

UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE
FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY



MULTIKRITERIÁLNE OHODNOCOVANIE AKCIÍ
NA ZÁKLADE PROMÉTHEOVSKÉJ METÓDY

BAKALÁRSKA PRÁCA

UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE
FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY

**MULTIKRITERIÁLNE OHODNOCOVANIE AKCIÍ
NA ZÁKLADE PROMÉTHEOVSKÉJ METÓDY**

BAKALÁRSKA PRÁCA

Študijný program: Ekonomická a finančná matematika
Študijný odbor: 1114 Aplikovaná matematika
Školiace pracovisko: Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky
Vedúci práce: doc. Mgr. Igor Melicherčík, PhD.



Univerzita Komenského v Bratislave
Fakulta matematiky, fyziky a informatiky

ZADANIE ZÁVEREČNEJ PRÁCE

Meno a priezvisko študenta: Ivana Krasulová
Študijný program: ekonomická a finančná matematika (Jednoodborové štúdium, bakalársky I. st., denná forma)
Študijný odbor: 9.1.9. aplikovaná matematika
Typ záverečnej práce: bakalárska
Jazyk záverečnej práce: slovenský

Názov: Multikriteriálne ohodnocovanie akcií na základe Prométheovskej metódy / *Multicriteria ranking of shares using the Promethee method*

Cieľ: Naštudovať a spracovať Prométheovskú multikriteriálnu metódu. Vyhľadať vhodné kritériá hodnotenia akcií. Aplikovať tieto kritériá na ohodnotenie akcií Prométheovskou metódou.

Vedúci: doc. Mgr. Igor Melicherčík, PhD.
Katedra: FMFI.KAMŠ - Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky
Vedúci katedry: prof. RNDr. Daniel Ševčovič, CSc.

Dátum zadania: 18.10.2013

Dátum schválenia: 14.11.2013 doc. RNDr. Margaréta Halická, CSc.
garant študijného programu

.....
študent

.....
vedúci práce

Abstrakt

KRASULOVÁ, Ivana: *Multikriteriálne ohodnocovanie akcií na základe Prométheovskej metódy* [Bakalárska práca], Univerzita Komenského v Bratislave, Fakulta matematiky, fyziky a informatiky, Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky;

Vedúci bakalárskej práce: doc. Mgr. Igor Melicherčík, PhD., Bratislava, 2014.

Bakalárska práca sa zaoberá Prométheovskou metódou a jej využitím pri ohodnocovaní akcií. Cieľom práce je spracovať Prométheovskú metódu a následne ju aplikovať pri hľadaní vhodných akcií pre investovanie. V teoretickej časti práce je priblížený pojem multikriteriálneho problému, Prométheovská metóda a metóda GAIA. Praktická časť je zameraná na analýzu citlivosti výsledkov. Na základe zmien váh hodnotiacich kritérií, preferenčných funkcií a ich parametrov budeme pozorovať zmeny v ohodnoteniach akcií.

Kľúčové slová: multikriteriálny problém, Prométheovská metóda, GAIA metóda, analýza citlivosti, Kendallov koeficient zhody

Abstract

KRASULOVÁ, Ivana: *Multicriteria ranking of shares using the Promethee method* [Bachelor thesis], Comenius University in Bratislava, Faculty of Mathematics, Physics and Informatics, Department of Applied Mathematics and Statistics;
Supervisor: doc. Mgr. Igor Melicherčík, PhD., Bratislava, 2014.

Bachelor thesis deals with Promethee method and its use in the valuation of shares. The aim of the thesis is to elaborate the Promethee method and then apply this method in finding suitable shares for making an investment. The theoretical part of the thesis is dedicated to multicriteria problem, Promethee method and GAIA method. Practical part is focused on the sensitivity analysis of the ranking. Based on changes of evaluation criteria importance, preference functions and their parameters we will observe changes in the valuation of shares.

