UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE
FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY

EFEKTIVITA POUŽÍVANIA MINCÍ MEDZI SPOTREBITEĽMI

BAKALÁRSKA PRÁCA

2013 Ivana Švajnerová

UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE
FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY

EFEKTIVITA POUŽÍVANIA MINCÍ MEDZI SPOTREBITEĽMI

BAKALÁRSKA PRÁCA

Študijný program:	Ekonomická a finančná matematika
Študijný odbor:	1114 Aplikovaná matematika
Školiace pracovisko:	Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky
Vedúci práce:	Mgr. Richard Kollár, PhD.

Bratislava 2013

Ivana Švajnerová

Univerzita Komenského v Bratislave
Fakulta matematiky, fyziky a informatiky

61904800

ZADANIE ZÁVEREČNEJ PRÁCE

Meno a priezvisko študenta:	Ivana Švajnerová
Študijný program:	ekonomická a finančná matematika (Jednoodborové štúdium, bakalársky I. st., denná forma)
Študijný odbor:	9.1.9. aplikovaná matematika
Typ záverečnej práce:	bakalárska
Jazyk záverečnej práce:	slovenský

Názov: Efektivita používania mincí medzi spotrebiteľmi

Cieľ: Zistiť aké mince je optimálne nosiť pri sebe pre spotrebiteľa a porovnať, či je lepší európsky alebo americký systém mincí.

Vedúci:	Mgr. Richard Kollár, PhD.
Katedra:	FMFI.KAMŠ - Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky
Vedúci katedry:	prof. RNDr. Daniel Ševčovič, CSc.
Dátum zadania:	10.10.2012
Dátum schválenia:	03.11.2012

doc. RNDr. Margaréta Halická, CSc.
garant študijného programu

....
študent

....
vedúci práce

Abstrakt v štátnom jazyku

ŠVAJNEROVÁ, Ivana: Efektivita používania mincí medzi spotrebiteľmi [Bakalárska práca], Univerzita Komenského v Bratislave, Fakulta matematiky, fyziky a informatiky, Katedra aplikovanej matematiky a šatistiky, školiteľ: Mgr. Richard Kollár, PhD., Bratislava, 2013, 27s.

V našej práci Efektivita používania mincí medzi spotrebiteľmi sa zaoberáme hľadaním pre spotrebiteľa optimálnej sady mincí. Po zmapovaní tržieb a zostrojení histogramov sme zostrojili model, ktorého optimálnym riešením je hľadaná sada mincí. Skúmame aj, ak sa mení optimum vzhľadom na zmenu parametrov vystupujúcich v našom modeli.

Kľúčové slová: spotrebiteľ, používanie euromincí, optimálna sada mincí

Abstrakt v cudzom jazyku

Švajnerová, Ivana: The effectiveness of the use of coins among consumers [Bachelor thesis], Comenius University in Bratislava, Faculty of Mathematics, Physics and Informatics, Department of Applied Mathematics and Statistics, Supervisor: Mgr. Richard Kollar, PhD., Bratislava, 2013, 27s.

In our work efficiency using coins among consumers are dealing with consumers searching for the optimal set of coins. After mapping the sales and construction of histograms, we built a model whose optimal solution is sought set of coins. We investigate and, if the optimum changes due to changing parameters acting in our model.

Keywords: consumer, the use of coins, the optimal set of coins

1 1. Dáta

Na preskúmanie efektivity používania mincí medzi spotrebiteľmi potrebujeme poznať, aké sú ceny, preferencie spotrebiteľov ohľadom množstva mincí, ktoré nosia so sebou a času, ktorý strávia ich používaním. Preto sa v tejto kapitole budeme venovať analýze dát z troch zdrojov: cenník produktov istého obchodného reťazca, rozloženie tržieb toh o istého obchodného reťazca a dáta z dotazníka.

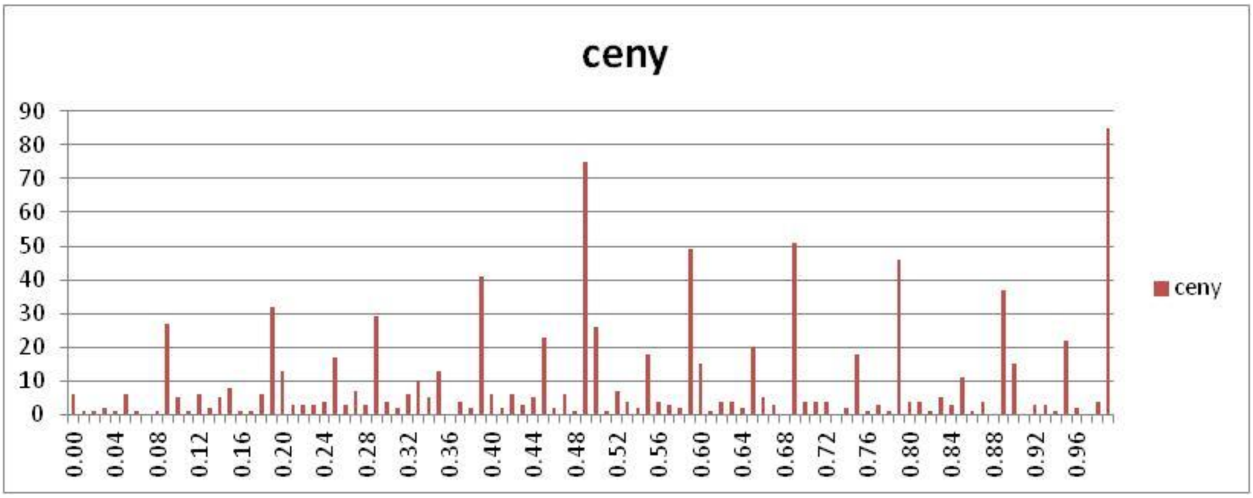
1.1. Distribúcia cien vs. Distribúcia tržieb

