú stav šedej ekonomiky v jednotlivých krajinách.

1.5.1 ILO

International labour organisation alebo Medzinárodná organizácia práce je organizácia zameraná na vývoj pracovného trhu a ochranu zamestnancov. Vznikla ako autonómna organizácia po prvej svetovej vojne, neskôr sa však pripojila k OSN. Sídlo má v ženeve.

V rozvojových krajinách tvorí podľa ILO šedá ekonomika až tri štvrtiny všetkých nepoľnohospodárskych činností. Keďže sa táto orgnizácia zameriava na pracovný trh a ochranu zamestnancov, cieľ jej sledovania je slabé pracovno-právne, dôchodkové, zdravotné zabezpečenie a iné, zamestnancov v neformálnom sektore.

1.5.2 Centrum pre medzinárodné súkromné podnikanie

CPIE(The Center for International Private Enterprise) je inštitúcia zaoberajúca sa podnikaním a trhovými reformami. Spolupracuje s podnikateľmi, politikmi a novinármi v snahe vybudovania občianskej inštitúcie, ktorá je zameraná na zvyšovanie kvality

spoločnosti a demokracie. Založená bola v roku 1983 a tvorí jeden zo štyroch základných inštitútov Národnej nadácie pre demokraciu.

CIPE na sledovanie šedej ekonomiky vytvorilo v ekonomickom sektore program Informal Sector and Property Rights. Neformálnosť v zmysle financií je príznakom inštitucionálnych problémov, z čoho vyplýva neschopnosť obyvateľov podieľať sa na verejnej politike. Vyvíjajú mnohé odporúčania, ktorých aplikácia pomáha priniesť podnikateľov do formálnej ekonomiky.

2 Spôsoby merania

Prvé pokusy o meranie neoficiálnej časti ekonomiky sa dátujú do 70-tych rokov 20-ho storočia.

Vo všeobecnosti by sme metódy mohli rozdeliť na priame a nepriame. Medzi priame patrí napríklad metóda založená na pozorovaní daňových únikov, medzi nepriame zase metóda podielu obeživa a dopytu po obežive.

Zmerať objem šedej ekonomiky v dnešnej dobe patrí medzi významné výzvy v ekonómii a napriek mnohým pokusom neexistuje zatiaľ žiadna zaručená metóda, ktorá by dostatočne dôveryhodne a presne aproximovala množstvo šedej ekonomiky v krajine.

V nasledujúcej časti si ukážeme niekoľko spôsobov merania množstva nepriznaných transakcií v ekonomike a pokúsime sa kriticky objasniť nedostatky daných metód.

2.1 Metóda založená na daňových únikoch

Už z názvu je pomerne jasné, o čo v tejto metóde ide. Finančné úrady daňovými auditmi kontrolujú účtovníctvo firiem. Predpokladom je, že peniaze získané zo šedej činnosti, bývajú spravidla nepriznané časti príjmov. Pomocou kontrol a odhalených podvodov sa dá zostaviť model, ktorý je v prípade skutočne precíznych a dostatočne širokých kontrol veľmi presný.

Avšak chybou je, že vykonávanie kontrol v krajinách nesleduje náhodnú vzorku, ale úrady sa spravidla (v lepšom prípade) zameriavajú na podozrivé firmy, v ktorých je pravdepodobnosť odhalenia daňových podvodov vysoká. A teda nemožno výber kontrolovaných subjektov považovať za náhodný. Čo je z hľadiska zostavovania modelu veľmi dôležité.

Táto metóda je príkladom priameho odhaľovania šedej ekonomiky. Z uvedeného vyplýva, že priame metódy nie sú ideálne pre odhad šedej ekonomiky v krajine. Skúsenosti zo Slovenska sa nám nepodarilo v dostupnej literatúre nájsť.

2.2 Metóda založená na národných účtoch

Podľa [3] myšlienkou tejto metódy je, že rozdiel medzi národnými príjmami a výdavkami by mal byť nulový, v opačnom prípade tvorí ich rozdiel práve šedá ekonomika.

Predpokladom je, že ľudia v prvom rade skresľujú pred úradmi svoje príjmy. Hrubý národný príjem je súbor nasledujúcich platieb : osobné výdavky na spotrebu, hrubé súkromné investície, výdavky vládnej spotreby, príjem z majetku v zahraničí a hrubý vývoz tovaru a služieb po odpočítaní dvoch zložiek : hrubý dovoz tovarov a služieb a nepriame obchodné dane. Po odpočítaní všetkých výdavkov v štáte, by sme mali zistiť veľkosť šedej ekonomiky.

Nedostatky tejto metódy nespočívajú iba v obtiažnosti získania dát, ale podľa [4] je mnoho položiek, ktoré napriek tomu, že nie sú v rozpore s legislatívou, nespádajú do definície hrubého národného príjmu, a teda v analýze sa objavujú v šedom sektore. Na druhej strane je mnoho finančných činností, ktoré vďaka nedokonalým definíciám hrubého národného príjmu sú zarátané, napriek ich pochybnosti.

2.3 Metóda mikrodát rodinných účtov, Pissarides, Weber

V 80.tych rokoch 20.ho storočia ekonómovia Pissarides a Weber vo svojej práci [5] odhadovali šedú ekonomiku na základe analýzy mikrodát rodinných účtov. Vychádzali z predpokladu, že príjmy zamestnancov vykázané v zisťovaniach sú dôveryhodné. Podľa dôveryhodných spotrieb určili pomer medzi príjmami a spotrebami. Následne podľa tohoto pomeru a dôveryhodnej spotreby (potraviny) odhadli aké príjmy by mali mať domácnosti na čele s osobou samostatne zárobkovo činnou.

Odhad sa tak ako aj v našej práci netýkal šedých transakcií firiem. Touto metódou im vyšiel výsledok ukazujúci, že SZČO majú v skutočnosti 1.5 násobok priznaného príjmu.

2.4 Metóda podielu obeživa a dopytu po obežive

Dôležitým predpokladom tejto metódy je, že šedá ekonomika sa prejavuje iba formou hotovostných transakcií.

Myšlienka odhadu veľkosti šedej ekonomiky je založená na určení pomeru oficiálnej a šedej ekonomiky. Keďže v šedej ekonomike nepredpokladáme žiadne bankové prevody, je reprezentovaná iba časťou obeživa. Naopak oficiálna ekonomika je reprezentovaná množstvom obeživa a bankových vkladov v oficiálnom sektore.

Rovnica determinujúca objem šedej ekonomiky je nasledujúca:

$$\frac{SE}{OE} = \frac{SOB}{OOB + VKL}$$

$$SE = \frac{SOB}{OOB + VKL} OE$$

Kde, OE je oficiálna ekonomika, SE je šedá ekonomika, SOB je šedé obeživo OOB je oficiálne obeživo ($SOB + OOB = OB$), VKL sú vklady

O rozdelení obeživa medzi šedú a oficiálnu ekonomiku nemáme dostatok informácií potrebných na jednoznačné určenie šedej ekonomiky. Preto si umelo zavedieme ďalšiu premennú c , ktorá bude vyjadrovať pomer medzi vkladmi a oficiálnym množstvom obeživa. po tejto transformácii získame vzťah:

$$SE = \frac{OB - cVKL}{cVKL + VKL} OE$$

Poznáme celkové obeživo aj vklady ako aj celkové množstvo oficiálnej ekonomiky. Jedinou neznámou teda ostáva pomer c . Tento problém je vyriešený nasledujúcim spôsobom.

