

**UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE**  
**FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY**



**RIADENIE ÚROKOVÉHO RIZIKA S POUŽITÍM**  
**DERIVÁTOV INTEREST RATE SWAP**

**BAKALÁRSKA PRÁCA**

**2014**

**Štefan KRAKOVSKÝ**

UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE  
FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY

**RIADENIE ÚROKOVÉHO RIZIKA S POUŽITÍM  
DERIVÁTOV INTEREST RATE SWAP**

**BAKALÁRSKA PRÁCA**

Študijný program: Ekonomická a finančná matematika  
Študijný odbor: 1114 Aplikovaná matematika  
Školiace pracovisko: Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky  
Vedúci práce: Mgr. Martin Harcek



Univerzita Komenského v Bratislave  
Fakulta matematiky, fyziky a informatiky

---

## ZADANIE ZÁVEREČNEJ PRÁCE

**Meno a priezvisko študenta:** Štefan Krakovský  
**Študijný program:** ekonomická a finančná matematika (Jednoodborové štúdium, bakalársky I. st., denná forma)  
**Študijný odbor:** 9.1.9. aplikovaná matematika  
**Typ záverečnej práce:** bakalárska  
**Jazyk záverečnej práce:** slovenský

**Názov:** Riadenie úrokového rizika s použitím derivátov Interest Rate Swap / *Interest rate risk management using Interest Rate Swaps*

**Cieľ:** Popísať metódy zaist'ovania úrokového rizika pomocou úrokových swapov.

**Vedúci:** Mgr. Martin Harcek  
**Katedra:** FMFI.KAMŠ - Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky  
**Vedúci katedry:** prof. RNDr. Daniel Ševčovič, CSc.

**Dátum zadania:** 18.10.2013

**Dátum schválenia:** 14.11.2013

doc. RNDr. Margaréta Halická, CSc.  
garant študijného programu

.....  
študent

.....  
vedúci práce

## **Pod'akovanie:**

Touto cestou sa chcem pod'akovať svojmu vedúcemu bakalárskej práce Mgr. Martinovi Harcekovi za ochotu, usmerňovanie a cenné rady, Michalovi Ďuricovi za konzultácie, Richardovi Vargovi za prístup k rozsiahlej zbierke odbornej literatúry, mojej rodine a priateľom za ich podporu a trpezlivosť.

## **Abstrakt v štátnom jazyku**

KRAKOVSKÝ, Štefan: Riadenie úrokového rizika s použitím derivátov Interest Rate Swap [Bakalárska práca], Univerzita Komenského v Bratislave, Fakulta matematiky, fyziky a informatiky, Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky; školiteľ: Mgr. Martin Harcek, Bratislava, 2014, 46 s.

V našej práci sa zaoberáme derivátmi Interest Rate Swap. Cieľom práce bolo spracovanie poznatkov o oceňovaní IRS a ich bežného použitia na riadenie úrokového rizika. Práca zahŕňa teoretický základ pre aproximáciu zmeny hodnoty portfólií v dôsledku výkyvov v časovej štruktúre úrokových mier. Práca taktiež obsahuje popis trhových konvencií a ďalších derivátov úrokovej miery. V poslednej kapitole práce uvádzame spracovanie štyroch stratégií z jednej manažérskej učebnice na použitie IRS a vysvetlíme jednu základnú metódu na úpravu ich účtovnej hodnoty zarátaním kreditného rizika.

**Kľúčové slová:** úrokové riziko, úrokový swap, oceňovanie, durácia, zaistenie, úprava účtovnej hodnoty.

## **Abstract**

KRAKOVSKÝ, Štefan: Interest rate risk management using Interest Rate Swaps [Bachelor Thesis], Comenius University in Bratislava, Faculty of Mathematics, Physics and Informatics, Department of Applied Mathematics and Statistics; Supervisor: Mgr. Martin Harcek, Bratislava, 2014, 46 p.

In our work we investigate Interest Rate Swaps. The purpose of our study was to process the theory of their valuation and common application in interest rate risk management. The thesis includes fundamental theory for the approximation of changes in the value of portfolios implied by the potential fluctuations in the term structure of interest rates. The work also describes market conventions and other interest rate derivatives. In the last chapter we present four strategies for interest rate swaps from a manager handbook modified according to the theory we processed in previous chapters and a fundamental method for adjusting their value anticipating credit risk.

**Keywords:** interest rate risk, interest rate swap, valuation, duration, hedging, credit valuation adjustment.

# Obsah

Úvod .....	9
<b>1 Oceňovanie IRS</b> .....	11
1.1 Základný model.....	11
1.2 Rozšírený model.....	14
<b>2 Konvencie a podkladové sadzby</b> .....	18
2.1 Day-count konvencie .....	18
2.2 Business-day konvencie .....	19
2.3 Nepravidelnosť períód.....	20
2.4 Podkladové sadzby.....	21
<b>3 Riadenie rizika</b> .....	22
3.1 Základy teórie.....	22
3.1.1. Portfólio manažment .....	23
3.1.2. Špekulácie.....	23
3.2 Durácia a konvexnosť .....	23
3.2.1. Durácia dlhopisu.....	24
3.2.2. Konvexnosť dlhopisu .....	25
3.2.3. Durácia portfólia a IRS.....	26
3.3 Iné deriváty úrokovej miery a ďalšie typy IRS .....	28
3.3.1. Dohoda o forwardovej úrokovej sadzbe.....	29
3.3.2. Eurodolárové futurity .....	30
3.3.3. Úrokový cap a floor.....	30
3.3.4. Úrokový collar.....	31
3.3.5. IRS s dvomi plávajúcimi nohami .....	31
3.3.6. Mimotrhový IRS.....	32
3.3.7. Swapcie.....	32
3.3.8. Iné swapové kontrakty.....	33
3.4 Stratégie na riadenie rizika pomocou IRS.....	34
3.4.1. Zaistenie peňažných tokov .....	34
3.4.2. Zaistenie reálnej hodnoty .....	35
3.5 Arbitrážne metódy.....	37

3.5.1. Pákováaná plávajúca úroková miera .....	37
3.5.2. Inverzná plávajúca úroková miera.....	38
3.6 Reálna hodnota finančných nástrojov .....	39
<b>Záver .....</b>	<b>42</b>
<b>Zoznam použitej literatúry .....</b>	<b>44</b>



# Úvod

Na začiatku 80-tych rokov sa v USA začalo obchodovať s množstvom rôznych druhov finančných derivátov. Všetky sa spravidla viažu na konkrétny podklad: aktívum, index či úrokovú mieru, podľa ktorého je ich hodnota odvodená, derivovaná. Vo všeobecnosti sa rozoznávajú dva základné typy derivátov, a to podľa miesta ich zobchodovania, na Exchange-Traded Derivatives (ETD) a Over-the-Counter derivatives (OTC). Prvá kategória predstavuje obchodovanie na burzách podľa štandardizovaných postupov, pričom samotná burza spravidla predstavuje sprostredkovateľa. Tento systém zaručuje nižšiu rozmanitosť derivátov. Naopak, pravidlá kontraktov OTC prevažne stanovujú obchodujúce strany, a preto v nich často vystupujú aj oveľa exotickejšie deriváty. Neprítomnosť sprostredkovateľa prináša aj vyššie kreditné riziko.

Jedným z typických OTC derivátov je práve Interest Rate Swap (IRS). IRS predstavuje dohodu dvoch strán o vzájomnej platbe úrokov stanovených odlišnými sadzbami, ale od rovnakej teoretickej nominálnej hodnoty. Hovoríme o deriváte úrokovej miery. Údaje na internetovej stránke [2] poukazujú na viac než polovičný podiel IRS kontraktov na trhu OTC derivátov z hľadiska nominálnych hodnôt. Celková výška ich teoretických nominálnych hodnôt v roku 2013 dosiahla 461 miliónov dolárov.

Kvôli rozmanitosti kontraktov a rýchlemu rastu trhu si tieto deriváty zaslúžia pozornosť, napriek tomu väčšina slovenských učebníc téme venuje len niekoľko strán. Cieľom tejto bakalárskej práce bolo dôkladne preskúmať a matematicky korektným spôsobom poskytnúť záujemcom čo najrealistickejší obraz o spomínaných kontraktoch. Analýza témy si vyžadovala spracovanie rozsiahleho počtu odborných textov. Prevažná väčšina teórie je vo finančnej matematike všeobecne známa, snažili sme sa však poskytnúť vlastný výklad jednotlivých pojmov a postupov, resp. vlastný slovenský preklad niektorých termínov. Lepšiemu pochopeniu daných poznatkov a praktického použitia IRS pomohli aj konzultácie so slovenským portfólio manažérom Michalom Ďuricom.

Naša práca pozostáva z troch kapitol. V prvej kapitole stručne vysvetlíme vlastnosti štandardných IRS kontraktov. Spracovaním postupov v publikáciách [5, 6] odvodíme model na oceňovanie IRS pozícií na začiatku a počas trvania dohody. Táto časť si vyžaduje znalosť prvých troch kapitol učebnice [17].

Druhá kapitola obsahuje popis trhových konvencií, ktoré sa používajú pri obchodovaní s IRS. Ďalej, sledujúc [10], uvedieme niekoľko dôvodov na úpravu pôvodného modelu,

aby súhlasil s trhovými podmienkami. Okrem toho je v tejto kapitole aj popis podkladových variabilných sadzieb, hlavne úrokových mier medzibankových trhov.

V tretej kapitole sa sústredíme na riadenie úrokového rizika. Jej začiatok je venovaný vysvetleniu známych manažérskych pojmov. Rozsiahlejšie spracujeme aj pojmy durácie a konvexnosti dlhopisu. Na základe informácií dostupných napríklad na stránke [9] popíšeme aj základy gapovej analýzy. Je to metóda na zaistenie výkyvov v časovej štruktúre úrokových mier, ktorá sa už často nepoužíva, poskytuje však teoretické znázornenie zaistenia úrokového rizika. Následne sa budeme zaoberať popisom ďalších derivátov úrokovej miery, ktoré sa často používajú v kombinácii s kontraktmi IRS. V ďalšej podkapitole spracujeme štyri stratégie z učebnice [4] na riadenie úrokového rizika, ktoré používajú IRS. Dané stratégie spresníme na základe teórie odvodenej v predchádzajúcich podkapitolách. Na záver uvedieme základný model na úpravu účtovnej hodnoty IRS pozícií zohľadnením kreditného rizika obchodných partnerov.

# 1 Oceňovanie IRS

V tejto kapitole budú vysvetlené základné vlastnosti IRS kontraktov, ktoré sú popísané napríklad v [6, 10] a na internetovej stránke [11]. Najprv odvodíme základný model spracovaný na základe postupu v [6], ktorý neskôr rozšírime o niekoľko faktorov, ktoré sú zahrnuté v modeli odvodenom v [5].

## 1.1 Základný model

Ako bolo spomenuté aj v úvode, podstatou *úrokových swapov* (angl. *interest rate swap* alebo *IRS*) spočíva v periodickej výmene, *swapu*, peňažných tokov medzi dvomi stranami v dopredu dohodnutých časoch do vypršania kontraktu, t.j. do *maturity*. Tieto peňažné toky sa dajú interpretovať ako úroky, či už rovnakej alebo rôznej meny, fixné alebo plávajúce, od nominálnej hodnoty, pričom samotná nominálna hodnota sa v deň maturity nevypláca. Preto sa nazýva aj ako *notional*, čiže *teoretická* nominálna hodnota. Je ju možné interpretovať aj ako sumu, ktorú si v deň maturity navzájom zaplatia obidve strany, t.j. výsledný peňažný tok je nulový. Pri obchodovaní s danými finančnými derivátmi je kľúčové, aby sme vedeli s čo najväčšou presnosťou určiť ich hodnotu a taktiež kvantifikovať riziko novej straty. Daný model bude odvodený postupne, na začiatku budú opísané základné vzorce, do ktorých budú pridávané ďalšie potrebné faktory, aby bol model vybudovaný čo najzrozumiteľnejšie a čo najviac zodpovedal skutočnosti. Takto bude tiež jednoduchšie zohľadniť úlohu jednotlivých faktorov. Poznávame, že niektoré faktory nebudú do modelu priamo dosadené.