1.1.1. Ceny

Na základe zdroja [1] sme zostavili histogram rozmiestnenia cien s tým, že dolnú celú časť ceny daného produktu sme zanedbali a do úvahy sme brali len desatinnú časť ceny. Do grafu nám vstupuje sortiment, ktorý je bežný pre ako maloobchod s potravinami, tak pre veľké obchodné reťazce od konzumného tovaru(zelenina, ovocie, pečivo, chlieb, mliečne výrobky, pochutiny, sladkosti, atď.), cez alkohol, pivo, víno, tabakové výrobky až po drogériu či noviny a časopisy.

Výsledok nášho monitorovania možno nahliadnuť na Obr.1:

Obr.1: *Distribúcia cien*



Aktualizácia 30.11.2012

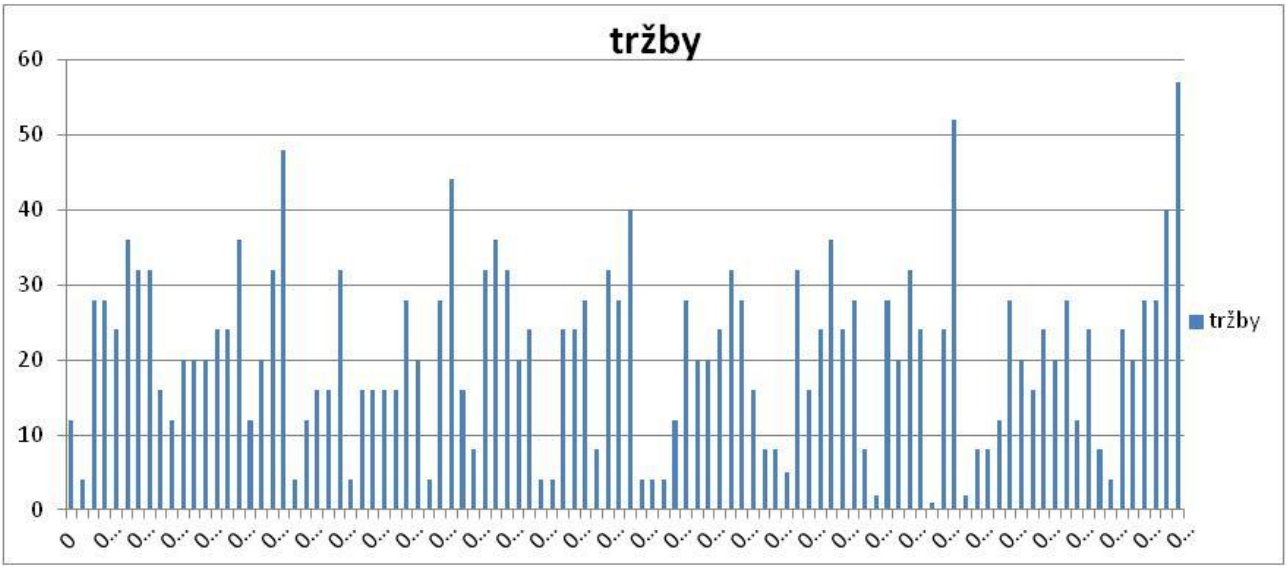
Ako môžeme vidieť, rozmiestnenie cien je veľmi nepravidelné a graf nadobúda svoje lokálne maximá na intervaloch $\langle 0.10i;\ 0.10i + 0.09 \rangle$, $i = \overline{0{,}9}$ práve pre koncové body intervalov, teda pre ceny končiace sa 9tkou. To však nie je náhoda, pretože spotrebitelia majú zafixované, že pri takýchto cenách kupujú so zľavou, pretože väčšina zliav prebieha ráve takouto úpravou ceny a obchodníci to samozrejme vedia a preto nastavia cenu, aby sa končila na 9, a hoci sa jedná o bežnú cenu, u spotrebiteľa to navodí pocit akciovej ponuky a produkt si kúpi.

Avšak nestáva sa často, že by sme šli do obchodu po jeden artikel, väčšinou robíme nákupy na dlhšie časové obdobie, ku každému tovaru nakúpime celý rad ďalších komplementárnych tovarov, takže v ďalšej podkapitole sa zameriame na rozdistribuovanie tržieb, nakoľko práve tie odzrkadľujú konečnú sumu, ktorú musí spotrebiteľ uhradiť.

1.1.2 Tržby

Na Obr.2 môžeme vidieť rozmiestnenie tržieb istého obchodného reťazca. Zdrojom boli pokladničné bločky (cca 2000 ks) za obdobie dvoch pracovných dní.