Predpokladajme, že v roku 0 je množstvo šedej ekonomiky nulové. Takže obeživo v tomto roku je iba oficiálne. Keďže celkové obeživo a vklady poznáme, ich pomer c je známy. Záverečný predpoklad hovorí že tento pomer sa v čase nemení.

Podľa [4] je však táto metóda už pred výskumom odsúdená k neúspechu, z dôvodu zložitosti predpokladov, tak ako všetky metódy sledujúce šedú ekonomiku s makroekonomického hľadiska.

Známa veľkosť šedej ekonomiky v nejakom roku a nemennosť parametra, býva najväčším problémom pri týchto metódach. Medzi odborníkmi totiž panuje zhoda, že neexistujú v žiadnej krajine dáta o obežive a vkladoch bez šedej ekonomiky.

2.5 Analýza pomocou spotreby elektrickej energie

V niektorých krajinách je problémom analýzy šedej ekonomiky nedostupnosť, resp. neexistencia dát. Jedná sa najmä o menej vyspelé a rozvojové krajiny. Existuje však metóda analýzy, ktorá odhaduje šedú ekonomiku pomocou spotrebovanej elektrickej energie.

Myšlienka spočíva v odhade celkovej veľkosti ekonomiky pomocou spotreby elektrickej energie. V práci [2] sa predpokladá, že spotreba energie je v takomto prípade najlepší ukazovateľ celkovej ekonomickej aktivity vďaka vysokej korelácii a skoro lineárnej závislosti. Na druhej strane oficiálna časť ekonomiky je opísaná pomocou HDP danej krajiny. A teda rozdiel medzi odhadom celkovej a oficiálnej ekonomiky tvorí práve neoficiálna, resp. šedá ekonomika.

Je mnoho faktorov, ktoré ovplyvňujú spotrebu elektrickej energie, napríklad jej množstvo môžu ovplyvniť rôzne technologické problémy, alternatívne palivá, rast cien elektrickej energie a pod. V [2] preto podľa Kaufmanna a Kaliberdu (1996) zaviedli do výpočtu elasticitu opisujúcu rast, resp. pokles množstva spotrebovanej energie. Rozdelili svetové ekonomiky na tri základné kategórie, a to:

- Energicky efektívne ekonomiky, z Európy ide najmä o krajiny strednej a západnej európy, kde boli výrazné zmeny cien, ktoré začali pomerne skoro. V tejto skupine predpokladajú elasticitu okolo 0.9.
- Energicky neutrálne ekonomiky sú najmä balkánske krajiny. Tu taktiež došlo k zmene cien avšak neskôr. Elasticita je v tejto skupine odhadovaná okolo 1.
- Energeticky neefektívne ekonomiky, patria sem najmä krajiny bývalého sovietskeho zväzu, s pomerne malými zmenami cien. Odhadovaná elasticita sa pohybuje okolo 1.15

Pre výpočet je potrebné zbierať dáta o spotrebe elektrickej energie a HDP v danej krajine a pomerne ich vyjadriť oproti prvému roku. Následný výpočet v aktuálnom roku je empirický.

V [2] sa ukázalo, že vhodný výpočet v tejto metóde je nasledujúci. Nech

- S_i je celkový odhad šedej ekonomiky v roku i ako percento HDP.
- OE_i je ukazovateľ oficiálnej ekonomiky v roku i , ide o pomer HDP zo základného roku k HDP v roku i
- SE_i je ukazovateľ šedej ekonomiky v roku i
- ELE_i je ukazovateľ celkovej ekonomiky v roku i , ide o pomer spotreby elektrickej energie v základnom roku a spotreby v roku i

- E_i je spotreba elektrickej energie v roku i
- δ je elektrická elasticita (opísaná vyššie)

Potom

$$S_i = \frac{SE_i}{OE_i},$$

pričom

$$SE_i = ElE_i - OE_i = ElE_{i-1} + \frac{E_i - E_{i-1}}{E_i \cdot \delta} \cdot ElE_{i-1} - OE_i$$

.

2.6 MIMIC a výsledky

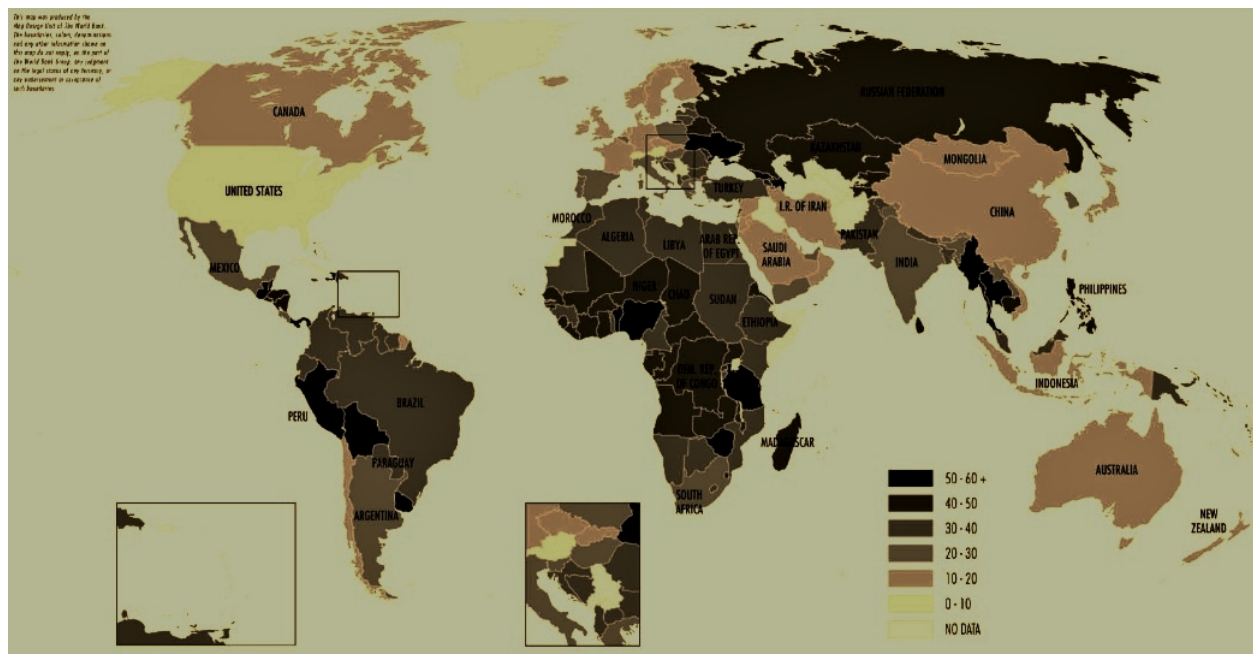
Jeden z najuznávanejších odborníkov na šedú ekonomiku v súčasnosti, ekonóm Schneider, vo svojej štúdií [1] zhrnul výsledky získané metódou využívajúcou MIMIC. Pre zložitosť sa jej nebudeme venovať do podrobností. Jej podstatou je zložitý ekonometrický model zahŕňajúci viacero faktorov pôsobiach na rast, resp. pokles šedej ekonomiky, ako napríklad daňová morálka, kvalita štátnych inštitúcií, miera nezamestnanosti a pod.