Začnime opisom najjednoduchšieho a zároveň najrozšírenejšieho typu IRS, tzv. obyčajných swapov (angl. *plain vanilla swaps*). V danom type kontraktov vystupujú peňažné toky v tej istej mene, pričom tzv. *kupujúca* strana platí fixné úroky a *predávajúca* strana plávajúce (variabilné) úroky. Analogicky ich môžeme charakterizovať ako strany v *dlhej*, resp. *krátkej pozícii*. Plávajúce úroky bývajú väčšinou naviazané na variabilnú sadzbu niektorého medzibankového trhu, napr. na LIBOR, ale niekedy aj na výnosy štátnych dlhopisov, ako sú napr. U.S. Treasury Bills. Touto tematikou sa bude bližšie zaoberať podkapitola 2.4 *Podkladové sadzby*. Prebieha pritom *netovanie platieb*, t.j. úroky nie sú vyplatené vzájomne, ale strana s vyššou aktuálnou sadzbou zaplatí čistý rozdiel úrokov.

Pri oceňovaní finančných derivátov sa snažíme daný derivát a jeho vlastnosti imitovať jednoduchšími, ale podobnými finančnými produktmi. Toto si vyžaduje znalosť všetkých špecifických vlastností derivátu. Vo väčšine odborných literatúr o oceňovaní IRS sa zo začiatku peňažné toky kontraktu modelujú kupónmi štátnych dlhopisov, pričom vplyv trhu sa ignoruje a obidve strany sú zohľadnené ako rizikovo neutrálne. Poznávame tiež, že dĺžky období medzi jednotlivými platbami pokladáme za rovnaké. V ľubovoľnom čase swapu tvoria všetky zvyšné platby zo strany kupujúceho tzv. *fixnú nohu* (angl. *fixed leg*) a zvyšné platby zo strany predávajúceho *plávajúcu nohu* (angl. *floating leg*) kontraktu. Je zrejme, že strany „hrajú proti sebe“, takže súčasná hodnota swapu pre predávajúceho, resp. kupujúceho sa vypočíta ako rozdiel súčasných hodnôt fixnej a plávajúcej nohy. Prirodzene, pre jednu stranu bude táto hodnota kladná, pre druhú záporná. Hodnotu swapu má teda zmysel vyjadrovať len osobitne pre obe pozície:

$$SH_K = SHP_{plv} - SHP_{fix}, \quad (1)$$

$$SH_P = SHP_{fix} - SHP_{plv}, \quad (2)$$

kde  $SH_K$ , resp.  $SH_P$  označuje hodnotu swapu z hľadiska kupujúcej, resp. predávajúcej strany a  $SHP_{plv}$ , resp.  $SHP_{fix}$  súčasnú hodnotu plávajúcej, resp. fixnej nohy. Pri vypočítaní súčasných hodnôt nôh použijeme zaužívané vzorce na výpočet súčasnej hodnoty budúcich peňažných tokov. Začnime fixnou nohou:

$$SHP_{fix} = \sum_{t=1}^{m \times n} \frac{\frac{u_0}{m} \times M}{\left(1 + \frac{s_t}{m}\right)^t}, \quad (3)$$

kde  $m$  je faktor predstavujúci frekvenciu platieb ( $m = 2$  nám dáva polročné platby a pod.),  $n$  predstavuje trvanie kontraktu v rokoch,  $u_0$  ročnú fixnú sadzbu kontraktu a  $M$  teoretickú nominálnu hodnotu. Premenná  $s_t$  ďalej označuje bezrizikový výnos na obdobie  $t$ , odvodenú bootstrap metódou z dopredu zadaných hodnôt časovej štruktúry úrokových mier na určité obdobia.

V prípade plávajúcej nohy potrebujeme trochu zložitejší vzorec. Výška nasledovnej platby sa určí v dopredu dohodnutý deň, tzv. *deň refixácie* (angl. *reset date*). Ak sú tieto dni zhodné s platobnými dňami, čo sa v praxi obvykle nestane, v čase  $t$  vždy určíme výšku platby na čas  $t+1$ . V takomto prípade by sa výška prvej platby určila v deň podpísania

kontraktu. V deň refixácie sa skontroluje aktuálny stav variabilnej sadzby, na ktorú sa viažu plávajúce platby, a určí sa výška nasledovnej platby. Takto to prebieha počas trvania celého kontraktu. Z tohto dôvodu musíme použiť forwardové úrokové miery. Pri odvodení vzťahu pre forwardové úrokové miery využijeme predpoklad, že investícia do pôžičky s dlhšou dobou splatnosti (napr. jeden dlhopis s dobou splatnosti desať rokov) má rovnaký výnos ako postupná reinvestícia peňazí do pôžičiek s kratšou maturitou na rovnaké obdobie (napr. desať dlhopisov s dobami splatnosti jeden rok). Toto sa dá vyjadriť vzťahom:

$$\left(1 + \frac{r_t}{m}\right)^t = \left(1 + \frac{r_1}{m}\right) \times \left(1 + \frac{1f_2}{m}\right) \times \left(1 + \frac{2f_3}{m}\right) \times \dots \times \left(1 + \frac{t-1f_t}{m}\right)^t,$$

kde  $r_t$  označuje ročnú úrokovú mieru podkladovej variabilnej sadzby na obdobie  $t$  a  ${}_{t-1}f_t$  forwardovú úrokovú mieru na obdobie  $t-1$  až  $t$ . Všimnime si, že hodnoty  $r_t$  sa nemusia zhodovať s hodnotami  $s_t$ , podľa ktorých budúce platby diskontujeme. Z daného vzťahu nám stačí postupne vyjadriť všetky  ${}_{t-1}f_t$ , a potom ich aplikovať na výpočet súčasnej hodnoty plávajúcej nohy:

$$\text{SHP}_{\text{plv}} = \sum_{t=1}^{m \times n} \frac{\frac{{}_{t-1}f_t}{m} \times M}{\left(1 + \frac{s_t}{m}\right)^t} \quad (4)$$

Poznamenávame, že pre  $t=1$  je  ${}_{t-1}f_t$  rovné  $r_1$  a že frekvencia platieb nemusí byť rovnaká, ako v prípade fixnej nohy.

Po dosadení do vzťahov (1) a (2) dostaneme základný model na oceňovanie obyčajných swapov. Jednou z najdôležitejších vlastností swapov je, že na rozdiel od opčných derivátov samotný vstup do swapu neprináša žiadne náklady ani jednej strane dohody. Okrem doby splatnosti, frekvencie platieb a podkladovej sadzby, ktorá neskôr určuje výšku variabilných platieb, potrebujeme určiť len výšku fixnej sadzby. Tá sa vypočíta práve z vyššie uvedených vzťahov tak, aby celková hodnota swapu bola v momente podpísania kontraktu nulová pre obidve strany, takže aby hodnota fixnej a plávajúcej nohy sa rovnali. Táto črta sa tiež označuje ako *na peniazoch* (angl. *at-the-money*). Po vyjadrení  $u_0$  dostávame:

$$u_0 = \frac{\sum_{t=1}^{m \times n} \frac{t-1 f_t}{\left(1 + \frac{s_t}{m}\right)^t}}{\sum_{t=1}^{m \times n} \frac{1}{\left(1 + \frac{s_t}{m}\right)^t}} \quad (5)$$

Hodnota swapu sa však nemení len v dňoch refixácie. Počas celej životnosti kontraktu je potrebné sledovať aktuálny stav podkladovej variabilnej sadzby a výšky fixných úrokových mier pre podobné kontrakty, ktoré nám určia hodnotu našej pozície. Pochopiteľne, ak fixné sadzby podobných kontraktov klesnú, hodnota swapu v krátkej pozícii klesne tiež a naopak. Túto ideu nám priblíži zjednodušená metodika na oceňovanie swapov v nasledovnej podkapitole.

## 1.2 Rozšírený model

Doteraz sme pri odvodení nášho modelu nezohľadnili dva kľúčové faktory: vplyv trhu a *kreditné riziko (riziko defaultu)*, t.j. riziko vyplývajúce z potenciálnej neschopnosti protistrany splatiť svoje záväzky. Podľa neho sa obchodným partnerom udeľuje *kreditné hodnotenie*.

Základom modelu boli štátne dlhopisy, ktoré teoreticky prinášajú nulové riziko. Napriek tomu, že vo swapových kontraktoch najčastejšie vystupujú banky s veľmi vysokým kreditným hodnotením, riziko defaultu je stále vyššie, než je v prípade štátnych dlhopisov. Nemení to ani fakt, že v deň maturity sa nominálna hodnota nevypláca, a tým pádom sa kreditné riziko viaže len na úrokové platby. Dôsledkom tohto rizika je posun medzi krivkou generovanou výškami fixných platieb vo swapových obchodoch na rôzne obdobia a krivkou generovanou výnosmi bezkupónových štátnych dlhopisov. Zrejme fixné úrokové miery swapov nadobúdajú vyššie hodnoty. Tento rozdiel označíme ako *swapové rozpätie* (angl. *swap spread*) a zvyčajne sa pohybuje v rozmedzí 30 až 60bps. Swapové rozpätie je dobrým ukazovateľom kreditného hodnotenia bánk a trhových očakávaní ohľadom zmien úrokových mier, na ktoré sú viazané plávajúce platby. Tieto poznatky sú popísané napr. na internetovej stránke [19].

Tým pádom ani diskontovanie budúcich platieb neprebíha pomocou časovej štruktúry úrokových mier bezkupónových štátnych dlhopisov. Tie majú často ešte vyššiu cenu (t.j. nižšie výnosy), ako bezrizikové dlhopisy, keďže prinášajú rôzne daňové zvýhodnenia.

Potrebujeme teoreticky bezrizikovú krivku na diskontovanie. [7] a veľa iných literatúr spomínajú diskontovanie pomocou *swapovej krivky* (angl. *swap curve*), ktorá je odvodená pomocou fixných úrokových mier IRS kontraktov veľkých bánk s rôznymi maturitami. Hodnoty swapovej krivky sú prístupné na stránke Európskej centrálnej banky. Na diskontovanie sa v niektorých prípadoch používa časová štruktúra odvodená z hodnôt podkladovej variabilnej sadzby, pre LIBOR sú dostupné na [15]. V takomto prípade by sa vo vyššie uvedených vzorcoch sadzby  $s_t$  rovnali sadzbám  $r_t$ .

Pred priblížením pôsobenia trhu je potrebné rozšíriť doterajší model o niekoľko faktorov. Pridáme napríklad tretiu stranu swapových kontraktov: *sprostredkovateľa* (angl. *dealer*). Kupujúca aj predávajúca strana, resp. *klienti*, majú zvyčajne priamy kontakt iba so sprostredkovateľom, akoby súčasne prebiehali dva rôzne swapy. V jednej má sprostredkovateľ dlhú pozíciu voči predávajúcemu, v druhej krátku voči kupujúcemu. Sprostredkovateľ pritom platby oboch strán zvyšuje o istú maržu, zvyčajne v okolí 5bps, ktorú si nechá ako poplatok za svoje služby. Sprostredkovateľom môže byť napríklad burza, banka, ale priamo aj niektorá z dvoch doteraz spomínaných strán.

Ak chce niektorá strana od kontraktu odstúpiť, potrebuje zrušiť svoj záväzok voči sprostredkovateľovi, t.j. presvedčiť ho, aby prevzal jeho pozíciu. Povedzme, že chce vystúpiť kupujúca strana. Aby jeho ponuka bola akceptovaná, sprostredkovateľ musí byť indiferentný medzi vstupom do dlhej pozície v danom swape a vstupom do dlhej pozície v novom, identickom swape, avšak s fixnými platbami, ktoré určí na základe aktuálnych trhových podmienok. Je zřejmé, že obaja musia rátať s rozdielom medzi budúcimi fixnými platbami týchto kontraktov. Tie sa dajú vyjadriť nasledovným vzťahom:

$$M \times \frac{u_p - u_0}{2} \quad (6)$$

kde  $u_p$  vyjadruje *ponukovú sadzbu* (angl. *bid rate*) sprostredkovateľa, t.j. výšku fixnej úrokovej miery, ktorú by sprostredkovateľ bol ochotný platiť v takomto obchode. Samozrejme je potrebné vypočítať súčasnú hodnotu všetkých budúcich peňažných tokov pomocou príslušných diskontných faktorov:

$$M \times \frac{u_p - u_0}{2} \times \sum_{t=1}^{m \times n} \frac{1}{\left(1 + \frac{s_t}{m}\right)^t}. \quad (7)$$

Čas  $t=1$  tu označuje čas odstúpenia od dohody,  $m \times n$  zvyšný počet periód. Vidíme, že ak sa úrokové miery na trhu od uzavretia obchodu znížili, príslušnú sumu musí zaplatiť kupujúci sprostredkovateľovi, v opačnom prípade sprostredkovateľ kupujúcemu. Môžeme si všimnúť, že ak sa  $u_p$  a  $u_0$  rovnajú, hodnota swapovej pozície je nulová, čo v skutočnosti nastáva len vo chvíli podpísania kontraktu. Podobnou úvahou môžeme odvodiť vzťah pre prípad, že chce vystúpiť predajca:

$$M \times \frac{u_0 - u_d}{2} \times \sum_{t=1}^{m \times n} \frac{1}{\left(1 + \frac{s_t}{m}\right)^t}. \quad (8)$$

kde  $u_d$  vyjadruje *dopytovú sadzbu* (angl. *ask rate*) sprostredkovateľa, t.j. výšku fixnej úrokovej miery, ktorú by si sprostredkovateľ žiadal v krátkej pozícii swapového obchodu, inak identického s pôvodným kontraktom. Je dôležité poznamenať, že  $u_d$  je väčšie než  $u_p$ , i keď zanedbateľne. Dôsledkom toho hodnota dlhej a krátkej pozície, napriek doterajším predpokladom, nemusí byť rovnaká.