Obr.2: *Distribúcia tržieb*

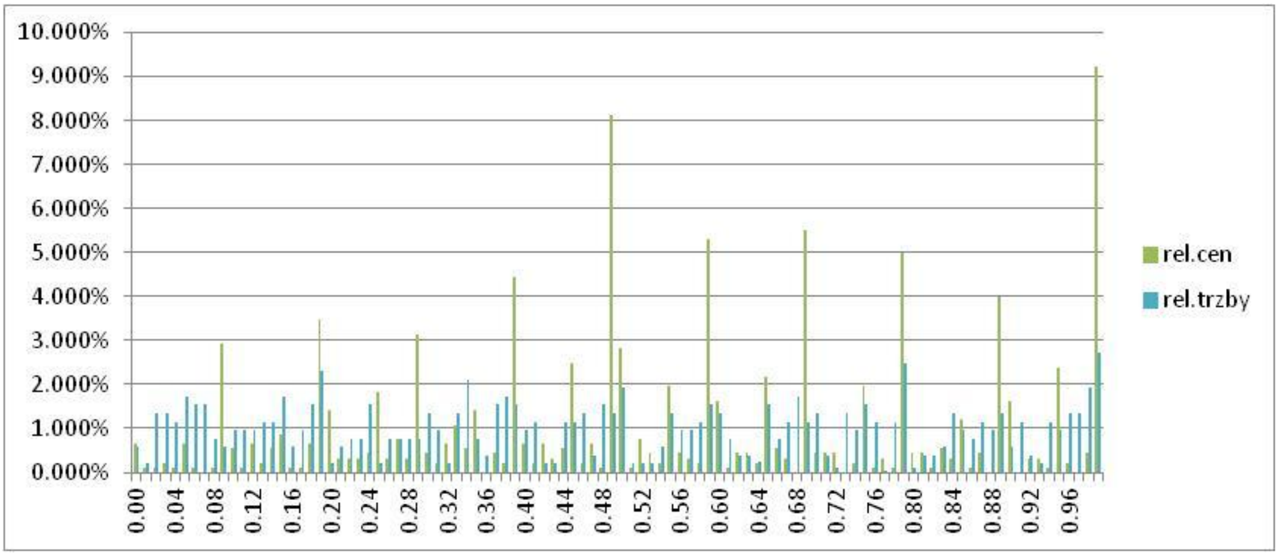


Aktualizácia 28.1.2013

Podobne ako ceny, aj tržby sú nepravidelne rozdistribuované, avšak nedá sa odpozorovať nejaký trend ako v predošlom prípade, kde prevažovali ceny končiace sa na 9. Naopak, medzi desiatimi najčastejšie sa vyskytujúcimi sa suma končiaca deviatkou vyskytla len trikrát(0.99, 0.79, 0.19), podobne ako suma končiaca päťkou(0.5, 0.15, 0.05) a osmičkou (0.38, 0.68, 0.98).

Pre grafické porovnanie tržieb a cien sme zvolili relatívne početnosti , nakoľko tieto dva štatistické súbory neobsahovali rovnaký počet vzoriek a taktiež medzi ich získaním bol istý časový rozptyl(2 mesiace), takže ak sa aj menili za dané obdobie ceny, na ich percentuálnom pomere sa to odzrkadlí menej:

Obr.3: *Porovnanie tržieb a cien*



1.2. Prieskum

Ďalším cieľom skúmania dát bolo získať informáciu o správaní sa spotrebiteľa, akým spôsobom platí, či radšej rýchlo pomocou menšieho množstvá mincí, alebo pomalšie s tým, že sa snaží narátať presnú sumu; koľko času mu zaberie si zvoliť a zrealizovať jeho platobnú stratégiu; či koľko mincí má aktuálne pri sebe.

Na tento účel nám poslúžil internetový anonymný dotazník. Osemdesiatšesť respondentov (štyridsaťtri mužov, štyridsaťtri žien) v ňom uviedlo, koľko majú v danej chvíli pri sebe euromincí(ďalej len mincí) všetkých nominálnych hodnôt. Výsledok ako aj porovnanie so štatistikou Európskej centrálnej banky(ECB) pre celú eurozónu môžeme vidieť na Obr.4:

Obr.4: *Porovnanie dát z dotazníka a ECB*

objem	pocet	257	276	191	132	140	88	110	100
	percent	19.86%	21.33%	14.76%	10.20%	10.82%	6.80%	8.50%	7.73%
ECB		25.9%	20.3%	16.2%	12.1%	9.3%	5.2%	6.2%	4.80%
dot-ECB		-6.04%	1.03%	-1.44%	-1.90%	1.52%	1.60%	2.30%	2.93%
hodnota	objem	2.57	5.52	9.55	13.2	28	44	110	200
	percent	0.62%	1.34%	2.31%	3.20%	6.78%	10.66%	26.64%	48.44%
ECB		1.10%	1.80%	3.50%	5.30%	8.10%	11.20%	27.20%	41.80%
dot-ECB		-0.48%	-0.46%	-1.19%	-2.10%	-1.32%	-0.54%	-0.56%	6.64%

Aktualizácia dát z dotazníka 7.5.2013

Aktualizácia ECB: 22.5.2013

Nahliadnutím do prvej časti tabuľky, kde sú uvádzané počty mincí podľa jednotlivých nominálnych hodnôt a percentuálne zastúpenie na celkovom počte mincí vidíme, že naša vzorka sa výraznejšie vychyľuje od štatistiky uvádzanej ECB len pri podiele jednocentových mincí. Priemerná absolútna odchýlka je len 2.34%.

V druhej časti tabuľky uvádzame hodnotu celkového počtu daných mincí (počet mincí x nominálna hodnota danej mince) a taktiež percentuálne zastúpenie na celkovom objeme. Najviac sa naš vzorka líši od ECB pri podiele dvojeurových mincí na celkovom objeme. Priemerná absolútna odchýlka v tomto prípade je 1.66%.

Nakoľko obe priemerné odchýlky sú malé, môžeme našu štatistickú vzorku považovať za vhodnú a výsledky zovšeobecniť pre všetkých spotrebiteľov.