V nasledujúcej tabuľke budeme interpretovať výsledky z [1] získané využitím metódy MIMIC. Zameriame sa najmä na Slovensko, okolité krajiny a významné svetové krajiny. Pre zaujímavosť následne uvádzame obrázok, ktorý zobrazuje stav šedej ekonomiky vo všetkých krajinách.

Krajina	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	priemer
Slovensko	18.9	18.9	18.8	18.6	18.3	18.1	17.6	17.2	16.8	18.1
Česká re- publika	19.3	19.1	18.9	18.8	18.7	18.4	17.8	17.3	17.0	18.4
Rakúsko	10.0	9.8	9.7	9.8	9.8	9.8	9.8	9.6	9.5	9.8
Maďarsko	25.4	25.1	24.8	24.5	24.4	24.1	24.0	23.7	23.7	24.4
Ukrajina	52.7	52.2	51.4	50.8	49.7	48.8	47.8	47.3	46.8	49.7
Poľsko	27.7	27.6	27.7	27.7	27.5	27.3	26.9	26.4	26.0	27.2
Nemecko	16.4	16.0	15.9	16.1	16.3	16.1	16.0	15.6	15.3	16.0
Rusko	47.0	46.1	45.3	44.5	43.6	43.0	42.4	41.7	40.6	43.8
Veľká Británia	12.8	12.7	12.6	12.6	12.5	12.4	12.4	12.3	12.2	12.5
Španielsko	23.0	22.7	22.4	22.4	22.4	22.5	22.4	22.4	22.2	22.5
Taliansko	27.8	27.1	26.7	26.8	27.0	27.0	27.1	26.9	26.8	27.0
Grécko	28.5	28.7	28.2	28.0	27.4	27.1	26.9	26.4	26.5	27.5
Švédsko	19.6	19.2	19.1	19.0	18.7	18.5	18.6	18.2	17.9	18.8
USA	8.8	8.7	8.8	8.8	8.7	8.6	8.5	8.4	8.4	8.6
Japonsko	11.4	11.2	11.2	11.3	11.2	10.9	10.7	10.4	10.3	11.0
Čína	13.2	13.1	13.0	12.9	12.8	12.6	12.5	12.2	11.9	12.7

Tabuľka 6: Percento šedej ekonomiky z HDP, Zdroj:[1]

Na nasledujúcom obrázku je zobrazená mapa sveta, pričom odtiene resp. tmavosť farby daného štátu opisuje šedú ekonomiku v ňom.



Obr. 2: Rozšírenie šedej ekonomiky, Zdroj:[1]

Nie je prekvapením, že najväčšie percento HDP tvorí šedá ekonomika v afrických a juhoamerických krajinách, kde sú štruktúry štátu slabé, veľká časť populácie sa venuje poľnohospodárstvu, priemysel je relatívne málo rozvinutý a sektor služieb sa dá prenesene nazvať "živelný". Dôvera voči vládam je v týchto krajinách nízka. Z dôvodu nedôvery v efektívne využitie daní sa snaží využiť obyvateľstvo svoje zárobky priamo bez zdanenia.

Naopak medzi krajiny s najmenej podvádzajúcim obyvateľstvom patria Spojené Štáty Americké, ako aj Rakúsko, či Švajčiarsko.

3 Naša práca

3.1 Metodika

3.1.1 Získané dáta

Ako bolo už v našej práci viackrát spomenuté pokúsime sa odhaliť transakcie šedej ekonomiky týkajúce sa fyzických osôb. Nebudeme sa venovať časti šedej ekonomiky, tvorenej fingovaným účtovníctvom firiem. Ide najmä o postupy v ktorých si ich majitelia rôznymi spôsobmi kamuflujú získane príjmy a vyhýbajú sa tak daňovými odvodovými povinnosťami.

Štatistický úrad získava pravidelne s cieľom monitorovania sociálnej situácie obyvateľstva údaje o rodinných účtoch. Základnými ukazovateľmi sú spotrebné výdavky, ostatné peňažné výdavky (dane, splátky a pod.) a príjmy.

Výber spravodajských jednotiek, teda jednotlivých domácností sa uskutočňuje formou dvojstupňového stratifikovaného náhodného výberu, pričom stratami boli kraj a veľkostná skupina obce.

Subjektami zisťovania sú hospodáriace domácnosti, tvorené sú osobami s trvalým bydliskom v jednom byte a spoločne hradiacimi základné finančné výdaje na chod domácnosti.

Zisťovanie prebieha dva mesiace, pričom predmetom zisťovania sú príjmy a výdavky súkromných domácností. Prvý mesiac poskytujú údaje s svojich príjmoch a výdajoch v hrubých hodnotách. V druhom zaznamenávajú tieto údaje v detailnom členení.

Keďže ide o zisťovanie v období dvoch mesiacov, je z hľadiska nášho pozorovania vhodné uviesť si, že vysoké výdavky veľmi vychýlených domácností mohli byť spôsobené jednorázovým výdavkom napr. dovolenkou, prerábkou domu, kúpou auta, nábytku a pod.

Hospodáriace domácnosti boli rozdelené podľa príslušného prednostu domácnosti. Bol ním člen domácnosti podľa dohody, zvyčajne však to bol člen s najvyšším príjmom.

Prednosta môže byť zamestnanec, čiže osoba poberajúca príjem od zamestnávateľa, samostatne zárobkovo činná osoba pracujúca vo vlastnom podniku, starobný dôchodca, čiže osoba poberajúca starobný dôchodok, ktorá nie je zamestnaná alebo nepodniká a

iní boli všetky ostatné osoby.

Je pochopiteľné, že pre skutočný pohľad na činnosť a rozšírenie šedej ekonomiky v súkromnom sektore musia byť splnené nasledujúce dva predpoklady. Prvým je, že aj veľmi aktívni konatelia šedej ekonomiky sú ochotní zapísať to do výkazu, resp. ak sa snažia neoficiálne príjmy a výdavky zakamuflovať, urobia to nešikovne. A druhým je, že jednotlivé domácnosti na Slovensku sa správajú veľmi podobne ako domácnosti vybrané do zisťovania, teda platí akási obdoba zákona veľkých čísel a v zisťovaní zachytíme aj výrazne menšinové správanie.

Počet domácností v zisťovaní sa spravidla pohybuje okolo 4700 domácností.