Keywords: multicriteria problem, Promethee method, GAIA method, sensitivity analysis, Kendall's coefficient of concordance

Obsah

Úvod	7
1 Prométheovská metóda	9
1.1 Multikriteriálny problém	9
1.2 Prométheovská metóda	11
1.3 GAIA metóda	20
2 Výber kritérií na ohodnotenie akcií	23
3 Analýza citlivosti	30
3.1 Zmena váh kritérií	30
3.1.1 Percentuálne prerozdelenie	30
3.1.2 Saatyho metóda	33
3.2 Intervaly stability	34
3.3 Zmena preferenčných funkcií kritérií	35
3.4 Grafická interpretácia - GAIA rovina	37
3.5 Zhodnotenie výsledkov	38
Záver	40
Literatúra	42
Príloha	45

Úvod

Rozhodovanie je súčasťou života každého z nás. V mnohých situáciách majú naše rozhodnutia triviálny charakter a my si ich vôbec neuvedomujeme. Avšak v súčasnej dobe čelíme čoraz viac zásadným rozhodovacím problémom, kedy sme si plne vedomí závažnosti nášho rozhodnutia a taktiež jeho následkov. V skutočnosti sa vo väčšine prípadov na daný problém pozeráme z viacerých uhlov pohľadu, teda berieme do úvahy väčší počet kritérií, na základe ktorých sa rozhodujeme. Neexistuje však riešenie tzv. multikriteriálneho problému, ktoré by bolo najlepšie pre všetkých. Preto je dôležité zahrnúť do rozhodovania aj preferencie toho, kto sa rozhoduje.

Neraz sa pri rozhodovaní obraciame na rôzne rozhodovacie metódy a modely riešenia situácií, ktoré nám naše rozhodnutie uľahčujú a pomáhajú nám vybrať alternatívu riešenia problému, ktorá nám najviac vyhovuje. Medzi najznámejšie a najviac používané metódy patria triedy metód ELECTRE a PROMETHEE, metóda AHP a metóda TOPSIS.[7]

Prométheovská metóda - PROMETHEE (Preference Ranking Organization Method for Enrichment Evaluations) využíva na vyjadrenie sily preferencie tzv. preferenčnú funkciu. Od roku 1982 kedy boli prvýkrát prezentované PROMETHEE I (čiasťtočné usporiadanie alternatív) a PROMETHEE II (úplné usporiadanie alternatív) , autori J. P. Brans a B. Mareschal vyvinuli ďalšie metódy patriace do triedy PROMETHEE, PROMETHEE III - PROMETHEE VI. Taktiež bolo vytvorené značné množstvo úspešných aplikácií Prométheovskej metódy v oblasti bankovníctva, investovania, medicíny, chemického priemyslu, využitia vodných zdrojov, turizmu a ďalších. Úspech Prométheovskej metódy je založený najmä na jej matematických vlastnostiach a jednoduchosti použitia. [8]

Investovanie do akcií je spojené s možnosťou vyššieho výnosu, vyššou likviditou ale aj s vyššou mierou rizika. Preto je pre správcu portfólia veľmi dôležitý výber akcií a správna diverzifikácia. Na základe skutočnosti, že existuje veľké množstvo akcií, do ktorých môže investor investovať, nie je voľba portfólia jednoduchou úlohou. Preto sme sa rozhodli aplikovať Prométheovskú multikriteriálnu metódu na ohodnotenie akcií.

Cieľom bakalárskej práce bolo oboznámenie sa s Prométheovskou metódou a jej aplikovanie na ohodnotenie akcií, v závislosti od vhodnej voľby kritérií ich hodnotenia.

Našou snahou bolo poskytnúť správcom portfólia zoznam akcií, ktoré sú vhodné na investovanie.

V prvej kapitole popíšeme Prométheovkú metódu a GAIA metódu. Spomenieme taktiež práce, v ktorých bola Prométheovská metóda použitá. Druhá kapitola je zameraná na výber a opis hodnotiacich kritérií. Záverečná kapitola predstavuje praktickú časť tejto bakalárskej práce, v ktorej Prométheovskú metódu aplikujeme na ohodnotenie akcií z oblasti spotrebných tovarov. Zameriame sa na analýzu citlivosti výsledkov. Budeme pozorovať, ako ovplyvnia zmeny váh, zmeny preferenčných funkcií kritérií a ich parametrov poradie akcií, ktoré získame na základe PROMETHEE II.

1 Prométheovská metóda

V prvej časti kapitoly sa zameriame na objasnenie pojmu multikriteriálny problém. Následne predstavíme Prométheovskú metódu, jej vznik ako aj využitie v praxi. V závere sa budeme venovať metóde GAIA. Pri spracovaní tejto kapitoly sme čerpali najmä z [8], taktiež sme využili [4] a [15].