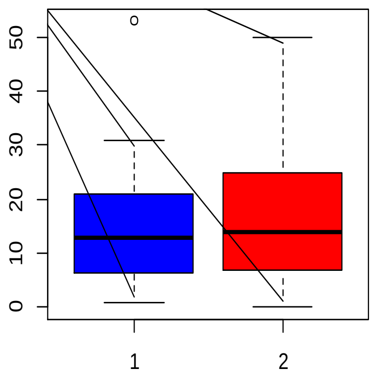
Keďže obe pohlavia máme v rovnakom zastúpení, mohli by sme otestovať hypotézu či muži nosia so sebou viac resp. menej mincí ako ženy.

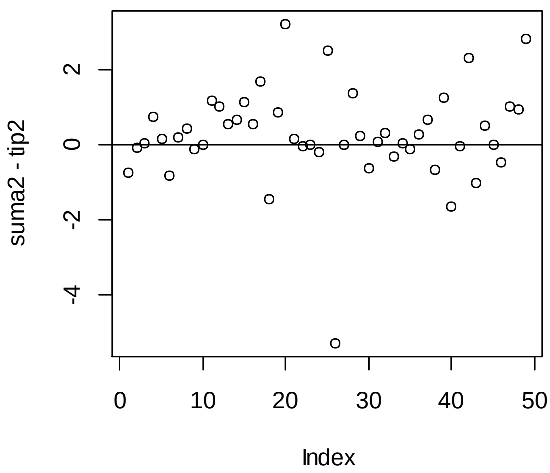
Nahliadnutím na boxplot Obr.č.5 sa zdá, že by ženy mohli mať pri sebe viac mincí ako muži. Testujeme teda výskumnícku hypotézuH0: ženy <muži vs. H1: ženy > muži . Predtým však musíme odstrániť outliera a otestovať normalitu dát pomocou Kolmogorov-Smirnovho testu- pre ženy aj mužov nám vyšli dáta z normálneho rozdelenia. F-test rovnosti disperzií nám nezamietol H0: disp.zena= disp.muz a teda sme splnili všetky predpoklady na použitie dvojvýberového t-testu. Nakoľko p-value = 13,38% , čo je viac ako 5%, H0 teda zamietnuť nemôžeme a teda naša teória, že ženy majú pri sebe viac mincí ako muži sa nepotvrdila.

V dotazníku boli okrem iného respondenti vyzvaní k tomu, aby si skúsili tipnúť, akú sumu v hotovosti (bankovky vynímajúc) majú v peňaženke, po vreckách atď. a až potom si overili, koľko majú v skutočnosti. Nahliadnutím na Obr.č.6 vidíme, že tipy sa od reálnej sumy dosť líšia a to aj napriek tomu, že až 58,1% sa vyjadrilo že vie presnú sumu obsiahnutú v jeho minciach. Podobnou analýzou v štatistickom softvéri R ako pri testovaní muži vs ženy, kde testujeme hypotézu $H_0 : \mu \neq 0$ *vs.* $H_1 : \mu = 0$ nám vyšla p-value=13,38% . čo je viac ako 5% a teda nulovú hypotézu nezamietame a sa nám potvrdilo, že ľudia nevedia, koľko majú pri sebe presne peňazí a toto samozrejme tiež ovplyvňuje efektivitu ich používania.

Priemerný spotrebiteľ z dotazníka by mal mať pri sebe sadu mincí (3,3,2,2,2,1,1,1), prenásobením priemerného počtu percentuálnymi údajmi z ECB, by nám vyšla sada (4,3,2,2,1,1,1,1).

Obr.č.5: *Boxplot muži vs ženy* Obr.č.6: *Suma vs tip*





Najpodstatnejšie z dotazníka však pre nás sú stratégie jednotlivých opýtaných, ako by zareagovali na dané zadania typu: Zaplať 50 centov a čas,ktorý potrebovali na realizáciu zadania . Extrahovaním týchto dát a tým, čo ešte môžeme z nich vďaka regresií a naprogramovaným algoritmom z nich vytiahnuť sa budeme zaoberať v druhej/tretej kapitole.

2. Koncepcia modelu

V tejto kapitole sa budeme venovať odvodeniu modelu, ktorý bude dostatočne odzrkadľovať správanie sa spotrebiteľa pri platení, akým spôsobom a za aký čas je schopný zaplatiť a na základe toho zistiť aká je vlastne optimálna sada mincí.

2.1. Dynamický model

Čo si predstaviť pod takým abstraktným pojmom ako je ideálna sada mincí? Zrejme by jej používanie vzhľadom na ostatné prípustné sady malo byť rýchlejšie, nemala by byť príliš mohutná, aby sa v nej dalo ľahko orientovať a taktiež by sa ňou malo dať zrátať každé zadanie p. Na to, aby sme vedeli takúto sadu mincí určiť, potrebujeme zostrojiť funkciu, ktorá bude nadobúdať svoje minimum práve v takejto sade. Teda budeme minimalizovať funkciu

$$\min_{\forall S_t \subset S} F \tag{1}$$

Kde S_t - usporiadaná šestica reprezentujúca počty mincí jednotlivých nominálnych hodnôt

S- priestor všetkých sád

Spotrebiteľovi určite záleží na tom, aby pri sebe nenosil kilá mincí, ťažko sa v nich orientuje, zaberajú veľa miesta...Preto sa ako rozumné javí, aby do funkcie (1) vstupovala nejaká hmotnostná funkcia:

$$f_1(S_t, X, p) = (\ S_t - X + c(p, X)\ ) \times \vec{h} \tag{2}$$

Kde $\vec{h}$ - vektor hmotností jednotlivých mincí

$c(p, X)$- reprezentuje predavača/predavačku, výstupom tejto funkcie je výdavok

Teda hmotnostná funkcia zo zadaných vstupov spočíta novú sadu mincí S_{t+1} a vynásobí ju vektorom hmotností h, čiže pre zadané vstupy nám vráti hmotnosť novej sady S_{t+1}

Spotrebiteľovi okrem množstva mincí, ktoré má pri sebe bude záležať aj na čase, za aký dokáže s nimi narábať.