Podarilo sa nám získať dáta z rodinných účtov z obdobia 5 rokov 2007 až 2011. Z dôvodu veľkého objemu dát, bolo potrebné vykonať dve analýzy. Rozhodli sme sa rozdeliť dáta na obdobie pred krízou, čiže roky 2007, 2008 a na obdobie po kríze, t.j. roky 2009 až 2011.

3.1.2 SVD

Princíp odhalenia nezrovnalostí vo vykazovaní príjmov a výdavkov je založený na použití singulárneho rozkladu (Singular Value Decomposition). V nasledujúcom odseku skonštruujeme singulárny rozklad pre všeobecnú maticu.

Veta o singulárnom rozklade: Nech A je obdĺžniková matica typu $m \times n$. Potom existuje taká ortogonálna matica V typu $n \times n$, ortogonálna matica U typu $m \times m$ a obdĺžniková, diagonálna matica Σ typu $m \times n$ tak, že platí $A = U\Sigma V^T$ a matica Σ je tvaru

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & & & & & \\ 0 & \dots & \sigma_r & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}$$

Čísla $\sigma_1, \dots, \sigma_r$ sú singulárne hodnoty, pričom r je hodnosť matice A . Rozklad $A = U\Sigma V^T$ nazývame singulárny rozklad matice A .

Dôkaz: Skonstruujeme postupne matice V , U a Σ .

Vytvoríme maticu $A^T A$, je to štvorcová a symetrická matica typu $n \times n$. Preto pre ňu existuje ortonormálna báza pozostávajúca z vlastných vektorov:

$$A^T A x_i = \lambda_i x_i,$$

pričom $x_i^T x_j = 1$ ak $j = i$ a $x_i^T x_j = 0$ ak $j \neq i$ pre $i, j = 1, \dots, n$. Všetky vlastné čísla sú nezáporné, pretože

$$x_i^T A^T A x_i = x_i^T \lambda_i x_i = \lambda_i, \lambda_i = \|A x_i\|^2 \geq 0.$$

Ak je hodnosť matice A rovná r , potom prvých r vlastných hodnôt $\lambda_1 \dots \lambda_r$ je nenulových a ostatné sú nulové, čiže $\lambda_j = 0$ pre $j > r$, teda $A x_j = 0$. Matica V bude tvorená vektormi $x_1, x_2, \dots, x_n$. Keďže vlastné hodnoty λ_i sú nezáporné, môžeme položiť $\sigma_i = \sqrt{\lambda_i}$ pre $i = 1, \dots, r$. Vytvorme vektory $y_i = A x_i / \sigma_i$, $i = 1, \dots, r$. Tie sú navzájom ortonormálne, čo môžeme overiť výpočtom:

$$y_j^T y_i = x_j^T A^T A x_i / \sigma_j \sigma_i = \lambda_i x_j^T x_i / \sigma_j \sigma_i$$

potom $\lambda_i x_j^T x_i / \sigma_j \sigma_i = \lambda_i / \sigma_i^2$ ak $i = j$ a pre $i \neq j$ platí $\lambda_i x_j^T x_i / \sigma_j \sigma_i = \lambda_i x_j^T x_i / \sigma_j \sigma_i = 0$. Zatiaľ sme skonstruovali vektory $x_1, \dots, x_n \in R^n$ a $y_1, \dots, y_r \in R^m$.

Tie potrebujeme doplniť vektormi $y_{r+1}, \dots, y_m$ na ortonormálnu bázu R^m , čím vytvoríme ortogonálnu maticu $Q_1 = (y_1, \dots, y_m)$ typu $m \times m$.

Zistíme čomu sa rovná matica:

$$U^T A V = (y_1, \dots, y_m)^T A (x_1, \dots, x_n)$$

Prvok $y_j^T A x_i$ zodpovedá zložke v riadku j a stĺpci i matice $U^T A V$ typu $m \times n$. Ak $i > r$ potom $A x_i = 0$ a teda aj $y_j^T A x_i = 0$. Ak $i \leq r$ a $i \neq j$ potom platí, že $y_j^T A x_i = 0$, pretože $y_j = A x_j / \sigma_j$, a teda $y_j^T = x_j^T A^T / \sigma_j$, pričom platí $x_j^T A^T A x_i / \sigma_j = 0$. Ak $i = r$ a

$i = j$, tak $y_i^T A x_i = \sigma_i$, a teda matica bude naozaj diagonálna

$$U^T A V = \begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & & & & & \\ 0 & \dots & \sigma_r & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}$$

Po prenasobení V^T sprava a U zľava dostaneme pôvodnú maticu A , čím sme skonštruovali singulárny rozklad a dokázali vetu.

3.1.3 Postup analýzy

Princíp si ukážeme na príklade dát z roku 2007 zo Štatistického úradu.

V matici $A_{4698 \times 110}$ sú v stĺpcoch jednotlivé položky zo zisťovania a po riadkoch sú domácnosti. Spravíme singulárny rozklad matice A , teda $A = U \Sigma V^T$. Potom matica U je štvorcová typu 4698×4698 a matica V je takisto štvorcová typu 110×110 . V matici Σ ktorej rozmery sú 4698×110 sú na diagonále usporiadané singulárne hodnoty matice A od najväčšej po najmenšiu.

Cieľom našej snahy je zrekonštruovať odhad pôvodnej matice A pomocou vektorov so singulárneho rozkladu. Ak je prvá singulárna hodnota dostatočne veľká, aproximuje súčin $u_1 \sigma_1 v_1^T$ rozkladanú maticu A dostatočne presne. Súčin $u_2, \sigma_2 v_2^T$ potom možno chápať ako vyrovnanie chýb oproti prvému odhadu.

Na tomto princípe je založená naša myšlienka, že od istého momentu pridávania pravých singulárnych vektorov do odhadu matice A aproximujeme príjmy a výdavky aj pre tie domácnosti, ktoré sa pokúšali nejakým spôsobom zakamuflovať príjmy získané z ekonomicky šedej činnosti.

Počet pravých singulárnych vektorov sme určili tak, aby podiel druhých mocnín nami určeného počtu singulárnych hodnôt a celkového počtu singulárnych hodnôt bol 95 %. Ak je tento počet práve p vezmeme prvých p singulárnych vektorov. Singulárny rozklad X matice A orezaný na p pravých singulárnych vektorov teda bude vyzeráť ako

nasledujúci súčin $X = U \times \Sigma \times \bar{V}^T$.

Pokúsime sa vytvoriť maticu parametrov P , pre ktorú platí $X = P\bar{V}$, ktorej riadok j obsahuje parametre opisujúce ako prvý až p -ty singulárny vektor ovplyvňuje konkrétnu spotrebu, resp. príjem rodiny j . Odhad vytvoríme minimalizovaním odchýlky od pôvodnej matice A .