Zarátat' súčasnú hodnotu plávajúcich platieb nie je potrebné, výška ponukovej, resp. dopytovej úrokovej miery postačí na výpočet hodnoty oboch pozícií. Je však otázne, ako sa majú tieto úrokové miery určiť a aké faktory ich ovplyvňujú. Na lepšie vyjadrenie ich výšky využijeme vyššie spomenuté idey o swapových rozpätiach.

$$u_p = \lambda + p_p, \quad (9)$$

$$u_d = \lambda + p_d, \quad (10)$$

kde  $p_p$ , resp.  $p_d$  označuje *ponukové*, resp. *dopytové swapové rozpätie* (angl. *bid and ask swap spread*) a  $\lambda$  výnos do splatnosti štátneho *par dlhopisu* (angl. *par bond*) s rovnakou dobou splatnosti a frekvenciou platieb ako má daný swap. Ako vidíme, swapové rozpätie je potrebné rozlišovať aj z hľadiska pozície a zjavne nie sú rovnaké pre každého potenciálneho klienta. Sprostredkovateľ na základe kreditného rizika určí maržu, ktorú klient v danej pozícii musí platiť navyše, nehovoriac o spomínanej čiastke, ktorú si nechá pre seba. Zmeny v rozpätiach sú ovplyvnené zmenami na trhu. Keďže dopyt a ponuka swapových trhov závisia od zmien časovej štruktúry, aj zmeny ponukových a dopytových úrokových mier budú mať stochastický charakter. Manažéri sa môžu pokúsiť ich vývoj



predpovedať pomocou dôkladného sledovania trhu, resp. vybudovaním správneho modelu<sup>1</sup>.

Ak dosadíme (9) a (10) do vzťahov (7) a (8) a využijeme vzorec

$$1 = \frac{\lambda}{2} \times \sum_{t=1}^{m \times n} \frac{1}{\left(1 + \frac{s_t}{m}\right)^t} + \frac{1}{1 + \frac{s_{m \times n}}{m}},$$

dostaneme nasledovné vzťahy:

$$M \times \left[ 1 - \left( \frac{1}{1 + \frac{s_{m \times n}}{m}} + \frac{u_0 - u_p}{2} \times \sum_{t=1}^{m \times n} \frac{1}{\left(1 + \frac{s_t}{m}\right)^t} \right) \right],$$

$$M \times \left[ \left( \frac{1}{1 + \frac{s_{m \times n}}{m}} + \frac{u_d - u_0}{2} \times \sum_{t=1}^{m \times n} \frac{1}{\left(1 + \frac{s_t}{m}\right)^t} \right) - 1 \right].$$

Všimnime si, že v jednoduchých zátvorkách máme hodnotu dlhopisu s fixnými kupónmi  $u_0 - u_p$ , resp.  $u_d - u_0$  a nominálnou hodnotou 1. Samozrejme aj pri týchto platbách riziko rastie úmerne s dobou splatnosti.

[7] spomínal tiež ďalšiu možnosť na odstup od kontraktu: strany podpíšu dohodu s opačnými platbami, čím zrušia tú pôvodnú. Strata je v podstate rovnaká.

Toto sa prejaví aj na swapových rozpätiach. IRS sa používajú aj na zmeny durácie portfólií, o čom sa zmienime v podkapitole 3.2.3 *Durácia portfólia a IRS*.

---

<sup>1</sup> Ideálnym je napr. CIR-model.

## 2 Konvencie a podkladové sadzby

Doteraz sme postupovali podľa predpokladu, že periódy medzi jednotlivými platbami sú rovnako dlhé a počet dní v jednej perióde je celočíselným deliteľom počtu dní v jednom roku. Toto sa v realite nemôže stať už len z dôvodu existencie prestupných rokov. V tejto kapitole budú vymenované rôzne konvencie, ktorými sa daný problém rieši. Tretia podkapitola sa bude zaoberať ďalšími príčinami nepravidelnosti períód. Ako zdroj týchto poznatkov sme použili knihu [10]. V poslednej podkapitole priblížime aj fungovanie podkladových variabilných sadzieb.

### 2.1 Day-count konvencie

Na presný výpočet úrokovej miery potrebujeme komplikovanejší vzorec. Základná idea je obsiahnutá na stránkach [1, 13] o výpočte kumulovaného úroku. Podľa neho sa má úroková miera vypočítať pomocou nasledovného vzťahu:

$$\text{ročná úroková miera} \times \frac{\text{počet dní v perióde}}{\text{počet dní v roku}}.$$

pričom za prvý deň periódy sa považuje deň podpísania kontraktu, resp. deň poslednej platby, a posledný deň periódy, t.j. deň samotnej platby, sa nezaráta. Druhý člen v tomto vzťahu sa nazýva *akruálny faktor* (angl. *accrual factor*). Zdalo by sa, že je jednoznačne určený, existujú však rôzne konvencie na jej odvodenie. Sú to tzv. *day-count konvencie* (angl. *day-count conventions*). Líšia sa hlavne v tom, ako definujú počet dní v jednom mesiaci a roku. Podľa toho býva aj ich pomenovanie zadané vo forme  $X/Y$ , kde  $X$  je počet dní v jednom mesiaci a  $Y$  počet dní v roku podľa danej konvencie. Zdroj [10] obsahuje bližšie informácie o tom, kedy ktorá konvencia sa štandardne používa. Vymenujeme najzaužívanejšie z nich a ich akruálne faktory:

- Prvou je skupina 30/360 s akruálnym faktorom

$$\frac{360 \times (R_2 - R_1) + 30 \times (M_2 - M_1) + (D_2 - D_1)}{360}.$$

Konvencie v tejto skupine sa líšia v určení  $R_i$ ,  $M_i$  a  $D_i$ , ktoré označujú začiatok a koniec daného obdobia (rok, mesiac, deň).

- ACT/360, kde akruálny faktor je

$$\frac{d_2 - d_1}{360}.$$

$d_1$  a  $d_2$  označujú prvý a posledný deň v perióde. Všimnime si, že ACT označuje skutočný počet dní, celkový počet dní v prestupnom a neprestupnom roku je však naďalej 360.

- ACT/365 Fixed alebo *English Money Market Basis* analogicky s faktorom

$$\frac{d_2 - d_1}{365}.$$

- ACT/ACT ISDA s faktorom

$$\frac{\text{počet dní v neprestupnom roku}}{365} + \frac{\text{počet dní v prestupnom roku}}{366}.$$

Táto konvencia by nám asi mohla byť najsympatickejšia, pretože určuje presnú výšku úroku na dané obdobie, faktor je však na svoj prínos príliš komplikovaný.

- Business/252 alebo BUS/252 s faktorom

$$\frac{\text{počet pracovných dní v perióde}}{252}.$$

252 označuje priemerný počet pracovných dní v kalendárnom roku.

## 2.2 Business-day konvencie

Už vieme, že počet dní v jednotlivých obdobiach nie sú celočíselnými deliteľmi počtu dní v danom roku. Dĺžky intervalov medzi platbami sa zvyčajne určujú tak, aby boli čo najbližšie k štandardnej dĺžke, ako napr. 3 mesiace, 6 mesiacov a pod. Keďže platby nemôžu padnúť na víkendy alebo sviatky, zaviedli sa tzv. *business-day konvencie* (angl.

*business day conventions*). Riešenie, ktoré ponúkajú je zvyčajne intuitívny krok, podľa ktorého sú aj pomenované. Niektoré z nich sú:

- Following (Nasledovný) – deň platby sa nahradzuje nasledovným pracovným dňom.
- Preceding (Predchádzajúci) – deň platby sa nahradzuje predošlým pracovným dňom.
- Modified Following (Modifikovaný nasledovný) - deň platby sa nahradzuje nasledovným pracovným dňom, ledaže by vzhľadom na pôvodný dátum padol do nasledovného kalendárneho mesiaca. V tom prípade sa vyberie predošlý pracovný deň.
- Modified Following Bimonthly – deň platby sa nahradzuje nasledovným pracovným dňom, ledaže by vzhľadom na pôvodný dátum prekročil prelom polovice mesiaca, t.j. 15. deň, alebo by padol do nasledovného kalendárneho mesiaca. V tom prípade sa vyberie predošlý pracovný deň.
- End of Month (Koniec mesiaca) – podľa tejto konvencie je prvý deň periódy posledný pracovný deň v prvom mesiaci periódy a posledný deň periódy posledný pracovný deň v poslednom mesiaci periódy.

## 2.3 Nepravidelnosť periód

Je dôležité poukázať na ďalšie faktory, ktoré spôsobujú nepravidelnosť periód. Spomínali sme prípad, keď na odstúpenie od existujúcej dohody strany vytvorí nový swap, ktorým vyrovnajú svoje budúce platby. Dátum uzavretia nového kontraktu nemusí súhlasiť so začiatkom najbližšej periódy pôvodného a je potrebné zaviesť jednu *nepravidelnú periódu*. Spravidla ním býva prvá. Môže byť kratšia ako štandardná perióda alebo byť v rozmedzí jednej a dvoch periód.

Ani dni reflexie sa zvyčajne nezhodujú so začiatčným dňom príslušnej periódy. Závisia od podkladovej plávajúcej úrokovej miery a bývajú 0 až 2 dni pred podpísaním dohody, resp. platbami úrokov. Tento posun sa označuje ako *spot lag*. Je tiež zaujímavé, že ak oficiálny začiatok kontraktu je v porovnaní s jeho podpísaním po dlhšom čase, ako je *spot lag*, stáva sa *forwardom*, resp. *futuritou*. Riešenie následných problémov v diskontovaní závisí na stranách dohody.

## 2.4 Podkladové sadzby

Plávajúce kupóny môžu byť stanovené podľa rôznych sadziieb. Zatiaľ sme spomínali iba LIBOR, je však veľa ďalších, ktoré často vystupujú v úrokových derivátoch. Sústredíme sa na IBOR-ové sadzby, t.j. sadzby medzibankových trhov spomenutých v publikácii [10]. Vymenujeme niektoré z nich a priblížime postup stanovenia LIBOR-u, ktorý je uvedený napríklad na internetovej stránke [15]. Ostatné fungujú na základe veľmi podobných princípov.

- LIBOR (London Interbank Offered Rate) je asi najčastejšie spomínanou plávajúcou sadzbou v odborných literatúrach. Stanovuje sa pre päť mien<sup>2</sup> a sedem krátkodobých maturít<sup>3</sup>, spolu 35 mier. Zvyčajne je vyjadrený vo forme TRVANIE DLHU MENA LIBOR, napr. trojmesačná sadzba na japonský jen je 3M JPY LIBOR. Každý rok je zvolených osem až šesťnásť bánk, ktoré majú veľký vplyv na londýnsky peňažný trh. Tie potom denne nahlásia, za akú sadzbu by boli schopní požičať si v daných menách na dané obdobie. Výsledkom je priemer hodnôt medzi prvým a tretím kvartilom, ktorý zverejní Thomson Reuters približne o 11:45 londýnskeho času.