Do dynamického modelu nám okrem platenia v danom momente vstupuje aj platenie v budúcnosti, to znamená, že v čase t sa spotrebiteľ nemusí správať optimálne, môže zaplatiť so svojou sadou mincí S_t rýchlejšie/pomalšie, avšak bude to na úkor jeho novej sady S_{t+1} v čase $t+1$. Rozhodovanie spotrebiteľa v čase t ovplyvňuje množstvo faktorov: môže sa ponáhľať, cítiť sa pod tlakom, že za ním stojí dlhý rad ľudí, nemá prehľad o svojich minciach a tak sa unáhli a zaplatí väčšími mincami, lebo sa mu nechce prezerať tie menšie, potrebuje si rozmeniť. V týchto prípadoch zaplatí zrejme za kratší čas (čas, ktorý spotrebiteľ strávi zorientovaním sa a zrátaním danej sumy) mincami s vyššou nominálnou hodnotou, ako by to bolo pri optimálnej stratégií, avšak na úkor výdavku pozostávajúceho z väčšieho počtu mincí (a teda aj zväčšenia mohutnosti novej sady mincí) a taktiež na úkor času, ktorý strávi predavačka vydávaním. Alebo naopak, má veľa času a chce sa zbaviť čo najväčšieho počtu mincí a tak zámerne bude vyberať od najmenších mincí bez ohľadu na to, koľko času s tým strávi.

Dôležitým predpokladom je, že nech sa už sa spotrebiteľ v čase t zachová akokoľve k , že v čase t+1 sa zachová optimálne.

Preto do (1) budú vstupovať aj rýchlostné funkcie v časoch t a t+1:

Rýchlostná funkcia v čase t:

$$f_2(S_t, X, p, t_o, t_a, t_b) = t_o(S_t) + a.(S_t)t_a + b(S_t) \times t_b + t_c(X, p) \qquad (3)$$

Kde t_o -orientačný čas

t_a - čas operácie sčítania

t_b - čas operácie odčítania

a - počet operácií sčítania

b - počet operácií odčítania

Funkcia budúceho platenia v čase t+1:

$$f_3\left(S_{t+1}t_o, t_a, t_b, \rho_p\right) = \sum_{p=0}^{0.99} \rho_p \times \left(t_o(S_{t+1}) + a.(S_{t+1}) \times t_a + b(S_{t+1}) \times t_b + t_c\left(p, X_p\right) \right) \tag{4}$$

Kde ρ_p - relatívna početnosť výskytu danej sumy p

X_p - optimálna stratégia vzhľadom na zadanie p a sadu mincí S_{t+1}, zrátaná pomocou algoritmu

Každý spotrebiteľ je iný, jednému možno nevadí, keď má pri sebe veľa mincí, lebo vie, že s nimi jednoduchšie zaplatí, iný si zase potrpí na to, aby s mincami vedel narábať za čo najkratší čas, niekto radšej drží väčšie mince, lebo sú jednoduchšie na manipuláciu, niekomu nevadia ani 1centovky či 2centovky a preto by bolo vhodné, aby v celkovej minimalizácií boli funkcie (2),(3),(4) pri vstupe do (1) navážené koeficientami, teda :

$$\min \quad \alpha f_1 + \beta f_2 + \beta' f_3 \tag{5}$$

Kde α - preferencia na hmotnosť

β - preferencia na rýchlosť v čase t

β' - preferencia na rýchlosť v budúcnosti (čase t+1)

Spojením (1)-(5) dostávame dynamický model:

$$\begin{aligned} &\min_{\forall S_t \subset S} \alpha \times \left(S_t - X + c\left(p, X\right) \right) \times \vec{h} + \\ &\beta \times \left(t_o(S_t) + a.(S_t) t_a + b(S_t) \times t_b + t_c\left(X, p\right) \right) \\ &+ \beta' \times \sum_{p=0}^{0.99} \rho_p \times \left(t_o(S_{t+1}) + a.(S_{t+1}) \times t_a + b(S_{t+1}) \times t_b + t_c\left(p, X_p\right) \right) \end{aligned} \tag{6}$$

Avšak koeficienty α, β, β' nepoznáme, rovnako ako aj časy t_o, t_a, t_b, preto by bolo riešenie daného problému, kde by sme museli odhadovať 6 neznámych náročnou úlohou nelineárneho programovania. Preto použijeme pár zjednodušujúcich predpokladov ktorými prejdeme k statickému modelu.

2.2. Zjednodušený dynamický model

Pre uľahčenie výpočtov by sme mohli predpokladať, že preferencia času v budúcnosti a dnes sú rovnaké, t.j. $\beta = \beta'$, hoci v skutočnosti zrejme platí, že $\beta \geq \beta'$, pretože dnes volíme nejakú stratégiu, aby sme ušetrili čas , nemusíme sa správať optimálne, avšak v budúcnosti sa zachovám optimálne , preto v f_3 vystupuje X_p ako výstup algoritmu spotrebitel_opt.