Zároveň sme sa rozhodli zakomponovať do tohto odhadu maticu vierohodnosti D , ktorá bude diagonálna a jej prvky na diagonále budú opisovať dôveryhodnosť jednotlivým stĺpcom, teda položkám vo výkazoch domácností. Napríklad predpokladáme, že v prípade potravín minú spotrebitelia s rôznymi príjmami úmerné sumy, ktoré pri vyplňaní dotazníkov neskresľujú, a teda stĺpcom opisujúcim položky základnej a pravidelnej ľudskej spotreby môžeme veriť a zároveň máme istú lineárnu závislosť medzi príjmami a výdavkami. V matici vierohodnosti zvolíme hodnotu 1. Naopak príjmy získané za samostatnú pracovnú činnosť budeme považovať za nedôveryhodné, čiže v matici zvolíme veľmi malú až nulovú hodnotu.

Chceme teda vytvoriť odhad $\|OdhadA = P \times \bar{V}\|$. Keďže minimalizujeme chybu $\|OdhadA - A\|$ vzhľadom na dôveryhodné stĺpce, môžeme po pridaní matice vierohodnosti minimalizovať nasledujúci súčin $\|(P\bar{V} - A)D\|$. Použijeme metódu najmenších štvorcov

$$|(P\bar{V} - A)D| = \min$$

$$P\bar{V}D = AD$$

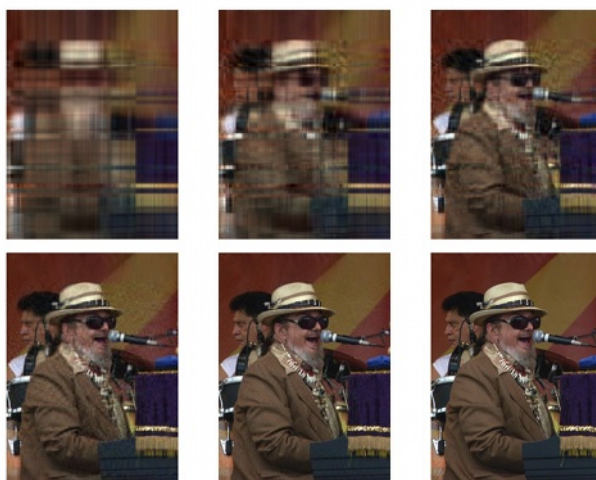
$$P\bar{V}DD^T\bar{V}^T = ADD^T\bar{V}^T$$

$$P = ADD^T\bar{V}^T(\bar{V}DD^T\bar{V}^T)^{-1}$$

Skontrolujme rozmery matíc a zamyslime sa nad regularitou matice $\bar{V}DD^T\bar{V}^T$. Keďže D je diagonálna matica s rozmerom 110×110 , tak aj DD^T bude diagonálna s rozmerom 110×110 . Matica $\bar{V}$ je veľkosti $p \times 110$ čiže maticový súčin $\bar{V}DD^T\bar{V}^T$ bude mať rozmer $p \times p$. Vidíme, že je štvorcová, čiže má zmysel zamýšľať sa nad jej regularitou. Matica V je ortogonálna čiže matica $\bar{V}$ bude obsahovať iba lineárne nezávislé stĺpce. Keďže matica D bola zvolená tak, aby na diagonále neobsahovala nuly, resp. iba jednu na mieste príjmov SZČO, bude maticový súčin $\bar{V}DD^T\bar{V}^T$ spravidla považovať

za invertovateľný, treba všal sledovať jeho číslo podmienenosti. Matica A má rozmer 4698×110 a súčin $DD^T\bar{V}^T$ zasa $110 \times p$, a teda výsledné P bude mať rozmer $4698 \times p$. Nakoniec po dosadení do vzorca na odhad $X = P\bar{V}$ získame odhad pôvodnej matice A s rozmermi 4698×110 .

Na nasledujúcom obrázku si ukážeme ako sa mení kvalita zobrazenia po zvyšovaní dimenzie, resp. pridávaní riadkových vektorov do matice V , resp. pridávaní singulárnych hodnôt do diagonálnej matice.



Obr. 3: Aplikácia SVD, Zdroj: "<http://tulane.edu/sse/ccs/about/ccsartshow2011.cfm>"

Výsledný odhad interpretuje lineárne závislosti medzi jednotlivými zložkami zisťovania, a teda aj závislosť spotreby od príjmov. Ak v diagonálnej matici zvolíme hodnoty tak, aby príjmy mali váhu približne 0, odhad zobrazí príjmy, ktoré by mali mať domácnosti s jednotlivými spotrebami.

Ako odhad šedej ekonomiky budeme považovať rozdiel medzi skutočnými a odhadnutými celkovými príjmami domácností.

3.2 Údaje o rodinných účtoch

Podarilo sa nám získať dve skupiny dát. Jednu tvoria nami získané dáta obsahujú 110 položiek (stĺpcov) opisujúcich spotrebu 24 968 rodín (riadkov) v priebehu rokov 2007-2011. Prvé stĺpce obsahujú informatívne dáta o jednotlivých domácnostiach, a to rok

spracovania, označenie spravodajskej jednotky a počet členov v domácnosti.

Domácnosti, sú zoradené podľa číselníka po 79 okresoch, pričom pridelený kód obsahuje aj kód okresu, odkiaľ domácnosť pochádza. Je dôležité uvedomiť si, že spotreba v Bratislavskom kraji je iná ako v Prešovskom, a teda aj odhadnutá matica môže v rôznych častiach mať rôznu mieru priblíženia.

Ďalšie nami získané informácie o domácnostiach sú príjmy domácností. Sú rozdelené do troch skupín, príjmy zo zamestnania, príjmy zo samostatnej zárobkovej činnosti a celkové čisté príjmy domácností. Celkové príjmy pochádzajú z viacerých zdrojov ako dvoch uvedených ako napríklad príjmy z dôchodku, sociálne príjmy atď, ktoré sa nám však nepodarilo získať.

Zvyšné informácie v jednotlivých stĺpcoch hovoria o spotrebe a výdavkoch domácností. Údaje sú rozdelené do nasledujúcich skupín:

- Potraviny a nealkoholické nápoje
- Alkoholické nápoje a tabak
- Odievanie a obuv
- Bývanie, voda, električka, plyn a palivá
- Doprava
- Zdravotníctvo
- Spoje(telefon, fax a pod.)
- Rekreačia a kultúra
- Vzdelanie
- Hotely, kaviarne, reštaurácie
- Rozličné tovary a služby
- Iné služby inde neklasifikované

pričom každá skupina je ešte následne rozdelená do konkrétnych podskupín, napríklad skupina Zdravotníctvo je rozdelená na ambulantné zdravotnícke služby, zdravotnícke prístroje a zariadenia, farmaceutické produkty, služby lekárov a pod.

V 1. kapitole sme opísali faktory a pravdepodobné príčiny šedej ekonomiky. Zmysel ale má aj zamyslenie nad vplyvom krízy.