1.1 Multikriteriálny problém

Takmer všetky problémy, s ktorými sa každodenne stretávame, majú multikriteriálny charakter. Nie je rozumné rozhodovať sa iba na základe jediného kritéria, vhodnejšie je pozrieť sa na problém z viacerých uhlov pohľadu. Či už je to kúpa auta, pri ktorej zvažujeme nielen cenu, ale aj spotrebu, komfort, bezpečnosť, či ekologické parametre, alebo sa jedná o výber lokality pre výstavbu, kedy je dôležitá cena pozemku, rozloha, investičné náklady spojené s výstavbou, vplyv na životné prostredie a mnohé ďalšie aspekty.

A práve z dôvodu, že sa s multikriteriálnymi problémami bežne stretávame, má ich riešenie významné postavenie. Prirodzeným očakávaním je nájdenie alternatívy, ktorá by bola optimálna vo všetkých kritériách. V skutočnosti je to však často nemožné, pretože takáto alternatíva nemusí existovať.

Uvažujme nasledujúci multikriteriálny problém:

$$\max\{g_1(a), g_2(a), \dots, g_k(a) | a \in A\} \quad (1)$$

kde A je konečná množina možných alternatív výberu $A = \{a_1, a_2, \dots, a_i, \dots, a_n\}$ a $\{g_1(\cdot), g_2(\cdot), \dots, g_j(\cdot), \dots, g_k(\cdot)\}$ je množina hodnotiacich kritérií. Bez ujmy na všeobecnosti môžeme predpokladať, že niektoré kritériá chceme maximalizovať, kým iné minimalizovať. Minimalizačné kritériá ľahko prevedieme na maximalizačné zmenou znamienka.

Základné dáta multikriteriálneho problému sa zapisujú do hodnotiacej tabuľky (Tabuľka 1). Riešenie však nezávisí iba od dát, ktoré sa v tejto tabuľke nachádzajú, ale taktiež aj od toho, kto sa rozhoduje. Neexistuje riešenie, ktoré by vyhovovalo všetkým rovnako. Najlepšie kompromisné riešenie multikriteriálneho problému teda závisí aj od individuálnych preferencií.

	$g_1(\cdot)$	$g_2(\cdot)$	\dots	$g_j(\cdot)$	\dots	$g_k(\cdot)$
a_1	$g_1(a_1)$	$g_2(a_1)$	\dots	$g_j(a_1)$	\dots	$g_k(a_1)$
a_2	$g_1(a_2)$	$g_2(a_2)$	\dots	$g_j(a_2)$	\dots	$g_k(a_2)$
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
a_i	$g_1(a_i)$	$g_2(a_i)$	\dots	$g_j(a_i)$	\dots	$g_k(a_i)$
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
a_n	$g_1(a_n)$	$g_2(a_n)$	\dots	$g_j(a_n)$	\dots	$g_k(a_n)$

Tabuľka 1: Hodnotiaca tabuľka

Pre multikriteriálny problém definovaný ako (1) môžeme vzťahy medzi alternatívami popísať nasledovne:

$\forall (a, b) \in A$:

$$\begin{aligned}
 aPb &\iff \begin{cases} \forall j : g_j(a) \geq g_j(b) \\ \exists k : g_k(a) > g_k(b) \end{cases} \\
 aIb &\iff \forall j : g_j(a) = g_j(b) \\
 aRb &\iff \begin{cases} \exists s : g_s(a) > g_s(b) \\ \exists r : g_r(a) < g_r(b) \end{cases}
 \end{aligned} \tag{2}$$

kde P označuje preferenciu jednej alternatívy pred inou, I nerozhodnosť medzi dvomi alternatívami a R neporovnateľnosť dvoch alternatív. Alternatívu označujeme za preferovanú, pokiaľ je ohodnotená aspoň tak dobre ako iná vo všetkých kritériách. Neporovnateľnosť dvoch alternatív pozorujeme, pokiaľ bez ďalších informácií nevieme rozhodnúť, ktorá z nich je výhodnejšia. Táto situácia nastane v prípade, ak je jedna z alternatív lepšia v jednom kritériu, druhá je však lepšia v inom. Väčšinou sa pri riešení multikriteriálneho problému stretávame s alternatívami, ktoré sú neporovateľné, a preto sú pre nájdenie riešenia potrebné dodatočné informácie. Môžu byť poskytnuté napr. nasledujúcimi spôsobmi:

- váhy pridelujúce relatívnu dôležitosť každému kritériu
- preferencie naviazané na každý pár alternatív v rámci každého kritéria
- vytvorenie monokriteriálneho problému, pre ktorý existuje riešenie