Záleží nám teda len na čase dnes, t.j. f_3 zanedbávame a dostávame

$$\alpha \times \left(S_t - X + c(p, X) \right) \times \vec{h} + \beta \times \left(t_o(S_t) + a.(S_t)t_a + b(S_t) \times t_b + t_c(X, p) \right)$$

Prenásobením $1/\beta$

$$\alpha/\beta \times \left(S_t - X + c(p, X) \right) \times \vec{h} + \left(t_o(S_t) + a.(S_t)t_a + b(S_t) \times t_b + t_c(X, p) \right)$$

Teda dva neznáme parametre sme zredukovali na jeden neznámy parameter.

Označíme $\varphi = \alpha/\beta$

Tento parameter nám reprezentuje pomer medzi preferenciou na hmotnosť a čas, merná jednotka je gram/sek. Hovorí nám, za koľko gramov mincí je spotrebiteľ ochotný vymeniť 1 sekundu svojho času. Ak napríklad $\varphi = 0{,}02$, tak pre spotrebiteľa predstavuje 1 sekunda to, čo 50 gramov mincí (6 -8 mincí).

Stále nám však komplikácie pri výpočtoch budú robiť časové parametre , preto nahradíme čas, ktorý spotrebiteľ strávi rátaním mincí :

$$t_o + a \times t_a + b \times t_b \;\rightarrow\; |X| \times t_{op}$$

Nahrádzame teda čas spotrebiteľa, ktorý sa dá odhadnúť pomocou troch časových parametrov a to sú:

- t_o - čas orientačný, závisí od počtu mincí, ktoré ma vo svojej sade S_t, zrejme, že čím menej mincí, tým je orientačný čas nižší, lebo v menšom súbore sa nám orientuje ľahšie, avšak takto to bude fungovať zrejme len po určitý počet mincí. Dá sa totiž predpokladať, že keď je už mincí príliš veľa, tak spotrebiteľ rezignuje a nepotrebuje mať úplný prehľad o tom, koľko má mincí danej nominálnej hodnoty. Teda funkcia závislosti orientačného času od počtu mincí bude zrejme narastať po nejaký počet mincí a potom bude pozvoľna klesať. Priebeh odhadneme v nasledujúcej kapitole pomocou regresie
- t_a - čas, ktorý zaberie spotrebiteľovi pripočítať mincu
- t_b - čas, ktorý zaberie spotrebiteľovi odpočítať mincu

Parameter top predstavuje čas na jednu operáciu, nezáleží na tom, či ide o pričítanie alebo odčítanie. Vo všeobecnosti je však zrejmé, že pre človeka je jednoduchšie pripočítať, teda budeme ďalej uvažovať, že

$$t_a = 0{,}8 \times top$$

$$t_b = 1{,}25 \times top$$

Z pôvodného dynamického modelu sme teda prešli k zjednodušenému dynamickému modelu:

$$\min_{\forall X} \varphi \times \left(\; S_t - X + c(p, X) \; \right) \times \vec{h} + t_c(X, p) + top \times |X|$$

Zjednodušený model použijeme v nasledujúcej kapitole na fitovanie dát z dotazníka, aby sme na základe toho vedeli odhadnúť parametre φ, top a následne ich použili v statickom modeli.

3. Realizácia modelu

3.1. Spotrebiteľ

Pre ilustráciu správania sa spotrebiteľa sme použili ďalší algoritmus, ktorý podobne ako pri predavačke začína s mincami s najvyššou nominálnou hodnotou, avšak je tam zakomponované aj počítadlo operácií pričítania a odčítania.

Spotrebiteľ keď vytiahne mince z vrecka, vysype z peňaženky atď. potrebuje najprv nejaký čas na zorientovanie, tzv. *orientačný čas*, ktorého odhadom sa budeme zaoberať v kapitole fittovania dát.). Ďalej predpokladáme, že 1eur a 2eur mince si odloží bokom a snaží sa zrealizovať dané zadanie, prípadne, ak nemá presne, hľadá sumu čo najbližšiu k zadaniu, aby minimalizoval počet vydaných mincí. Najlepšie vysvetlíme na mriežkových bodoch.

Definícia 1 (mriežkový bod) : mriežkové body sa vyznačujú rovnakým okolím ,napr. v rovine sú to priesečníky navzájom kolmých priamok.

V našom prípade sa nachádzame v 6-rozmernom priestore prirodzených čísel, naše vektory $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$ sú reprezentanti jednotlivých centových mincí, ich celočíselnými kombináciami sa vytvorí množina mriežkových vektorov r_L, kde

$$r_L = L_1 a_1 + L_2 a_2 + L_3 a_3 + L_4 a_4 + L_5 a_5 + L_6 a_6$$

My hľadáme také $L_1, L_2, L_3, L_4, L_5, L_6$, aby spĺňali horné ohraničenia, ktoré sú dané sadou mincí, ktoré má spotrebiteľ pri sebe.