Vplyv krízy na šedú ekonomiku rozdeľuje ekonómov na dve skupiny. Prvá je presvedčená, že kríza musí ovplyvniť šedú ekonomiku, práve z dôvodov uvedených v 1. kapitole. S krízou totiž v krajine zvyčajne klesá kvalita štátových inštitúcií, daňová morálka a takisto ochota ľudí vzdať sa časti svojich príjmov v prospech štátu, pretože počas krízy sa ľudia snažia ušetriť si čo najviac peňazí pre vlastnú potrebu a rezervu.

S krízou však klesajú aj investície, a o toto tvrdenie sa opiera druhá skupina ekonómov, ktorá tvrdí nasledujúce: Keďže klesajú investície, klesá aj možnosť šedej ekonomiky, a teda ľudia síce nie sú ochotní zaplatiť v prípade "podpultového" nákupu dane štátu, ale na druhej strane nemajú záujem nakupovať všeobecne, pričom si mnoho tovarov odopierajú. Práve preto si časť ekonómov myslí, že kríza nemá resp. má opačný vplyv na rast šedej ekonomiky.

V závere práce sa pokúsime vyvrátiť, resp. potvrdiť názor, že kríza ovplyvňuje veľkosť šedého sektora.

Pozrime sa na zmeny základných výdavkových skupín popísaných vyššie v priebehu sledovaných rokov. Získané údaje z jednotlivých rokov zobrazíme v tabuľke, ktorá zobrazuje spotrebu priemerného člena domácnosti. Pre možnosť porovnania bolo potrebné dáta z rokov 2008 a 2009 previesť na eurá, ako konverzný kurz sme použili 30,126. Následne sme údaje očistili od inflácie.

Ukázalo sa, že zrejme vplyvom krízy, začali na prelome rokov 2008 a 2009 spotreby rodín klesať. Prekvapivo pôsobí najvýraznejší pokles výdajov na potraviny, ktorý si vysvetľujeme obmedzeným nákupom luxusných potravín jednotlivých rodín. Na druhej strane je zaujímavé, že trend nákupu drahších šiat a obuvi nezastavila ani kríza, naopak prijatie eura v roku 2009 nákup týchto tovarov zrejme ešte posilnilo.

spotreby	2007	2008	2009	2010	2011
Potraviny a nealkoholické nápoje	75.775	78.271	69.912	69.095	65.539
Alkoholické nápoje a tabak	8.819	8.776	8.424	9.244	8.355
Odievanie a obuv	12.982	12.825	16.599	15.004	14.708
Bývanie, voda, elektrina, plyn a palivá	74.944	76.365	72.514	70.266	67.397
Zdravotníctvo	9.444	10.766	10.0754	10.239	9.937
Doprava	26.551	25.270	21.474	17.728	19.951
Spoje(telefon, fax a pod.)	15.833	16.715	16.835	15.416	14.747
Rekreácia a kultúra	21.297	26.768	21.551	19.662	20.295
Vzdelanie	1.836	1.181	1.033	0.727	0.916
Hotely, kaviarne, reštaurácie	13.745	15.614	14.258	12.398	13.603
Rozličné tovary a služby	22.950	20.997	20.376	18.140	17.376

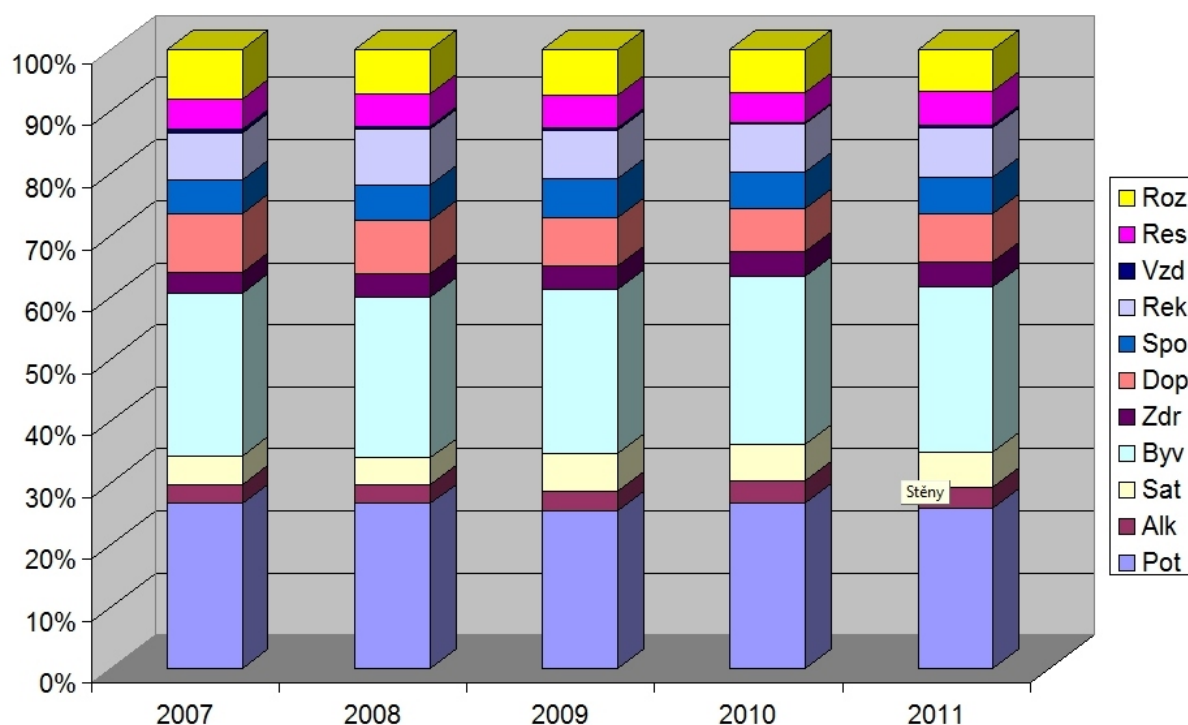
Tabuľka 7: Vývoj spotrieb v rokoch 2007-2011

Pre vyššiu prehľadnosť pripájame aj obrázok zobrazujúci rozdelenie a vývoj spotreby priemerného člena domácnosti v priebehu sledovaných rokov.

3.3 Odhad šedej ekonomiky

Pokúsili sme sa vyššie opísanou metódou, analyzovať šedú ekonomiku v rokoch 2007-2011. Pre potreby odhadnutia veľkosti šedého sektora, bolo potrebné vhodne zvoliť maticu dôveryhodnosti. Položkám pravidelnej a základnej ľudskej spotreby sme pridelili hodnoty 1. Naopak príležitostným nákupom, ako napríklad nábytok, sme pridelili nízku hodnotu (0.1-0.5) aby nákupy daných tovarov neovplyvnili odhad príjmov významným spôsobom. Položky s nízkou dôveryhodnosťou ako napríklad spotreba benzínu, sme takisto vážili nízkymi hodnotami.

Najdôležitejšie z hľadiska našej metódy bolo vhodne prideliť hodnoty príjmom. Príjmy zo zamestnania sme podľa vzoru [11] ohodnotili ako plne dôveryhodné, čiže



Obr. 4: Vývoj a rozdelenie spotrieb

váhou 1. Naopak príjmy SZČO, sme ohodnotili ako najviac nedôveryhodné, čiže sme ich vážili váhou 0. Zároveň sme pri príjmoch SZČO použili jedinú nulovú hodnotu v celej diagonálnej matici vierohodnosti. Čisté príjmy domácností sme ohodnotili váhou 0.1, keďže zahŕňajú aj iné príjmy.