- EURIBOR (European Interbank Offered Rate)
- TIBOR (Tokyo Interbank Offered Rate)
- HIBOR (Hong Kong Interbank Offered Rate)
- SIBOR (Singapore Interbank Offered Rate)
- CDOR (Canadian Dealer Offered Rate)

Skoro každá mena má svoj vlastný ekvivalent, dokonca aj maďarský forint s názvom BUBOR (Budapest Interbank Offered Rate).

Podkladové sadzby však nemusia byť medzibankové úrokové miery. Typickou variabilnou sadzbou je napríklad výnos amerických Treasury Bills alebo iných dlhopisov. Kapitola 5 v knihe [10] spomína aj tzv. *overnight indexes*, ktoré sú váženým priemerom variabilných sadziieb skutočných transakcií za konkrétne obdobie. Tvrdí tiež, že tieto sadzby sa čoraz častejšie používajú ako podkladové variabilné sadzby IRS kontraktov.

Ku všetkým spomínaným sadzbám prislúchajú konvencie, podľa ktorých sa s nimi štandardne obchoduje.

---

<sup>2</sup> EUR, JPY, GBP, CHF a USD.

<sup>3</sup> Deň, týždeň, mesiac, dva mesiace, tri mesiace, šesť mesiacov a jeden rok.

## 3 Riadenie rizika

V tejto kapitole sa zameriame na praktické využitie derivátov úrokovej miery. Bude rozdelená na päť podkapitol. V prvej priblížime základy potrebnej teórie spracovaním informácií na stránke [19]. V druhej popíšeme všeobecne známe poznatky o durácii a konvexnosti. Potom prejdeme na krátky popis ďalších derivátov úrokovej miery a ich základné využitia. Vo štvrtej a piatej podkapitole sa vrátíme k využitiu IRS kontraktov. Popíšeme štyri stratégie, spracované na základe ôsmej kapitoly učebnice [4]. Myšlienky budú veľmi podobné pôvodným, duráciu celkového portfólia však spresníme podľa vzťahov z predošlých kapitol. V poslednej podkapitole bude odvodený základný model na upravenie účtovnej hodnoty finančných derivátov na základe teórie obsiahnutej v publikácii [20] a všeobecných poznatkov. Definície potrebných pojmov sme získali zo zdrojov [3, 20, 21].

### 3.1 Základy teórie

Úrokové riziko má dve základné formy. Prvá z nich súvisí so škodlivými zmenami úrokových mier pred uzavretím dohody, druhá so zmenami počas jeho trvania. IRS kontrakty sa väčšinou využívajú na zaistovanie počas trvania dohody, keďže na zafixovanie úrokových mier pred uzavretím dohody, tzv. *rate-lock*, existujú aj vhodnejšie deriváty, napr. eurodolarové futurity.

Jedným z najväčších problémov manažérov je tým pádom predpoveď a následný boj s nečakanými zmenami na trhu. Povedzme, že manažér firmy riadi portfólio aktív. Aby zmiernil riziko straty spôsobené nečakanými zmenami trhových indexov, od ktorých celková hodnota aktív jeho firmy závisí, snaží sa do portfólia pridať deriváty, ktoré budú na tieto výkyvy reagovať opačne. Tento proces sa nazýva *zaistenie* (angl. *hedging*) alebo *imunizácia*. Zrejme tento proces zníži aj kladný efekt výkyvov, preto cieľom je opäť minimalizácia rizika za najväčší možný zisk. Čo sa týka úrokového rizika, deriváty IRS sú ideálnym prostriedkom na vybudovanie rôznych zaistovacích stratégií.

### 3.1.1. Portfólio manažment

Deriváty IRS sú predovšetkým vhodné na vyváženie budúcich fixných alebo plávajúcich platieb. Ak chce firma čeliť budúcim fixným výdavkom, ako sú napríklad mzdy alebo výplata kupónov emitovaných dlhopisov a vlastní aktívum s plávajúcimi platbami, môže vstúpiť do krátkej pozície swapu a tieto platby vyvážiť. Zaistenie takýchto budúcich platieb budeme označovať ako *zaistenie peňažných tokov* (angl. *cash-flow hedging*).

Hodnota dlhopisu s plávajúcimi kupónmi sa v časoch výplaty kupónov rovná svojej nominálnej hodnote. Povedzme, že akcionári firmy manažérom stanovili cieľový výnos svojich aktív na určité obdobie. Ak manažérom sa podarí dosiahnuť takýto výnos, ich hlavnou prioritou je túto mieru udržať na rovnakej úrovni. Toto sa dá docieľiť dlhou pozíciou vo swape s vhodnou dobou splatnosti a teoretickou nominálnou hodnotou. Takýto proces budeme označovať pod názvom *zaistenie reálnej hodnoty* (angl. *fair value hedging*).

Môžeme si všimnúť že zaistenie peňažných tokov a zaistenie reálnej hodnoty sa navzájom vylučujú.

### 3.1.2. Špekulácie

Fakt, že samotný vstup do swapových kontraktov neprináša žiadne náklady z nich robí trhovým špekulantom príťažlivú alternatívu oproti obchodovaniu s dlhopismi. Ak niekto predpokladá nárast v časovej štruktúre, má napríklad možnosť vstúpiť do krátkej pozície swapu. Aj v najhoršom prípade je vystavený oveľa nižšiemu riziku, ako pri short sellingu dlhopisov.

## 3.2 Durácia a konvexnosť

Teraz vysvetlíme základy teórie o durácii a konvexnosti dlhopisov a portfólií. Vzorce pre konkrétne durácie a aproximácia zmeny hodnoty dlhopisu sú odvodené napríklad v knihách [17] a [16]. Zmienime sa aj o gapovej analýze spracovaním informácií na stránke [9]. Dané poznatky a prípadné poznámky sú všeobecne známe a sú popísané v niekoľkých odborných textoch.

### 3.2.1. Durácia dlhopisu

Durácia dlhopisu v sebe nesie informáciu o dvoch jeho základných vlastnostiach: po koľkých rokoch vráti investované peniaze a na koľko je citlivý na výkyvy v časovej štruktúre úrokových mier. Zvyčajne je to kladné číslo vyjadrené v rokoch. Niektoré literatúry ju uvádzajú ako kladné číslo pre dlhopis v dlhej pozícii a záporné v krátkej pozícii. Samozrejme v dlhej pozícii má nárast úrokových mier záporný efekt, v krátkej kladný. Je tiež dobré podotknúť, že vyššia frekvencia kupónov znižuje výslednú duráciu dlhopisu v porovnaní s jeho dobou splatnosti.

Uvedieme tri typy durácií: *Macaulayovu*, *modifikovanú (Macaulayovu)* a *kvázimodifikovanú duráciu*. Ich vzorce sú podľa vyššie uvedeného poradia nasledovné:

$$D = \frac{\sum_{t=1}^{m \times n} \frac{t}{m} \times X_t \left(1 + \frac{\lambda}{m}\right)^{-t}}{SH},$$

$$D_M = \frac{D}{1 + \frac{\lambda}{m}} = \frac{\sum_{t=1}^{m \times n} \frac{t}{m} \times X_t \left(1 + \frac{\lambda}{m}\right)^{-(t+1)}}{SH},$$

$$D_{QM} = \frac{\sum_{t=1}^{m \times n} \frac{t}{m} \times X_t \left(1 + \frac{s_t}{m}\right)^{-(t+1)}}{SH}.$$

Značenie samozrejme súhlasí s predchádzajúcimi kapitolami, pričom  $X_t$  predstavuje výšku príslušného peňažného toku v čase  $t$ . Z daných troch nám najviac vyhovujú modifikovaná a kvázimodifikovaná, predstavujú totiž deriváciu súčasnej hodnoty podľa výnosu, resp. zmien úrokových mier predelenú súčasnou hodnotou peňažných tokov  $X_t$ . Odborné literatúry najčastejšie uvádzajú modifikovanú, je totiž historicky najstaršia a dosadenie jedinej premennej je oveľa praktickejšie. Výnos pritom môžeme vypočítať numericky alebo, v lepšom prípade, pomocou business kalkulačky. Výsledné hodnoty durácií by mali byť skoro rovnaké.

Zmena súčasnej hodnoty sa aproximuje nasledovným spôsobom:

$$\Delta SH \approx -SH \times D_{XY} \times \Delta z, \quad (11)$$



kde  $D_{XY}$  je kvázimodifikovaná alebo modifikovaná durácia, a  $\Delta z$  je vertikálna zmena v časovej štruktúre úrokových mier alebo vo výnose dlhopisu<sup>4</sup>. Treba poznamenať, že tento vzťah sa dá ekvivalentne použiť aj na aproximáciu zmeny hodnoty záväzku,  $SH$  však bude záporná hodnota. V každom prípade ide o lineárnu aproximáciu zmeny hodnoty dlhopisu, ktorá pri relatívne veľkej zmene sadzieb nemusí byť dostatočne presná. Všimnime si tiež, že daná aproximácia je vhodná iba pri vertikálnom posune celej krivky. V nasledovných kapitolách budeme používať len modifikovanú duráciu.

### 3.2.2. Konvexnosť dlhopisu

Ak zoberieme dva dlhopisy s rovnakou dobou splatnosti, dokážeme ich kupóny a nominálne hodnoty nastaviť tak, aby durácie a súčasné hodnoty vyšli rovnaké. Rovnako veľký posun v ich výnosoch však môže mať prekvapivo rozdielny vplyv na ich hodnoty. Vo všeobecnosti platí, že zníženie výnosu kupónového dlhopisu má na jeho hodnotu relatívne nižší efekt než jeho zvýšenie. Tento fakt nám poukazuje na konvexný, resp. nelineárny charakter závislosti hodnoty dlhopisu od jeho výnosu. Keďže prostredníctvom durácie získame len lineárnu aproximáciu, čím väčšia je zmena vo výnose, tým nepresnejšia bude naša predpoveď. Môžeme si predstaviť dotyčnicu ku konvexnej krivke, ktorá vzdialením sa od dotykového bodu nadobudne čoraz nižšie hodnoty v porovnaní s tými na konvexnej krivke, t.j. rastie diferenciál. V podstate hovoríme o aproximácii Taylorovým polynómom, ktorý sa dá doplniť o ďalší člen, aby sme získali presnejšie odhady.

Potrebujeme k tomu druhú deriváciu hodnoty dlhopisu podľa výnosu a jej predelenie súčasnou hodnotou dlhopisu, ktorá sa v odborných literatúrach označuje pod názvom *konvexnosť dlhopisu*:

$$KV = \frac{\sum_{t=1}^{m \times n} \frac{t \times (t+1)}{m^2} \times X_t \left(1 + \frac{\lambda}{m}\right)^{-(t+2)}}{SH}.$$

Podľa všeobecných poznatkov o Taylorových polynómoch sa dá aproximácia (11) spresniť nasledovne:

<sup>4</sup> Podľa toho, ktorú duráciu sme použili.

$$\Delta SH \approx -SH \times D_M \times \Delta \lambda + \frac{1}{2!} \times SH \times KV \times \Delta \lambda.$$

Vidíme, že nový člen zvýši hodnotu a zároveň aj presnosť nášho odhadu, takže výsledok súhlasí s očakávaniami.

Konvexnosť sa v takejto forme často nepoužíva, poukazuje však na správnosť hore uvedených ideí. Čím väčšia je konvexnosť dlhopisu, tým nižšia je reakcia jej hodnoty na záporné výkyvy výnosu oproti kladným. Toto je veľmi prítlačivá vlastnosť, preto je lepšie investovať do dlhopisov s väčšou konvexnosťou. Pochopiteľne bezkupónové dlhopisy majú malú, kým kupónové relatívne väčšiu konvexnosť.

### 3.2.3. Durácia portfólia a IRS

Odtiaľ budeme pracovať len s duráciou, keďže následné dosadenie konvexnosti je analogické. Aby sme poznali duráciu swapu, potrebujeme pridať jednoduchý vzťah na odvodenie durácie portfólia dlhopisov. Všeobecne pre  $k$  položiek platí nasledovný vzťah:

$$\sum_{i=1}^k SH_i \times D_i = SH \times D, \quad (12)$$

kde  $SH_i$  a  $D_i$  sú súčasnými hodnotami a duráciami príslušných položiek,  $SH$  a  $D$  súčasnou hodnotou a duráciou výsledného portfólia. Položky môžu byť dlhopisy alebo portfólia dlhopisov. Všimnime si, že predelením celej rovnice hodnotou  $SH$  vyjadríme hodnotu  $D$ . Ako však aplikovať tento vzťah na odvodenie durácie swapu?