Výstupom algoritmu spotrebitel_opt(p, S_t) je výber spotrebiteľa, ako uhradiťdané zadanie p so sadou mincí v, teda usporiadaná šestica, ktorá ďalej vystupuje v našom modeli ako X a taktiež počet operácií pričítania (ďalej ako a) a počet operácií odčítania(ďalej ako b)

3.1.1. Algoritmus spotrebiteľ

```
function [b,c,o]=spotrebitel_opt(a,v)
%zrata optimalnu strategiu pre zadanu sumu parameter "a"  a sadu minci "v", vektor sady minci predpokladame dany, ide od najvacsich minci
%po najmensie, v pripade aj nemoze naratat napr. 63, skusa 64, 65,...az kym nezrata
h=[50,20,10,5,2,1]; %nominalne hodnoty
b=zeros(1,6);
g=v;
sum=h*v';
pom=0;
c=0; %pocitadlo operacii pricitania
o=0; %pocitadlo operacii odcitania

if (a>sum)
   fprintf('smola, nemam dost.\n');
   return
end

   i=1;

while (i<6)

   if ((v(i)==0) & (i<6))
      i=i+1;
   end

   if (v(i)~=0)

      while ((pom<a) & (v(i)>0) & (i<=6))

         h(i);
```

```
            pom=pom+h(i);
            if (pom<=a)
                b(i)=b(i)+1;
                v(i)=v(i)-1;
                c=c+1;
            end

            if (pom > a)

                pom=pom-h(i);
                i=i+1;
                c=c+1;
                o=o+1;

            end

            if (pom==a)

                i=10000;
                return

            end
        end
    end
end

if ((i==6) & (pom~=a))
   a=a+1;
   i=1;
   v=g;
```

[b,c,o]=spotrebitel_opt(a,v);

3.2. Predavačka

Pre nasimulovanie správania sa predavačky sme použili na sledujúce predpoklady:

1. Nepočíta z hlavy
2. Vždy má vydať
3. Všetky mince sú rovnocenné

Prvý predpoklad nám hovorí, že predavačka keď dostane istý obnos peňazí, ten následne zadá do pokladnice a systém jej zráta, koľko má vydať (čas tohto úkonu zanedbávame). Ďalej postupuje tak, že na vydanie vyberá mince od tých s najväčšou nominálnou hodnotou po tie s najmenšou (t.j. v poradí 50cent,20cent,10cent,5cent,2cent,1cent). V reálnych prípadoch sa často stáva, že predavačke nejaká minca chýba, prípadne ich má pomenej a preto sa snaží danú mincu nahradiť inými, prípadne strávi nejaký extra čas dopĺňaním chýbajúcich mincí, avšak toto máme ošetrené v druhom predpoklade.

Zhrnutím predpokladov 1,2 a 3 a zanedbaním toho, že pokladníčka môže byť rýchla/pomalá –uvažujeme len jednu reprezentatívnu obsluhu, ktorej čas je fixne daný ako 1sek/minca.

Teda výstupom algoritmu v prílohe... (predavacka_final) je matica 100x7, kde každý riadok je reprezentantom jednej zo 100 možných súm (0-99), prvých 6 čísel je počet mincí danej nominálnej hodnoty (zoradené zostupne) a posledný prvok je čas, ktorý tým strávila.

Napr. pre i=77:

(1, 1, 0 , 1, 1, 0, 4) t.j. 1x50c + 1x20c + 0x10c + 1x5c + 1x2c + 0x1c; čas 4 sek

Do nášho modelu nám tento výstup vstupuje ako $c_p(p, X)$ -výdavok predavačky vzhľadom na zadanie a výber mincí, ktorými spotrebiteľ zrealizuje zadanie a $t_c(p, X)$

čas, ktorý je rovný počtu mincí, ktoré budú obsiahnuté vo výdavku.. Pre ilustračný príklad vyššie, kde by sa spotrebiteľ zachoval tak, aby jeho výdavok bol 77c, by

$c_p(p,X)$=(1,1,0,1,1,0) a $t_c(p,X)$=4sek

3.2.1. Algoritmus predavačka

```
function C=predavacka
%vystup je matica napocitanych 0...99, riadky su centy*10^2, stlpce nominalne
%hodnoty v poradi 50,20,10,5,2,1, v matici obsiahnute kombinacie
B=zeros(100,6);
cas=zeros(100,1);
m=[50,20,10,5,2,1];

v=[0:1:99];

for i=1:100

   for j=1:6

      if (m(j) ~= 0)

      while v(i)>= m(j)
         B(i,j)=B(i,j)+1;
         cas(i)=cas(i)+1;
         v(i)=v(i)-m(j);
      end

      end

   end
```

```
end

v=[0:1:99]';
k=[0,m,0];
C=[B,cas];
D=[v,C];
E=[k;D];
```

4. Fitovanie dát

Na odhad parametrov φ, top sme použili dotazník (príloha), kde opýtaní, ako sme už uviedli v prvej kapitole, vypĺňali, koľko mincí majú pri sebe, v akých nominálnych hodnotách a potom boli vyzvaní vyplniť deväť zadaní, akú stratégiu by pre ne vzhľadom na svoju sadu mincí zvolili a aby odstopovali, koľko času im to zabralo.

Z dotazníka máme teda k dispozícii:

$i = 1,2,...9$

p_i - zadanie

X_i^j - stratégia j-teho respondenta vzhľadom na jeho sadu pre zadanie i, $\forall j = 1,2...70$

T_i^j - čas j-teho respondenta vzhľadom na jeho stratégiu pre zadanie i, $\forall j = 1,2...70$

O respondentoch sme mali naďalej k dispozícií údaj, aká je ich sada mincí, a kedže sa sa nemusia pri platení v čase t správať oprimálne (ako je uvedené v podkapitole spotrebiteľ) , chceli sme zo zhromaždených údajov získať nejakú predstavu o tom, aké sú ich preferencie vzhľadom na čas a rýchlosť, v akých hodnotách sa pre nich pohybujú parametre φ, top.

Za týmto účelom sme zostrojili funkciu

$$G(\varphi, top) = \sum_{i=1}^{9} \left| T_i - |X_i| \times top \right| + \sum_{i=1}^{9} \left(F(X_i) - \min F(X) \right) \qquad (7)$$

Kde $F(X_i)$ - hodnota zjednodušeného dynamického modelu pre stratégiu X_i

$\min F(X)$ - riešenie optimalizácie zjednodušeného dynamického modelu

Prvá suma v rovnici (7) monitoruje odchýlku ich časov od odhadovaného času.