V nasledujúcich častiach sa pokúsime interpretovať a vysvetliť výsledky z jednotlivých rokov.

3.3.1 Rok 2007

Ako prvé bolo potrebné určiť vhodný počet singulárnych vektorov. Určili sme ho tak, aby podiel noriem nami určeného počtu singulárnych hodnôt a noriem ich celkového počtu prevyšoval 95 %. V roku 2007 na to stačilo prvých 5 singulárnych vektorov.

Myšlienka spočíva aj v tom, že vďaka 95 % podielu aproximujeme naším odhadom dáta dostatočne presne. Zároveň sme vychádzali z predpokladu, že čiastočný singulárny rozklad sa pridávaním dodatočných singulárnych hodnôt bude približovať matici A (obsahujúcej skreslené príjmy a výdavky). To znamená, že niektoré zo singulárnych vektorov budú zodpovedné za kompenzáciu šedej ekonomiky. Kandidát vektora na "za-

šedenie" dát by mohol vyzerat' tak, že príjmy a výdavky majú opačné znamienka.

V nasledujúcej tabuľke zobrazíme hodnoty v 1. až 5. singulárnom vektore zodpovedajúce hlavným výdavkovým skupinám a čistým príjmom domácností.

položky	1	2	3	4	5
príjmy	0.771	-0.049	0.484	-0.127	-0.146
potraviny	0.115	0.001	0.080	0.182	0.422
alkohol	0.013	0.0006	0.008	0.023	0.056
saty	0.0202	0.001	0.012	0.036	0.084
byvanie	0.103	0.0001	0.0764	0.219	0.313
nabytok	0.025	0.001	0.024	0.57	-0.243
zdravie	0.012	-0.0003	0.008	0.018	0.041
doprava	0.057	0.584	0.004	0.046	0.071
spoje	0.025	0.001	0.017	0.040	0.091
rekreacia	0.033	0.002	0.034	0.089	0.217
vzdelavanie	0.003	0.002	0.004	0.016	0.012
restauracie	0.024	0.001	0.016	0.058	0.090
rozlicnesluzby	0.038	0.005	0.025	0.089	0.156
súčet spot- rieb	0.475	0.603	0.313	1.394	1.312
sing. hod. v mil.	2.80	1.51	0.90	0.63	0.53

Tabuľka 8: singulárne vektory 2007

Stĺpce v tabuľke tvoria singulárne vektory prvého až piateho stupňa. Vektory ktoré by mohli niesť informáciu o šedej ekonomike sú 2, 4 z dôvodu rozdielnych znamienok príjmov a výdavkov. Zamyslime sa teda nad kandidátmi hlbšie.

Druhý vektor má takmer všetky hodnoty veľmi nízke až na dopravu, tento vektor teda možno chápať ako napravenie odhadu dopravy voči jej prvému odhadu (prvým vektorom). Tohoto kandidáta ponecháme v odhade s vedomím, že možno nesie malú informáciu o šedej ekonomike vo forme nepriznanej spotreby benzínu(hodnota príjmov je ale malá).

Štvrtý vektor sme sa rozhodli z dôvodu podozrenia na nosiča "šedej informácie" z odhadu vylúčiť.

Následný odhad šedej ekonomiky sme vytvorili ako rozdiel nami odhadnutých čistých

príjmov hospodáriacich domácností a čistými príjmami zo zisťovania. Pecenťo šedej ekonomiky sme určili ako podiel $1 - \frac{cpHD}{cpHD + SE}$ pričom ŠE je objem nami odhadnutej šedej ekonomiky, cpHD je suma čistých príjmov hospodárskych domácností zo zisťovania.

V roku 2007 vyšiel odhad šedej ekonomiky ako 15.83 %. Toto číslo treba chápať takto: príjmy priznané v zisťovaní sú v skutočnosti len 84.16 % reálnych príjmov všetkých domácností.

Ako sa ukáže najmä v roku 2009, má táto metóda veľkú chybu. Keďže singulárne hodnoty su zoradené podľa veľkosti, spôsobí veľký rozdiel vo výslednom odhade odstránenie jedného z prvých dvoch vektorov, keďže prvé dve singulárne hodnoty obsiahnu 85 % výsledného odhadu(ako podiel noriem), zatiaľ čo odstránenie zvyšných vektorov spôsobí iba malú odchýlku. To znamená, že ak odstránime jeden z prvých dvoch vektorov je veľmi pravdepodobné, že spolu so šedou ekonomikou stratíme aj mnoho informácií potrebných na relevantný odhad pôvodnej matice.

3.3.2 2008

Vhodný počet vektorov v roku 2008 bol 6. Zaujímavé je, že kandidátmi na "šedé vektory" sú opäť druhý a štvrtý vektor. Vysvetľujeme si to podobnosťou dát pri dostatočne veľkom rozmere. Pre druhý singulárny vektor opäť platí, že ho nie je potrebné dávať preč, jednak z dôvodu, že veľmi málo ovplyvňuje príjmy a väčšinu výdavkov a takisto z dôvodu, že vektor výrazne ovplyvňuje iba dopravu.

Naopak štvrtý vektor sa opäť javí ako jeden z nositeľov šedého šumu. Z tohoto dôvodu sme sa rozhodli opäť ho do odhadu nezakomponovať.

položky	1	2	3	4	5	6
príjmy	0.754	-0.006	0.444	-0.106	-0.295	0.354
potraviny	0.114	0.023	0.111	0.388	-0.014	-0.232
alkohol	0.013	0.002	0.012	0.045	0.0001	-0.032
saty	0.019	0.003	0.019	0.067	0.0005	-0.046
byvanie	0.102	0.021	0.100	0.364	-0.006	-0.229
nabytok	0.025	0.010	0.030	0.126	0.023	-0.157
zdravie	0.014	0.003	0.011	0.047	-0.001	-0.025
doprava	0.045	0.590	-0.021	0.066	0.020	-0.031
spoje	0.025	0.008	0.023	0.088	0.009	-0.046
rekreacia	0.003	0.001	0.003	0.013	0.003	-0.005
vzdelavanie	0.011	0.007	0.011	0.161	0.461	0.395
restauracie	0.001	0.0003	0.0002	0.003	0.002	-0.0008
rozlicnesluzby	0.001	0.0006	0.003	0.010	-0.0007	-0.007
súčet spot- rieb	0.379	0.673	0.305	1.384	0.497	-0.388
sing. hod. v mil.	3.049	1.196	0.929	0.587	0.448	0.414

Tabuľka 9: singulárne vektory 2008

Odhad šedých príjmov v roku 2008 vyšiel 8.64813 %.