- hranice určujúce limity preferencie

Existuje množstvo metód multikriteriálnej analýzy. Všetky vychádzajú z hodnotiacej tabuľky, ale líšia sa dodatočnými informáciami, ktoré sú pre ich aplikáciu potrebné. Metódy triedy PROMETHEE vyžadujú jasné a ľahko získateľné informácie. [4]

1.2 Prométheovská metóda

Prométheovská metóda - Preference Ranking Organization METHod for Enrichment Evaluations (PROMETHEE) bola vytvorená profesorom Jean-Pierre Bransom v roku 1982, kedy bola aj prvýkrát prezentovaná na konferencii na Univerzite Laval v Québecu v Kanade. V tom čase obsahovala iba základné PROMETHEE I (čiastočné usporiadanie alternatív) a PROMETHEE II (celkové usporiadanie alternatív). O rok neskôr, po tom ako začal s profesorom Bransom spolupracovať Bertrand Mareschal, vznikla PROMETHEE III (hodnotenie založené na intervaloch) a PROMETHEE IV (úplné alebo čiastočné usporiadanie alternatív, v prípade, že množina realizovateľných riešení je spojitá), rovnako ako aj prvý počítačový program. V rozpätí rokov 1984 až 1989 vznikla GAIA metóda (Geometrical Analysis for Interactive Assistance), ktorá poskytuje grafickú reprezentáciu Prométheovskej metodológie a softvér PROMCALC (PROMethee CALCulation), ktorý bol sprístupnený pre používateľov. GAIA je dodnes jednou z mála vizuálnych metód multikriteriálnej analýzy. V 90. tých rokoch bola vytvorená PROMETHEE V, ktorá poskytuje riešenie multikriteriálneho výberu podmnožiny alternatív, kým PROMETHEE VI umožňuje tomu, kto sa rozhoduje poskytnúť ďalšie informácie o multikriteriálnom probléme. [8, 21]

Prométheovská metóda bola využitá v značnom množstve aplikácií v mnohých odvetviach ako napríklad: bankovníctvo, výber lokality priemyslu, využitie vodných zdrojov, investície, medicína, chemický priemysel, zdravotná starostlivosť, turizmus a ďalšie [8, 21]. V článku [3] autori uvádzajú zoznam prác, v ktorých bola Prométheovská metóda aplikovaná pri riešení multikriteriálnych problémov z rôznych oblastí.

Pri využití Prométheovskej metódy môžu byť stanovené rozličné ciele [13, 21]:

- ohodnotenie niekoľkých možných rozhodnutí, alternatív na základe viacerých často protichodných kritérií

- identifikácia najlepšieho možného rozhodnutia
- usporiadanie možností od najlepšej po najhoršiu
- roztriedenie položiek do vopred určených skupín ako napríklad: dobrý zákazník, zlý zákazník, výnimočný zákazník
- vizualizácia rozhodovacieho alebo hodnotiaceho problému
- dosiahnutie súhlasných rozhodnutí pokiaľ má niekoľko rozhodujúcich subjektov rozdielne názory
- zdôvodnenie alebo vyvrátenie rozhodnutia na základe objektívnych skutočností

Prométheovská metóda bola navrhnutá na riešenie multikriteriálneho problému v tvare (1) a príslušnej hodnotiacej tabuľky (Tabuľka 1). Ako sme spomenuli v prvej časti, riešenie multikriteriálneho problému však silne závisí od preferencií toho, kto sa rozhoduje. To, že je alternatíva najlepšia pre jedného, nemusí nutne znamenať, že bude najlepšou aj pre iných. Dodatočné informácie zahŕňajúce individuálne preferencie, ktoré sú potrebné k Prométheovskej metóde sú ľahko zrozumiteľné a môžeme ich rozdeliť do dvoch skupín:

1. Informácie medzi kritériami

Hodnotiacu tabuľku môžeme doplniť o váhy relatívnej dôležitosti. Každému kritériu sú priradené váhy v závislosti od toho, ako je toto kritérium dôležité pri rozhodovaní. Čím vyššie sú váhy, tým je kritérium dôležitejšie. Váhy sú nezáporné a nezávislé od jednotiek, v ktorých je kritérium merané. Používajú sa normované váhy:

$$\sum_{j=1}^k w_j = 1 \quad (3)$$

2. Informácie v rámci kritéria

Štruktúra preferencií v Prométheovskej metóde je založená na párovom porovnávaní alternatív. Preto sa uvažuje rozdiel ohodnotení alternatív v jednotlivých kritériách.