Druhá suma nám dáva informáciu o tom, ako sa líši hmotnosť i-tej stratégie vybranej j-tym respondentom od optima zjednodušeného dynamického modelu vzhľadom na jeho sadu S_t.

Nakoľko chceme, aby daní respondenti boli čo najbližšie k oprimálnemu správaniu, budeme funkciu (7) minimalizovať.

Pre výpočet a hľadanie optima sme použili algoritmus match_3, ktorý funguje nasledovne:

V prvom kroku sme naškálovali

$\varphi \in \{0{,}01; 0{,}05; 0{,}1; 0{,}15; 0{,}2; 0{,}35; 0{,}5; 0{,}75; 0{,}8; 0{,}9; 0{,}98\}$ a

$top \in \{0{,}01; 0{,}02; 0{,}03; ......0{,}3\}$,

avšak všetky hodnoty nám vychádzali v hornej hranici top, teda sme ju posunuli a diskretizácia top sa ukázala ako rozumná pre množinu

$top \in \{0{,}81; 0{,}82; 0{,}83; ......1{,}5\}$.

Taktiež prvé výsledky ohľadom hodnôt φ neboli veľmi uspokojivé a tak sme tento parameter volili logaritmicky

$\varphi \in \{0{,}001; 0{,}01; 0{,}1; 0{,}005; 0{,}05; 0{,}5; 0{,}0035; 0{,}035; 0{,}35...\}$

V druhom kroku sme vyriešili zjednodušený dynamický model a našli optimá pre rôzne hodnoty parametrov. Následne sme pre všetky sumy p, ktoré respondenti v dotazníku rátali a volili si pre ne stratégie, zistili, ako ďaleko je správanie sa j-teho spotrebiteľa od správania sa optimálneho spotrebiteľa a ako ďaleko sú namerané dáta od optimálnej stratégie, t.j.

$$\sum_{i=1}^{9} \left| T_i - |X_i| \times top \right| \quad \text{a} \quad \sum_{i=1}^{9} \left(F(X_i) - \min F(X) \right)$$

Algoritmus sme spustili pre všetky hodnoty z množín pre diskretizáciu φ, top a zistili, pre akú počiatočnú voľbu parametrov φ, top nadobúda $G(\varphi, top)$ svoje minimum.

Spomedzi 70 respondentov sme vybrali tých zástupcov, ktorí spĺňali nasledovné kritériá:

- Ani v jednej platbe nemohli použiť 1eurovú a 2eurovú mincu
- Z každej mince mohli mať maximálne po 7 kusov(kvôli výpočtom v Matlabe, aby netrvali príliš dlho)

Fitovanie dát sme spravili pre 6 spotrebiteľov, pre ilustráciu uvádzame spotrebiteľa 2:

$S_t = (1, 2, 0, 5, 3, 4)$

Stratégie:

$X_1 = (0, 0, 0, 1, 0, 0), \; T_1 = 1sek$

$X_2 = (0, 0, 0, 1, 1, 0), \; T_2 = 2sek$

$X_3 = (0, 1, 0, 0, 0, 0), \; T_3 = 2sek$

$X_4 = (1, 0, 0, 0, 0, 0), \; T_4 = 1sek$

$X_5 = (1, 0, 0, 0, 0, 0), \; T_5 = 1sek$

$X_6 = (1, 0, 0, 0, 0, 0), \; T_6 = 1sek$

$X_7 = (1, 1, 0, 0, 0, 0), \; T_7 = 2sek$

$X_8 = (1, 1, 0, 2, 0, 0), \; T_8 = 5sek$

$X_9 = (1, 0, 2, 5, 2, 0), \; T_9 = 9sek$

Optimum funkcie (7) sa nadobúda pri hodnotách parametrov $\varphi = 0{,}035$ a $top = 1{,}01$

Teda jedna operácia pričítania/odčítania mu zaberie 1,01 sek a 1sekunda ma preňho rovnakú cenu ako 28,6 gramov mincí (približne 3-4 mince).

Prehľad parametrov φ, top pre ostatných spotrebiteľov:

Nr.	φ	top
1	0,1	0,98
2	0,035	1,01
3	0,35	1,22
4	0,25	0,99
5	0,2	0,98
6	0,001	1

Zdroje

[1] Tesco: Cenník potravín, dostupné na internete (1.11.2012): http://potravinydomov.itesco.sk/sk-SK/Product/BrowseProducts?taxonomyId=Cat00000002

[2] Kollár, R.: osobná komunikácia, FMFI UK, Bratislava, 2012

[3] Plesník, J., Dupačová, J., Vlach, M.: *Lineárne programovanie*, Alfa, Bratislava, 1990

[4] Plesník, J.: *Prednášky z lineárneho programovania,* FMFI UK, Bratislava, 2011

[5]Euromena: *hmotností euromincí* , dostupné na internete(3.5.2013) http://www.euromena.sk/eurove-mince/1546s

[6]Európska centrálna banka: *obeh euromincí* , dostupné na internete (20.5.2013) http://www.ecb.int/stats/euro/circulation/html/index.en.html

[7] Valovič, P.: *Európska komisia posúdi efektivitu jednocentových a dvojcentových mincí*, dostupné na internete (24.10.2012): http://www.rozhlas.sk/spravy/Ek-posudi-efektivitu-jednocentovych-a-dvojcentovych-minci?l=1&i=38479&p=252