Účasť vo swapovej dohode môžeme považovať za portfólio pozostávajúce z jedného dlhopisu s fixnými kupónmi a jedného s plávajúcimi, pričom v jednom kontrakte máme dlhú, v druhom krátku pozíciu. Podľa toho budeme pristupovať k jej výslednej durácii, s čím súhlasia aj odborné literatúry, napr. [4].

S dlhopisom s fixnými kupónmi nie je problém, aká je však durácia dlhopisu s plávajúcimi kupónmi? V prvej kapitole [17] je opísaná syntetizácia dlhopisu s plávajúcimi kupónmi pomocou série bezkupónových dlhopisov, pričom výnos každého dlhopisu predstavuje plávajúci kupón danej periódy. Tu bolo tiež odvodené, že hodnota

takéhoto dlhopisu sa v deň vyplatenia kupónu rovná jej nominálnej hodnote. Učebnica [4] na základe podobného princípu tvrdí, že ani jej durácia neklesá rovnomerne, ako pri dlhopisoch s fixným kupónom, ale rovná sa vždy durácii aktuálneho bezkupónového dlhopisu v rámci jeho syntetického ekvivalentu. Jeho hodnota sa periodicky ustáli na nominálnej hodnote, takže aj výkyvy v časovej štruktúre úrokových mier majú efekt len počas týchto krátkych období a musia byť podstatne veľké, aby hodnotu značne zmenili. Príslušná časová štruktúra úrokových mier je odvodená na základe podkladovej variabilnej sadzby.

Podľa (12) potom dostávame vzorec pre duráciu swapu:

$$SH_{\text{fix}} \times D_{\text{fix}} + SH_{\text{plv}} \times D_{\text{plv}} = SH_{\text{IRS}} \times D_{\text{IRS}}. \quad (13)$$

Je dôležité poznamenať, že na ľavej strane rovnice vystupujú súčasné hodnoty a durácie dlhopisov aj s nominálnymi hodnotami, nie len nôh swapu. Môžeme si všimnúť, že v čase podpísania kontraktu sa samotné  $D_{\text{IRS}}$  vyjadriť nedá, keďže  $SH_{\text{IRS}}$  je nulové. O durácii samotného swapu má tým pádom zmysel hovoriť jedine po zmene jeho súčasnej hodnoty. Pridanie swapu do portfólia môžeme vyjadriť pomocou vzťahu (12), prirátaním ľavej strany rovnice (13) k ostatným položkám portfólia. Na pravej strane bude súčin súčasnej hodnoty a durácie cieľového portfólia. Pri úplnej imunizácii bude jeho durácia a súčasná hodnota nulová. Tento prístup súhlasí s príkladom 1.6 z učebnice [17]. Na základe svojich očakávaní dokáže firma určiť parametre swapu. Ak sa pozrieme na vzťah (11), uvidíme, že touto metódou znižujeme efekt zmien výnosov. Ak sa niektoré položky portfólia vzťahujú na iné úrokové miery, vývoj všetkých môžeme kontrolovať osobitne zhlukovaním a následnou imunizáciou.

Spomínali sme tiež, že durácia je vhodná iba na aproximáciu pri vertikálnom posune celej časovej štruktúry úrokovej miery. Tento problém je možné riešiť tzv. *gapovou analýzou* (angl. *gap analysis*). Hlavnou myšlienkou gapovej analýzy je zhlukovanie budúcich peňažných tokov do časových intervalov, ktoré stanovíme podľa maturít aktív a pasív alebo podľa dní refixácie ich hodnoty. Čistý rozdiel peňažných tokov v rámci konkrétneho intervalu je tzv. *úrokový gap* (angl. *interest rate gap*). Následne ak manažéri očakávajú zmenu krátkodobých úrokových mier, napr. v intervale jeden týždeň až jeden mesiac, môžu použiť hore uvedenú metódu na minimalizáciu straty. Forwardové IRS kontrakty sú ideálnym spôsobom na zaistenie úrokových gapov. Gapová analýza však má aj niekoľko nedostatkov. Podobne ako pôvodná analýza duráciou, neráta s reálnou

hodnotou aktív a pasív. Je tiež ťažké do modelu zabudovať opčné deriváty, keďže nepoznáme presný čas ich realizácie. Dobrým príkladom sú swapcie, ku ktorým sa vrátíme v podkapitole 3.3.7 *Swapcie*.

Vráťme sa k duráciám dlhopisov, z ktorých swap pozostáva. Čím má portfólio s kladnou súčasnou hodnotou vyššiu duráciu, tým viac sa zníži jej hodnota pri raste úrokových mier. Táto závislosť sa dá vysvetliť tým, že ak aktuálne fixné sadzby na trhu sú vyššie než tie, ktoré dostávame v existujúcej dohode, naša pozícia je nevýhodná, t.j. nárast fixných úrokových mier má pre nás negatívny efekt. Pre portfólio so zápornou súčasnou hodnotou to funguje naopak.

Dlhopis s fixnými kupónmi má vo všeobecnosti relatívne vyššiu duráciu než dlhopis s plávajúcimi, ale rovnakou maturitou. V dlhej pozícii swapu má dlhopis s fixnými kupónmi zápornú súčasnú hodnotu, v krátkej kladnú súčasnú hodnotu. Preto medzi zmenami úrokových mier a hodnotou swapu v dlhej pozícii bude zvyčajne priama úmera, v krátkej nepriama úmera.

Môžeme si tiež všimnúť, že durácia nezávisí od nominálnej hodnoty. Preto z ľavej strany vzťahu (13) môžeme vyňať hodnotu teoretickej nominálnej hodnoty swapu.  $D_{fix}$  a  $D_{plv}$  stačí počítať pre dlhopisy s jednotkovou nominálnou hodnotou,  $SH_{fix}$  a  $SH_{plv}$  budú ich súčasné hodnoty a vzťah prenásobíme nominálnou hodnotou  $M$ :

$$M \times (SH_{fix} \times D_{fix} + SH_{plv} \times D_{plv}). \quad (14)$$

### 3.3 Iné deriváty úrokovej miery a ďalšie typy IRS

V tejto podkapitole predstavíme niekoľko derivátov úrokovej miery, ktoré sa často používajú v kombinácii s IRS kontraktmi. Všetky sú popísané na internetovej stránke [12], čerpáme však aj z počtu iných zdrojov. Popis dohôd o forwardovej úrokovej sadzbe, úrokového capu, flooru a collaru čerpá z učebnice [4], vzorce sú popísané na základe všeobecne známych poznatkov a konzultácií s [7], popis eurodolarových futurít z internetovej stránky [8]. Následne je popísaných niekoľko netradičných typov IRS kontraktov. Popis aplikácie IRS kontraktov s dvomi plávajúcimi nohami je dostupná napr. na internetovej stránke [11] a v knihe [10], vlastnosti mimotrhových IRS kontraktoch na internetovej stránke [18] a vlastnosti swapcií v knihe [10]. Pre zaujímavosť uvedieme aj

popis swapov, ktoré nie sú derivátmi úrokových mier. Daná podkapitola je spracovaná podľa zdrojov [4] a [12].

### 3.3.1. Dohoda o forwardovej úrokovej sadzbe

Často používaným derivátom úrokových mier sú tzv. *dohody o forwardovej úrokovej sadzbe* (angl. *forward rate agreements* alebo *FRA*). FRA je v podstate forwardový kontrakt, podkladom ktorého je niektorá trhová variabilná sadzba. Strany sa dohodnú na dni realizácie dohody, na podkladovej variabilnej sadzbe<sup>5</sup> a teoretickej nominálnej hodnote. Jedna strana v deň realizácie zaplatí úrok na základe aktuálnej výšky podkladovej variabilnej sadzby a druhá úrok na základe dohodnutej „fixnej“ sadzby. Dohoda s takýmto postupom pripomína jednotlivé periódy IRS kontraktu. V knihe [5] je spomenuté, že v 80-tych a 90-tych rokoch sa prijalo veľa opatrení, aby táto podobnosť neponúkala možnosť na arbitráž. Dohody FRA sa tiež dajú použiť na oceňovanie IRS kontraktov.

Ak naša strana má v deň realizácie vyplatiť dopredu dohodnutú sadzbu, náš tok peňazí bude rovný:

$$M \times \frac{r_a - r_d}{m},$$

kde  $M$  je teoretická nominálna hodnota,  $r_a$  je aktuálna výška variabilnej sadzby,  $r_d$  je fixná úroková miera, ktorú platí naša strana a  $m$  predstavuje frekvenciu obdobia v rámci roku, na ktoré sa sadzby viažu.

Cena takejto dohody sa počíta pomocou forwardovej úrokovej miery a z pozície platiteľa dohodnutého úroku bude rovná:

$$M \times \frac{f - r_d}{m} \times \left(1 + \frac{s}{m}\right)^{-1},$$

kde  $f$  je forwardová miera na dané budúce obdobie a  $s$  je ročná úroková miera na obdobie od podpísania kontraktu do dňa jeho realizácie. Ak platí  $f = r_d$ , obchod v deň podpísania má nulovú hodnotu, t.j. nedôjde k výmene peňazí.

---

<sup>5</sup> Napr. 6M USD LIBOR v deň realizácie.

### 3.3.2. Eurodolárové futurity

*Eurodolárové futurity* (angl. *eurodollar futures*) sú futuritnými ekvivalentmi kontraktov FRA na zafixovanie aktuálnej výšky úrokovej miery. Ich meno je trochu máätúce, keďže s eurami, ako menou, nemajú nič spoločné. Po druhej svetovej vojne sa podstatne zvýšil počet dolárových vkladov v Európe, ktoré vtedy nazvali eurodolármi. Dnes však predpona euro- v tejto forme označuje zahraničné vklady aj iných mien<sup>6</sup>. V zmysle futurít sa vzťahuje na variabilné úrokové miery, ktoré zahraničné banky ponúkajú na dolárové vklady na medzibankových trhoch. Sú jedným z najobľúbenejších komodít CME (Chicago Mercantile Exchange).

Štandardným podkladom je 3M USD LIBOR s teoretickou nominálnou hodnotou \$1 000 000. Značia sa vo forme *100–aktuálna výška LIBOR-u* v percentách. Pre uzavretie dohody musia mať obe strany *počiatočnú rezervu* (angl. *initial margin*), ktorá predstavuje akúsi záruku. Zmeny LIBOR-u sú sledované každý deň a každá zmena v jej výške o 1bps sa označuje ako jeden *tikot* (angl. *tick*). Keďže ide o trojmesačnú mieru s bázou 30/360, kladný tikot predstavuje tok \$25 z rezervy kupujúcej strany na účet predávajúcej, pri zápornom naopak. Tento systém prináša oveľa nižšie kreditné riziko a robí z eurodolárových futurít veľmi obľúbenú komoditu. Na rozdiel od FRA a iných OTC derivátov sa však nedajú špecializovať.

### 3.3.3. Úrokový cap a floor

*Úrokový cap* (angl. *interest rate cap*) je dohoda, v ktorej predávajúca strana súhlasí zaplatiť stanovenú sumu kupujúcej strane v periodických intervaloch, ak podkladová variabilná sadzba prekročí vopred stanovenú hornú hranicu, tzv. *capovú sadzbu* (angl. *cap rate*). Ide v podstate o sériu call opcií, tzv. *caplety* (angl. *caplets*). Výplaty kupujúcej strany v daných dňoch sú nasledovné:

$$\max[0, M \times (\text{capová sadzba} - r_a) \times \text{akruálny faktor}],$$

kde  $M$  je teoretická nominálna hodnota a  $r_a$  je aktuálna výška podkladovej sadzby.

---

<sup>6</sup> Napr. euroeuro.

Opakom je *úrokový floor* (angl. *interest rate floor*), pre ktorý môžeme analogicky definovať pojmy *azy floorová sadzba* (angl. *floor rate*) a *floorlet* (angl. *floorlet*) a výplaty budú vyzerat' nasledovne:

$$\max[0, M \times (r_a - \text{floorová sadzba}) \times \text{akruálny faktor}].$$

### 3.3.4. Úrokový collar

*Úrokový collar* je simultánna pozícia v jednom úrokovom cape a jednom úrokovom floore. Uvedieme dve stratégie na zaistenie plávajúcich platieb.