3.3.3 2009

Vhodný počet vektorov v roku 2009 bol 5. V nasledujúcej tabuľke opäť vypíšeme prvých 5 singulárnych vektorov.

položky	1	2	3	4	5
príjmy	0.794	-0.538	-0.021	-0.249	-0.122
potraviny	0.096	0.012	0.048	0.323	-0.071
alkohol	0.011	0.001	0.005	0.040	-0.008
saty	0.024	0.002	0.018	0.090	-0.022
byvanie	0.091	0.013	0.034	0.299	-0.065
nabytok	0.020	0.001	0.013	0.088	-0.008
zdravie	0.012	-0.001	0.006	0.036	-0.008
doprava	0.037	0.047	0.595	-0.019	-0.016
spoje	0.024	0.002	0.011	0.081	-0.018
rekreacia	0.003	0.0006	0.002	0.012	-0.002
vzdelavanie	0.007	-0.0004	0.004	0.045	-0.013
restauracie	0.0006	0.0003	0.001	0.002	-0.0009
rozlicnesluzby	0.001	0.0006	0.001	0.006	-0.002
súčet spot- rieb	0.333	0.080	0.744	1.008	-0.238
sing. hod. v mil	1.08	3.64	0.313	0.25	0.017

Tabuľka 10: singulárne vektory 2009

Druhý vektor vyzerá ako nositeľ informácie o šedej ekonomike pretože takmer s nulovou spotrebou výrazne mení príjmy. Avšak tento vektor nie je možné odstrániť, pretože ako je spomenuté v sekcii o roku 2007, obsahuje okrem šedej informácie aj dôležité informácie ktoré by pri rekonštrukcii odhadu chýbali. Preto v roku 2009 nie je možné odhadnúť touto metódou relevantne šedú ekonomiku, resp. iba je možné odhadnúť šedú ekonomiku s vedomím, že je zrejme podcenená z dôvodu významného šedého vektora. Takýto odhad šedej ekonomiky bol v roku 2009 1.10992 %.

3.3.4 2010-2011

V rokoch 2010 a 2011 sa ani jeden zo singulárnych vektorov nejavil ako výrazný nositeľ informácie o šedej ekonomike. Pomer kladných a záporných zložiek vo vektoroch spotreby bol približne rovnaký.

V roku 2010 sa vhodný počet singulárnych vektorov javil ako 5, pričom výsledný objem šedej ekonomiky nám vyšiel 8.26 %

V roku 2011 bol vhodný počet vektorov 4, pričom odhadnutá veľkosť šedého sektora tvorila 3.32 %. Tento odhad sa javí ako nedôveryhodný, čo si vysvetľujeme tým, že informácia o šedej ekonomike je obsiahnutá už aj v prvých piatich vektoroch bez možnosti ich odstránenia.

Záver

Ukázalo sa, že našou metódou sa šedá ekonomika dá vhodne odhadnúť iba za veľmi obmedzujúcich predpokladov. Je ťažké zhodnotiť vierohodnosť nami zistených výsledkov pretože metóda ukázala množstvo nedostatkov. Medzi najväčšie patrí intuitívne určenia váh a nejasnosť o nositeľoch šedej informácie medzi singulárnymi vektormi.

Keďže vo vzorci odvodenom metódou najmenších štvorcov vystupuje inverzná matica môže malý rozdiel váh spôsobiť veľké rozdiely vo výslednom odhade, teda metóda nie je robustná. Z tohoto dôvodu by na zvýšenie kvality odhadu bolo potrebné vytvoriť model, podľa ktorého by sa dali zvoliť optimálne váhy. Čo sa týka nejasnosti nositeľov šedej informácie, najvhodnejšia možnosť pre kvalitný odhad nastáva keď nositeľ informácie je jeden.

Myšlienku vysvetlíme geometricky. Singulárnym rozkladom sme znižovali dimenziu dát tak, že kombinácia n vektorov vytvorila 1 vektor. V prípade, že by aproximácia nepripojila vektor nesúci informáciu o šedej ekonomike k zvyšným vektorom metóda by fungovala plnohodnotne avšak tento predpoklad sa zdá byť takmer nemožným.

Na druhej strane práca nám priniesla a ozrejmila poznatky, možnosti a obmedzenia singulárneho rozkladu a lineárnej regresie. Takisto umožnila vyskúšať si prácu s reálnymi mnoho rozmernými dátami.

Práca by mohla byť zaujímavá najmä pre ľudí zaujímajúcich sa o filozofické a ekonomické aspekty šedého sektora ekonomiky ako aj pre ľudí zaujímajúcich sa o lineárnu algebru, resp. princíp a možnosti znižovania dimenzií dát pri čo najmenšej možnej strate informácií.

V práci sme sa takisto zamýšľali nad vplyvom ekonomickej krízy na šedú ekonomiku. Predpokladajme teda, že naše odhady z rokov 2007,2008,2010 môžu byť relevantné, potom odhad šedej ekonomiky v týchto rokoch vyzeral nasledujúco:

- v roku 2007 bol odhad 15.837
- v roku 2008 bol odhad 8.648
- v roku 2010 bol odhad 8.261

pričom údaje sú v percentách. Podľa našej práce môžeme vylúčiť možnosť, že ekonomická kríza zvyšuje objem šedej ekonomiky. Podľa našich výsledkov skôr stagnuje, resp.

klesá.

Výsledky odhadnutej šedej ekonomiky interpretujeme ako percento celkových príjmov domácností, teda súčtu čistých a šedých príjmov.

Zoznam použitej literatúry

- [1] Schneider F.: The Shadow Economy and Work in the Shadow: What Do We (Not) Know?, Forschungsinstitut zur Zukunft der Arbeit, March 2012
- [2] Filipec P.: The Shadow Economy Analysis in The Czech Republic, Bachelor thesis, Charles University in Prague, Prague, 2011
- [3] Valentová Z.: ŠEDÁ EKONOMIKA V TEORII A V PRAXI, Bakalárska práca, Masarykova univerzita v Brně, Ekonomicko-správní fakulta, Brno, 2011
- [4] Hanousek J.: Palda F.: VOPRED ODSÚDENÉ K NEÚSPECHU: MERANIE ŠEDEJ EKONOMIKY TRANZITIVNÍCH ZEMÍ POMOCOU MAKROEKONOMICKÝCH METÓD, Národohospodársky ústav AV ČR, Praha, 2006
- [5] Pissarides C. A., Weber Guglielmo.: AN EXPENDITURE-BASED ESTIMATE OF BRITAINS BLACK ECONOMY, London school of Economics, London, 1989
- [6] Easton S.: The Size of the Underground Economy: A Review of the Estimates, <http://www.sfu.ca/~easton/Econ448W/TheUndergroundEconomy.pdf>, January 2001
- [7] Tuček J.: Šedá a černá ekonomika a její ekonomické implikace, Diplomová práca, Masarykova univerzita v Brně, Brno, 2006
- [8] <http://www.cipe.org/topic/informal-sector-and-property-rights>
- [9] Krajčovič D.: Prednášky z maticového počtu 1, FMFI UK, Bratislava, 2012