Prvá je vhodná na zabezpečenie záväzku financovanej plávajúcimi kupónmi zaviazanými napríklad na LIBOR. Zvýšenie LIBOR-u nám môže uškodiť a chceme zúžiť interval výšky možných kupónov. Stratégia spočíva v zakúpení jedného capu a predaji jedného flooru, samozrejme s rovnakou teoretickou nominálnou hodnotou a podkladovou variabilnou sadzbou oboch bude LIBOR. Takto si môžeme byť istí, že naše platby budú v rozmedzí floorovej a capovej sadzby. Ak tieto sadzby nastavíme vhodne, cenu kúpeného capu môžeme financovať predaným floorom.

Druhá je v podstate opakom prvej, je vhodná na zabezpečenie výnosov z aktíva s plávajúcimi kupónmi. Analogicky predáme jeden cap a kúpime jeden floor. Naše kupóny nepadnú pod floorovú sadzbu a cenu flooru sme financovali predajom capu.

Tieto stratégie sú rovnako použiteľné na zaistenie záväzkov, resp. aktív, ktorých platby boli zmenené IRS kontraktom.

### 3.3.5. IRS s dvomi plávajúcimi nohami

Menej rozšíreným typom IRS kontraktov je, keď platby oboch strán sú variabilné. Podľa rozdielu medzi platbami strán sa dajú rozdeliť do dvoch kategórií: keď sa líšia podkladové sadzby a keď je rozdiel vo frekvencii platieb.

Povedzme napríklad, že Firma A má záväzok, ktorý financuje mesačnými úrokmi vo výške LIBOR a aktívum s mesačnými úrokmi vo výške TIBOR+30bps. Všimnime si, že fixná marža je pridelená iba jednej strane. Tá je prirodzene určená podľa trhových očakávaní. Pre jednoduchosť uvažujme rovnaké nominálne hodnoty a doby splatnosti a nech platí  $TIBOR = LIBOR + 10bps$ . Firma A má výnos 40bps, ale hrozí jej relatívny

pokles TIBOR-u voči LIBOR-u. Tento problém môže vyriešiť IRS kontraktom, v ktorom platí úroky TIBOR+30bps a dostáva LIBOR+35bps tak, aby vykryl svoje aktuálne platby. Čistým výsledkom je mesačný výnos 35bps. Strata 5bps predstavuje poplatok sprostredkovateľovi.

V prípade kontraktov s rozdielom vo frekvenciách platieb môže ísť o jednoduchú zmenu dĺžky platieb s rovnakou podkladovou úrokovou mierou, napr. 3M USD EURIBOR oproti 6M USD EURIBOR-u. Ďalším rozdielom môže byť aj potreba zmeny business-day konvencií niektorého aktíva alebo pasíva.

### 3.3.6. Mimotrhový IRS

Špeciálnym prípadom uzavretia swapového kontraktu je, keď niektorá strana potrebuje nastaviť fixné platby tak, aby pozície v danom swape mali pri podpísaní nenulovú hodnotu. IRS tohto typu označíme ako *mimotrhové swapy* (angl. *off-market swaps*). Povedzme napríklad, že Firma A chce zaistiť swapom svoje budúce záväzky. Prirodzene by sme čakali, že stačí určiť vhodnú výšku teoretickej nominálnej hodnoty swapu pre aktuálne fixné sadzby. Treba si však uvedomiť, že sumy je potrebné zaokrúhliť na dve desatinné miesta, t.j. swap nemusí zabezpečiť Firme A presné zaistenie svojich platieb. V takomto prípade je logické dohodnúť sa s druhou stranou na fixnej miere a nominálnej hodnote, ktorú Firma A potrebuje. Pri podpísaní kontraktu má tým pádom pozícia oboch strán nenulovú hodnotu, keďže pre niektorú stranu ponúka lepšie podmienky, ako tie na trhu. Riešenie vyplýva práve z vyššie uvedeného postupu určenia hodnoty pozície pri výstupe niektorej strany z kontraktu. Namiesto fixnej sadzby existujúceho kontraktu dosadíme fixnú mieru, ktorú Firma A žiada od druhej strany. Výsledná suma bude vyplatená analogicky podľa toho, či je rozdiel fixných mier kladný alebo záporný. Podľa potreby môže byť táto suma vyplatená na začiatku, resp. na konci kontraktu, no v druhom prípade musí byť suma prerátaná na jej budúcu hodnotu podľa aktuálnej časovej štruktúry úrokových mier.

### 3.3.7. Swapcie

Ďalším derivátom je tzv. *swapcia* (angl. *swaption*), ktorý je kombináciou swapu a opcie. Ide o klasickú opciu, v ktorej jedna strana kupuje právo v dopredu dohodnutý deň vstúpiť



s druhou stranou do swapu so stanovenými parametrami. Pre lepšie pochopenie opčných rozhodnutí je vhodné preštudovať si tretiu kapitolu učebnice [17]. Tento derivát bude neskôr dôležitý pri výpočte CVA.

### 3.3.8. Iné swapové kontrakty

Pre zaujímavosť a lepšie pochopenie IRS kontraktov uvedieme aj iné typy swapových kontraktov: *menové*, *majetkové* a *komoditné*. Základom týchto obchodov je vždy dohoda o budúcej výmene platieb, pričom v čase podpísania kontraktu výška aspoň jednej platby nie je dopredu známa, t.j. stanoví sa neskôr na základe trhových podmienok.

*Menové swapy* (angl. *currency swap*) sa líšia od úrokových swapov iba v tom, že strany platia úroky v inej mene. Platby oboch strán môžu byť fixné alebo variabilné, neurčitosť budúcej hodnoty pozícií je zabezpečená zmenami výmenného kurzu. V deň maturity môže dôjsť aj k výmene nominálnych hodnôt v daných menách, ktoré mali pri podpísaní kontraktu, podľa aktuálneho výmenného kurzu, rovnakú hodnotu. Podobnú funkciu majú aj rôzne menové futurity, swapy sú však praktickejšie pri netovaní konkrétnych platieb.

Pri *majetkových swapoch* (angl. *equity swap*) platby aspoň jednej strany závisia od vývoju cien konkrétnej akcie alebo akciového indexu na trhu. Môžu sa použiť na zabezpečenie akciových portfólií.

Neurčitosť hodnoty *komoditných swapov* (angl. *commodity swap*) plynie z vývoju cien sledovanej komodity. Zaujímavým príkladom je viazaný na cenu ropy, v ktorom kupujúca strana platí vopred určené sumy predávajúcej strane počas určeného obdobia, a ak sa cena ropy vychýli z vopred stanoveného intervalu, predávajúci musí kupujúcemu zaplatiť dohodnutú sumu. Takýto obchod sa dá považovať za určitý typ poistenia. V týchto prípadoch je rozumné rátať aj s vplyvom ceny danej komodity na trhovú pozíciu nášho obchodného partnera. Ak sa so zvýšením hodnoty našej pozície v rámci swapu zvýši aj jeho riziko defaultu, hovoríme o tzv. *wrong-way-risk*<sup>7</sup>.

---

<sup>7</sup> V opačnom prípade *good-way-risk*.

Druhom kreditných derivátov je *swap na kreditné zlyhanie* (angl. *credit default swap* alebo *CDS*). V princípe je podobný komoditným swapom, kupujúca strana sa však zabezpečuje pred defaultom niektorého svojho obchodného partnera. Platby kupujúceho v CDS sú veľmi praktickým ukazovateľom kreditného hodnotenia protistrán.

### 3.4 Stratégie na riadenie rizika pomocou IRS

#### 3.4.1. Zaistenie peňažných tokov

Väčšina bánk si požičiava na medzibankovom trhu za plávajúce úroky a príslušné riziko negatívnych zmien týchto úrokových mier sa snaží podať ďalej svojim dlžníkom. Tí sa ho môžu zbaviť v neprospech iného subjektu prostredníctvom forwardov, futurít alebo opcií, najobľúbenejším derivátom sú však práve IRS. Učebnica [4] spomína viacero dôvodov na ich popularitu. Jedným z nich je, že keď sa s IRS začalo obchodovať, formálne fungovali iba ako vzájomné pôžičky dvoch strán. Keďže obchodovaním s OTC derivátmi opovrhovala väčšina firemných politík, manažéri problém riešili syntetickými IRS obchodmi. Súčasne vstúpili do dlhej a krátkej pozície dvoch vzájomných dlhov s konkrétnou protistranou, samozrejme s odlišnými úrokmi. Netovanie platieb a neprítomnosť nominálnej hodnoty pritom prinášala podstatne nižšie kreditné riziko než obvyklé pôžičky, čo privítali aj akcionári.

Povedzme, že Firma A si môže požičať na jeden rok sumu  $M$  od niektorej banky za úrok  $LIBOR+P$ . Takáto pôžička je ekvivalentná s dlhopisom s plávajúcimi úrokmi. Jej manažéri nechcú firmu vystaviť riziku premenlivých platieb a rozhodnú sa zmeniť platby na fixné. Nájdu si vhodného sprostredkovateľa a Firma A vstúpi do dlhej pozície IRS kontraktu, ktorej parametre súhlasia s pôvodnou pôžičkou. Stačí, aby platby predávajúcej strany kryli iba plávajúcu časť svojich úrokov, maržu  $P$  si firma pripočíta k svojim fixným nákladom. Na prvý pohľad by sme vyhlásili, že manažéri efektívne zabezpečili svoju firmu pred nečakanými zmenami úrokových mier. Treba však brať ohľad na dôležitý faktor a tým je durácia.

Na druhej strane ak sa Firma A ujme pozície v IRS, uviazne v krátkej pozícii dlhu s fixnými kupónmi, ktorej durácia môže byť oveľa vyššia. Takýto krok prináša so sebou silné špekulácie o vývoji úrokových mier, pretože trhová hodnota tohto aktíva sa môže poklesom aktuálnych úrokových mier výrazne znížiť. Toto by priamo viedlo aj k zníženiu

hodnoty vlastného imania firmy, čo je proti záujmu akcionárov. Z istého pohľadu je v tejto pozícii Firma A vystavená vyššiemu úrokovému riziku, než pri zanechaní plávajúceho financovania dlhu. Dnešné účtovnícke predpisy nútia firmy hodnotiť svoje aktíva práve podľa reálnej trhovej hodnoty. Napriek tomu takáto stratégia patrí k najčastejším zaisťovacím opatreniam.

Ako zaistenie variabilných platieb, t.j. na účel zaistenia peňažných tokov, je takáto stratégia vhodná, má však aj spomínanú negatívnu stránku, s ktorou treba rátať.

### 3.4.2. Zaistenie reálnej hodnoty

Firma A vlastní dlhopis s fixnými kupónmi a duráciou  $D$ . Povedzme, že akcionári stanovili svojim manažérom cieľový výnos portfólia, ktorý by mali dodržať. Prioritou manažérov je dodržať tieto očakávania, dosiahnuť vyššie výnosy je druhotné. Ak sa úrokové miery na trhu vyvinú takým spôsobom, že sú spokojní s aktuálnym výnosom, resp. hodnotou svojho portfólia, snažia sa znížiť nebezpečenstvo vyplývajúce z potenciálnych neprospešných zmien trhových podmienok. Ich cieľom bude imunizovať portfólio znížením jeho durácie. Vhodným prostriedkom je dlhá pozícia vo vyššie spomínanom at-the-money IRS kontrakte. Pozrime sa na niektoré vlastností tohto opatrenia:

- Vstup do IRS si nevyžaduje žiadny poplatok. Časom môže meniť hodnotu vlastného imania firmy, no pri podpísaní má nulovú hodnotu.
- Fixné platby swapu predstavujú protiváhu k fixným platbám dlhopisu.
- Nárast úrokových mier by mal negatívny efekt na hodnotu pôvodného dlhopisu, no pozitívny na hodnotu swapu. Pokles by mal opačný efekt. V oboch prípadoch prítomnosť swapu v portfóliu zníži jej volatilitu v závislosti od úrokových mier, ledaže by jeho parametre boli natoľko neprimerané na danú situáciu, že by celkovú súčasnú hodnotu portfólia potlačili do príliš nízkych záporných hodnôt.

Otázku pozície v rámci swapu sme zodpovedali vyššie, aké majú však byť jeho ostatné parametre: doba splatnosti, frekvencia platieb či teoretická nominálna hodnota? Všetky tri majú na duráciu portfólia priamy vplyv, pozrime sa na ne po jednom.

- Keby trvanie swapu bolo kratšie, ako čas ostávajúci do dňa maturity dlhopisu, jeho efekt by vypršal predčasne a manažéri by boli nútení vstúpiť do ďalšieho kontraktu, čo je nepraktické. Taktiež kratšia doba splatnosti znižuje duráciu, čo by znamenalo menší efekt na duráciu výsledného portfólia. Na druhej strane, keby trval dlhšie, následné zníženie úrokových mier by mohlo priniesť nepríjemné zníženie jej hodnoty, a tým aj hodnoty portfólia. Je účelné takto premýšľať aj pri zabezpečení portfólia rôznorodých dlhopisov, ale treba zohľadniť koreláciu plávajúcej úrokovej miery a výnosu daných dlhopisov.

- Ako už bolo viackrát spomenuté, výsledná durácia sa rovná váženému rozdielu durácii dvoch dlhopisov, ich teoretické nominálne hodnoty sú rovnaké. Durácia oboch nôh bude v nepriamej úmere s frekvenciou ich platieb, no pri plávajúcej bude približne rovný zvyšnému času do najbližšej platby. Výška platieb zníži duráciu swapu, ale pri zafixovanej teoretickej nominálnej hodnote zvyšuje duráciu portfólia.

- Teoretická nominálna hodnota duráciu samotného swapu nemení. Čím je však vyššia, tým väčší vplyv bude mať na celkové portfólio.

Po zabudovaní swapu podľa vzťahov (12) a (14) bude pre portfólio platiť nasledovný vzťah:

$$\sum_{i=1}^k (SH_i \times D_i) + M \times (SH_{\text{fix}} \times D_{\text{fix}} + SH_{\text{plv}} \times D_{\text{plv}}) = SH \times D. \quad (15)$$

[4] sa snaží pomocou tohto vzorca vyjadriť potrebné parametre swapu, t.j. na základe trhovej hodnoty a durácie pôvodného a cieľového portfólia. Duráciu swapu počíta ako rozdiel priemerných durácií nôh počas prvého obdobia, ktorá ma v dlhej pozícii zápornú hodnotu. Pomocou výsledného vzťahu vyjadruje jej teoretickú nominálnu hodnotu, ktorú počíta pre rôzne parametre platieb swapu tak, aby nebola neprimerane veľká. Tento spôsob nie je presný, zohľadňuje však vyššie spomenutý fakt, že pôvodné portfólio a swap budú reagovať na trhové zmeny opačným spôsobom, čo zjemní volatilitu výsledného portfólia.

### 3.5 Arbitrážne metódy

Táto časť opisuje dve stratégie, ktoré využívajú arbitrážnu príležitosť založenú na rozdielnom kreditnom riziku obchodných partnerov, pričom platby sú zaistené IRS kontraktmi. Na popis štruktúrovaných dlhopisov sme ako zdroj použili [4] a [12].

Vyžadujú si krátky popis obsiahleho druhu finančných derivátov: *štruktúrovaných dlhopisov*, (angl. *structured notes*). Vo všeobecnosti ide o krátkodobú alebo strednodobú pôžičku, resp. dlhopis, s plávajúcimi kupónmi, ktorý má v sebe zakomponovanú nejakú neštandardnú vlastnosť, napr. pákový alebo inverzný efekt vzhľadom na vývoj podkladovej variabilnej sadzby. V prvej stratégii pôjde o *pákovú variabilnú sadzbu*, ktorá je kladným násobkom variabilnej sadzby, napr. vo forme  $1,5 \times \text{LIBOR}$ . V druhej sa využije *inverzná variabilná sadzba*, ktorá bude produkovať opačné zmeny ako podkladová variabilná sadzba. Bude vyjadrená vo forme  $m - \text{LIBOR}$ , kde  $m$  je fixná miera. Takéto dlhopisy kupujú hlavne investori, ktorí sú obmedzení v držaní exotickjších derivátov, a len takto môžu využiť pákový alebo inverzný efekt. Niektoré štruktúrované dlhopisy sú dokonca kombinované opciou alebo swapom. Emitenti ich predávajú napr. penzijným fondom alebo poisťovniam a následne sa snažia replikovať opačnú pozíciu za nižšie náklady, čím generujú zisk.

#### 3.5.1. Páková plávajúca úroková miera

V prvej stratégii Firma A emituje penzijnému fondu dlhopis s nominálnou hodnotou  $M$  a pákovanými variabilnými platbami  $1,5 \times \text{LIBOR} \times M$  za sumu  $SH$ . Uvažujeme ročné platby, doba splatnosti a prípadné dni refixácie sú rovnaké pre každú dohodu. Získané zdroje<sup>8</sup> investuje do dlhopisu Firmy B s fixnými kupónmi miery  $u_1$ , nominálnou hodnotou  $M$  a cenou  $SH_1$ . Firma A bude samozrejme hľadať takého partnera, aby platilo  $SH \geq SH_1$ . Toto nie je ťažké dosiahnuť, keďže pákový efekt zvýši cenu štruktúrovaného dlhopisu. Všimnime si, že v tomto bode Firma A získava každý rok kupón v hodnote  $u_1 \times M$  a vypláca  $1,5 \times \text{LIBOR} \times M$ . Následne si nájde vhodného sprostredkovateľa a vstúpi do dlhej pozície swapového kontraktu s fixnou sadzbou  $u_2$ , plávajúcou sadzbou LIBOR a teoretickou nominálnou hodnotou  $1,5 \times M$ .

---

<sup>8</sup> Ak je potrebné, aj časť vlastných rezerv.

Čo sa týka kupónov, netovanie platieb vygeneruje čistý tok peňazí vo výške  $(u_1 - u_2 \times 1,5) \times M$ . Keby nestačilo, že swapové rozpätie je vo všeobecnosti väčšie, než kreditný spread firemných dlhopisov, kladnosť týchto tokov zabezpečí rozdiel kreditného hodnotenia Firmy A a Firmy B. Ostatné platby, vrátane nominálnych hodnôt, sú anulované.

[4] tento postup opisuje trochu odlišne. Dlhopis s Firmou B má nominálnu hodnotu  $1,5 \times M$ . Vyplýva z toho vyššia cena  $SH_1$ , vyšší zisk z fixných kupónov a tok peňazí  $0,5 \times M$  z nominálnych hodnôt v deň maturity. Spomína však len kladný výnos z kupónov a vzťah  $SH \geq SH_1$  berie ako samozrejvý. Vhodným použitím arbitrážnej stratégie z kapitoly 1 [17] je však možné prípadnú stratu na začiatku prevážiť anulovaním budúcich peňažných tokov.

Firma A musí rátať s rizikom defaultu Firmy B a sprostredkovateľa swapu, úrokové riziko je však zaistené.

### 3.5.2. Inverzná plávajúca úroková miera

Základná myšlienka tejto stratégie je relatívne podobná stratégii predstavenej v predchádzajúcej časti. Firma A predá dlhopis poisťovni s nominálnou hodnotou  $M$  a inverznými plávajúcimi kupónmi  $(m - \text{LIBOR}) \times M$  za sumu  $SH$ . Ohľadom frekvencie platieb a maturity kontraktov platí to isté, čo v predchádzajúcom postupe. Získané zdroje investuje do dlhopisu Firmy B s fixnými kupónmi miery  $u_1$ , nominálnou hodnotou  $M$  a cenou  $SH_1$ . Firma A bude samozrejme hľadať takého partnera, aby platilo  $SH \geq SH_1$ . Následne si nájde vhodného sprostredkovateľa a vstúpi do krátkej pozície swapového kontraktu s fixnou sadzbou  $u_2$ , plávajúcou sadzbou LIBOR a teoretickou nominálnou hodnotou  $M$ . Čo sa týka kupónov, plávajúca zložka znova vypadne a ostanú nám peňažné toky vo výške  $(u_1 + u_2 - m) \times M$ . Nominálne hodnoty sa navzájom anulujú.

Pre kladnosť peňažných tokov musí platiť  $(u_1 + u_2) \geq m$ . Parametre  $u_1$  a  $u_2$  závisia od trhových úrokových mier a kreditného hodnotenia firiem. Výšku  $m$  stanoví Firma A, no čím je nižšia, tým menej poisťovňa zaplatí za daný štruktúrovaný dlhopis. Pri nízkej hodnote  $m$  sa dokonca môže stať, že LIBOR ho preváži, a platby budú záporné, t.j. veriteľ bude platiť dlžníkovi. Nevadí však, aké  $m$  v rámci intervalu  $(0, u_1 + u_2)$  Firma A ponúkne, tok platieb sa stále môže otočiť. Poisťovňa preto v rámci dohody stanoví dolnú hranicu na platby. Keby sa napríklad určila hranica vo výške  $h$  a na konci niektorej periódy by nastala situácia  $h \geq (m - \text{LIBOR})$ , výsledná platba by bola  $h \times M$ . Táto črta sa dá považovať za

floorovú charakteristiku štruktúrovaného dlhopisu. Peňažné toky Firmy A budú vyzerat' nasledovne:

$$\begin{aligned} (u_1 + u_2 - m) \times M, & \quad \text{pre } h \leq (m - \text{LIBOR}), \\ (u_1 + u_2 - h - \text{LIBOR}) \times M, & \quad \text{pre } h \geq (m - \text{LIBOR}). \end{aligned}$$

V druhom prípade môže vyjsť čistý zisk Firmy A aj záporne. Aby tejto strate zabránil, zakúpi si úrokový cap, ktorý bude vyzerat' nasledovne: ak v niektorý deň refixácie svojich dohôd LIBOR stúpne nad mieru  $m-h$ , Firma A dostane sumu  $(m - \text{LIBOR}) \times M$ , t.j. kupón, ktorý by pôvodne stratil. V lepšom prípade cenu capu zaplatí zo zisku  $SH - SH_1$ , alebo zníži  $m$  tak, aby jeho pozícia bola optimálna.

### 3.6 Reálna hodnota finančných nástrojov

Za posledné roky sa zaviedlo niekoľko účtovných predpisov, na základe ktorých sa firmy snažia zohľadniť reálnu hodnotu svojich aktív a pasív. V tejto kapitole bude spracovaná metóda na účtovnú úpravu hodnoty pozícií v IRS kontraktoch *zohľadňujúcu riziko protistrany* (angl. *credit valuation adjustment* alebo *CVA*) a *vlastné riziko* (angl. *debt valuation adjustment* alebo *DVA*). Začneme popisom potrebných výrazov:

- *Hazardná miera* (angl. *hazard rate*) je pravdepodobnosť defaultu firmy počas periódy  $t$  za predpokladu, že dovtedy default nenastal a označuje sa ako  $\lambda(t)$ . Jeho výšku je možné odvodiť napríklad na základe CDS kontraktov.

- *Pravdepodobnosť prežitia* (angl. *survival probability*) je pravdepodobnosť, že default firmy nastane len po perióde  $t$ . Štandardne sa označuje ako  $S(t)$  a intuitívne platí, že v  $t$  je nerastúca a pre  $t \rightarrow \infty$  platí  $S(t) \rightarrow 0$ , t.j. pravdepodobnosť pretrvania firmy sa časom približuje k nule. Predpokladáme tiež, že  $S(0)=1$ . Odvodzuje sa pomocou hazardnej miery.

- *Pravdepodobnosť defaultu* (angl. *probability of default*) je komplement pravdepodobnosti prežitia. Budeme ho označovať ako  $PD(t)$ , pričom platí  $PD(t) = 1 - S(t)$ <sup>9</sup>.

---

<sup>9</sup> Všimnime si, že na rozdiel od hazardnej miery pravdepodobnosť defaultu nie je podmienená pravdepodobnosťou.

- *Očakávaná kladná expozícia* (angl. *expected positive exposure* alebo *EPE*) predstavuje priemernú expozíciu voči protistrane počas periódy  $t$ . Môžeme ju interpretovať ako predpokladanú stratu súčasnej hodnoty aktív v danom období, ktorej by firma bola vystavená v prípade defaultu protistrany. Jej výpočet je veľmi namáhavý. Existuje na to však niekoľko metód, napr. analýza historických dát, semi-analytická metóda, simulácia Monte Carlo a pod. Jej opakom je *očakávaná záporná expozícia* (angl. *expected negative exposure* alebo *ENE*), ktorá predstavuje  $EPE(t)$  protistrany voči firme.

- *Strata v prípade defaultu* (angl. *loss given default* alebo *LGD*) predstavuje percento straty očakávanej kladnej expozície v prípade defaultu. Ak napríklad dohoda núti protistranu držať 40%-ný kolaterál na svoje zvyšné záväzky, strata firmy by v prípade defaultu bola rovná 60% expozície.

V prípade swapu je potrebné rátať s možnosťou jeho prechodu zo stavu aktíva na pasívum, t.j. v dôsledku nepriaznivej zmeny úrokových mier sa môže hodnota swapu zmeniť z kladnej na zápornú. Aby EPE pre žiadne  $t$  nemohlo byť záporné, na hodnotu swapu musíme hľadieť ako na hodnotu swapcie, ktorá má realizačný deň niekedy počas periódy  $t$ , a ktorej podkladový swap má rovnaké parametre, ako ten reálny. V dôsledku toho bude platiť<sup>10</sup>:

$$EPE = \max[0, SH_t],$$

kde  $SH_t$  je predpokladaná priemerná súčasná hodnota swapu z hľadiska firmy počas obdobia  $t$ . Podobná metóda sa používa aj pre iné finančné deriváty.

Takto sme získali vzťah na výpočet CVA:

$$CVA = \sum_{t=1}^{m \times n} LGD \times EPE(t) \times PD(t). \quad (16)$$

Výpočet DVA je analogický, je to v podstate CVA z hľadiska protistrany. Firma je tým pádom nutná určiť pravdepodobnosť vlastného defaultu a expozíciu protistrany počas jednotlivých periód  $t$ , t.j.  $ENE(t)$ . Nakoniec dostávame vzťah pre reálnu hodnotu IRS kontraktu:

---

<sup>10</sup> V prípade spojitého modelu sa používa Itôv integrál.



Reálna hodnota = Hodnota bez zarátania možnosti defaultu – CVA + DVA.

Ak obidve strany dodržia tento postup, IRS kontrakt bude mať približne rovnakú hodnotu v ich účtovných súvahách. Výsledkom je presný a prehľadný výkaz pozícií. Na druhej strane môže firma výpočet CVA a DVA spraviť aj pre zhluk pozícií, napr. pre viacero kontraktov s konkrétnym obchodným partnerom alebo so „zhlukom“ podobných partnerov.

## Záver

V tejto bakalárskej práci sme sa venovali úrokovým swapom. V podkapitole 1.1 *Základný model* sme odvodili vzťahy (3) a (4) na výpočet hodnôt fixnej a plávajúcej nohy kontraktu, a ich následným dosadením do vzťahov (1) a (2) vyjadrili hodnotu IRS v dlhej a krátkej pozícii. Tento model však nezohľadňoval dôležité faktory, ako napr. kreditné riziko strán alebo nepravidelnosť periód. Uviedli sme aj vzťah (5), ktorý slúži na výpočet fixnej sadzby kontraktu na základe forwardových úrokových mier podkladovej variabilnej sadzby v deň uzavretia dohody. V nasledovnej podkapitole sme hodnotu pozícií analyzovali z hľadiska sprostredkovateľa swapu. Vysvetlili sme potrebu diskontovania pomocou swapovej, resp. LIBOR-ovej krivky. Pri týchto postupoch sme čerpali hlavne z textov [5, 6] a využili sme základné znalosti finančnej matematiky o diskontovaní platieb a forwardových úrokových mierach.

Druhá kapitola zahrnuje ďalšie faktory trhu, hlavne tie, ktoré sa týkajú nepravidelnosti platobných periód. Na základe literatúry (10) sme vymenovali a vysvetlili najznámejšie day-count a business day konvencie, pomocou ktorých sa dajú ľahko určiť vhodné platobné dni a následne vypočítať úrokové sadzby na dané obdobia. V podkapitole 2.4 *Podkladové sadzby* sme popísali aj štandardné podkladové variabilné sadzby IRS kontraktov. Pre LIBOR sme uviedli aj spôsob, ktorým sa denne stanovuje. Spomenuli sme aj sadzby typu overnight index, ktorým sme však nevenovali väčšiu pozornosť.

Najrozsiahlejšou kapitolou bola tretia, v ktorej sme sa sústredili na vysvetlenie teórie riadenia úrokového rizika. Na začiatku kapitoly sme pomocou našich zdrojov všeobecných poznatkov vysvetlili základné manažérske pojmy, ktoré boli potrebné na pochopenie zvyšných kapitol. Podkapitolu 3.2 *Durácia a konvexnosť* sme venovali popisu teoretického základu durácie a konvexnosti. Následne sme túto teóriu aplikovali na vyjadrenie swapu v rámci portfólií a vysvetlili jej vplyv na celkovú duráciu portfólia. Zmienili sme sa aj o gapovej analýze, ktorá je vhodná na zaistenie zmien v časovej štruktúre úrokových mier v rámci konkrétneho časového intervalu. Pri popísaní teórie sme čerpali z knihy [16] a internetovej stránky [9]. V nasledovnej podkapitole sme na základe viacerých odborných textov a internetových stránok popísali ďalšie deriváty úrokových mier, ktoré sa často používajú v kombinácii s úrokovými swapmi. Tu sme zahrnuli aj popis menej tradičných IRS kontraktov a v krátkosti sme uviedli možnosti na ich použitie. Autorovi k lepšiemu pochopeniu teoretického výkladu IRS pomohla aj znalosť swapových kontraktov, ktoré nie

sú derivátmi úrokovej miery. Na konci tejto podkapitoly sme uviedli stručný popis niektorých z nich.

Asi najdôležitejšiu časť práce tvoria podkapitoly *3.4 Stratégie na riadenie rizika pomocou IRS* a *3.5 Arbitrážne metódy*, ktoré spracúvajú dve zaist'ovacie a dve arbitrážne stratégie z učebnice [4]. V našej verzii sme spresnili efekt durácie platieb swapu na portfólio pomocou vzťahov (14) a (15). V prvých dvoch stratégiách sme uviedli metódy zaistenia peňažných tokov a zaistenia reálnej hodnoty portfólia. Ide o postupy, ktoré patria ku každodennej prevádzke veľkých firiem. Pochopenie arbitrážnych stratégií si vyžadovala znalosť dvoch typov štruktúrovaných dlhopisov. Obidve stratégie postupovali emitovaním jedným z nich a využitím relatívne slabého kreditného hodnotenia niektorého potenciálneho obchodného partnera. Na konci kapitoly sme pomocou vzťahu (16) uviedli aj základnú metódu na úpravu účtovnej hodnoty IRS kontraktov zohľadňujúc kreditné riziko. Tu sme čerpali napríklad z knihy [20].

Táto práca môže slúžiť ako prostriedok pre lepšie pochopenie úrokového rizika a jeho riadenia, hlavne za pomoci úrokových swapov. Autorovi spracovanie odbornej literatúry značne pomohlo pri spoznaní trhových procesov a poskytlo ambície na budúce výskumy v tejto tematike. Tým pádom ju odporúčame aj ďalším absolventom predmetu Finančná Matematika na Fakulte matematiky, fyziky a informatiky UK v Bratislave, ale aj iným študentom vysokých škôl z ekonomickým zameraním. Môže slúžiť ako prvý krok pred štúdiom odborných textov vyššej úrovne.

Je potrebné tiež poznamenať, že práca sa nezaoberá vyspelejšími modelmi na analýzu úrokového rizika, ako je napr. Heath-Jarrow-Morton, ktoré si vyžadujú oveľa hlbšiu znalosť finančnej matematiky. Všeobecným cieľom je, aby sa budúci manažéri prostredníctvom podobných publikácií ujali iniciatívy na pochopenie náročnejších modelov. Čím viac ľudí si tieto poznatky osvojí, s tým väčšou pravdepodobnosťou sa vyhneme finančným krízam, ako bola napríklad posledná v roku 2008.

## Zoznam použitej literatúry

- [1] Accrued Interest – London Stock Exchange, dostupné na internete (28.05.2014):  
<http://www.londonstockexchange.com/prices-and-markets/retail-bonds/acc-int-calc/accinterest.htm>
  
- [2] Bank for International Settlements: Derivatives Statistics, dostupné na internete (28.05.2014):  
<http://www.bis.org/statistics/derstats.htm>
  
- [3] CANNABARO, E., DUFFIE, D., Chapter 9 Measuring and marking counterparty risk, in Asset/Liability Management of Financial Institutions, upravil TILMAN, L., Euromoney Books, Londýn, 2003, dostupné na internete (28.05.2014):  
<http://www.darrellduffie.com/uploads/surveys/DuffieCanabarro2004.pdf>
  
- [4] CHANCE, D. M., Analysis of Derivatives for the CFA Program, AIMR, Baltimore, 2003
  
- [5] CHEN, A. H., CHAUDBURY, M. M., The Market Value and Dynamic Interest Rate Risk of Swaps, Working Paper no. 96-44, Wharton Financial Institutions Center, University of Pennsylvania, 1996, dostupné na internete (28.05.2014):  
<http://fic.wharton.upenn.edu/fic/papers/96/9644.pdf>
  
- [6] CUSATIS, P. J., Interest Rate Swap Pricing: A Classroom Primer, Paper, The Pennsylvania State University, Harrisburg, 2008, dostupné na internete (28.05.2014):  
<http://abeweb.org/proceedings/proceedings08/cusatis.pdf>
  
- [7] ĎURICA, M.: osobná komunikácia, IAD Investments, Bratislava, 2014
  
- [8] Futures: Eurodollar futures, dostupné na internete (28.05.2014):  
[http://www.wikininvest.com/futures/Eurodollar\\_futures](http://www.wikininvest.com/futures/Eurodollar_futures)

- [9] Gap analysis, dostupné na internete (28.05.2014):  
[http://www.riskglossary.com/link/gap\\_analysis.htm](http://www.riskglossary.com/link/gap_analysis.htm)
- [10] HENRARD, M. P. A., Interest Rate Instruments and Market Conventions Guide, OpenGamma, Londýn, 2013, dostupné na internete (28.05.2014):  
<http://developers.opengamma.com/quantitative-research/Interest-Rate-Instruments-and-Market-Conventions.pdf>
- [11] Interest rate swap, dostupné na internete (28.05.2014):  
[http://en.wikipedia.org/wiki/Interest\\_rate\\_swap#Valuation\\_and\\_pricing](http://en.wikipedia.org/wiki/Interest_rate_swap#Valuation_and_pricing)
- [12] Investopedia, dostupné na internete (28.05.2014):  
<http://www.investopedia.com/>
- [13] ISDA Trading Practice Comitee, dostupné na internete (28.05.2014):  
[http://www.isda.org/c\\_and\\_a/trading\\_practice.html](http://www.isda.org/c_and_a/trading_practice.html)
- [14] JULIAN, S. A., The Valuation of US Dollar Interest Rate Swaps, Working Paper no. 35, Bank for International Settlements, Basel, 1993, dostupné na internete (28.05.2014):  
<http://www.bis.org/publ/econ35.pdf>
- [15] LIBOR, information about the London InterBank Offered Rate, dostupné na internete (28.05.2014):  
<http://www.global-rates.com/interest-rates/libor/libor-information.aspx>
- [16] LUENBERGER, D. G., *Investment Science*, Oxford University Press, New York, 1998
- [17] MELICHERČÍK, I. – OLŠÁROVÁ, L. – ÚRADNÍČEK, V., *Kapitoly z finančnej matematiky*, epos, Bratislava, 2005
- [18] Off market swaps – Finance 627, dostupné na internete (28.05.2014):  
<http://financialriskmanagement.wikidot.com/off-market-swaps>

- [19] Pimco: What Are Interest Rate Swaps and How Do They Work?, dostupné na internete (28.05.2013):  
<http://www.pimco.com/EN/Education/Pages/InterestRateswapsBasics1-08.aspx>
- [20] STEIN, H. J., LEE, K. P., Counterparty Valuation Adjustments, Accepted Paper Series, JEL Classification: G12, G13, Bloomberg L.P., New York, 2010, dostupné na internete (28.05.2014):  
[http://www.researchgate.net/publication/227453014\\_Counterparty\\_Valuation\\_Adjustments/file/9fcfd4fe3404c6a94b.pdf](http://www.researchgate.net/publication/227453014_Counterparty_Valuation_Adjustments/file/9fcfd4fe3404c6a94b.pdf)
- [21] Survival analysis, dostupné na internete (28.05.2013):  
[http://en.wikipedia.org/wiki/Survival\\_analysis](http://en.wikipedia.org/wiki/Survival_analysis)