$$d_j(a, b) = g_j(a) - g_j(b) \quad (4)$$

V závislosti od tohto rozdielu môžeme niektorú z alternatív považovať za preferovanú pred druhou, resp. pokiaľ je rozdiel zanedbateľný, žiadna z alternatív nebude preferovaná. Čím je však rozdiel v ohodnoteniach alternatív väčší, tým je aj preferencia výraznejšia. Pre každé kritérium sa preto určí tzv. preferenčná funkcia

$$\forall a, b \in A \quad P_j(a, b) = F_j[d_j(a, b)] \quad (5)$$

platí

$$0 \leq P_j(a, b) \leq 1 \quad (6)$$

V prípade maximalizácie kritéria udáva táto funkcia preferenciu a pred b . Pokiaľ je rozdiel záporný, preferencia je rovná 0, platí teda

$$P_j(a, b) > 0 \Rightarrow P_j(b, a) = 0 \quad (7)$$

Ak kritérium minimalizujeme, preferencia je daná ako

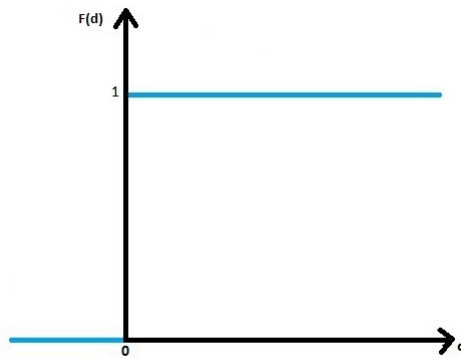
$$P_j(a, b) = F_j[-d_j(a, b)] \quad (8)$$

Autori metódy navrhujú šesť typov preferenčných funkcií. Pri niektorých preferenčných funkciách je potrebné určiť parametre. Prah indierencie q predstavuje najväčšiu možnú hodnotu rozdielu medzi ohodnoteniami alternatív, ktorá je považovaná za zanedbateľnú. Prah preferencie p je najmenšia možná hodnota rozdielu ohodnotení alternatív, ktorá je postačujúca na určenie úplnej preferencie. Parameter s v Gaussovej preferenčnej funkcii udáva jej inflexný bod.

- Obyčajná preferenčná funkcia

Táto preferenčná funkcia nevyžaduje zadanie parametrov. Využíva sa najmä v prípadoch, ak akýkoľvek rozdiel v ohodnoteniach alternatív vedie k absolútnej preferencii.

$$F(d) = \begin{cases} 0 & d \leq 0 \\ 1 & d > 0 \end{cases}$$

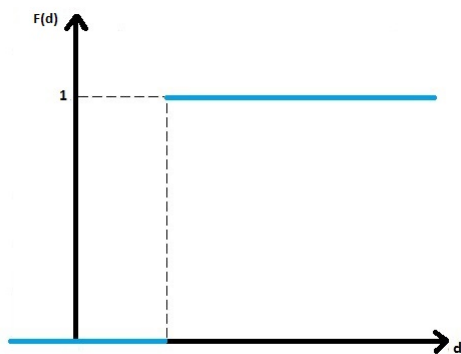


Obr. 1: Bežná preferenčná funkcia, zdroj: [8]

- Kvázi preferenčná funkcia

Na rozdiel od Obyčajnej preferenčnej funkcie obsahuje indifferenčnú oblasť. Pokiaľ sa ohodnotenia alternatív líšia o menej, ako je prah indierencie q , intenzita preferencie je nulová. Tento druh preferenčnej funkcie sa aplikuje napr. v prípade, ak sú ohodnotenia vyjadrené v škále 1-10.

$$F(d) = \begin{cases} 0 & d \leq q \\ 1 & d > q \end{cases}$$



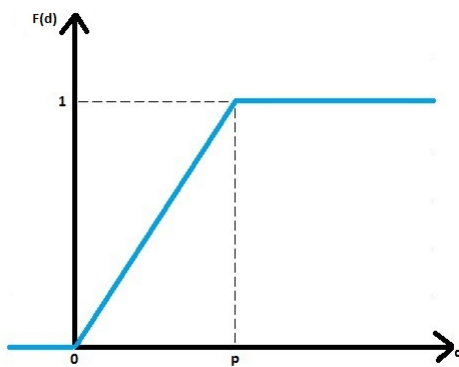
Obr. 2: Kvázi preferenčná funkcia, zdroj: [8]

- Lineárna preferenčná funkcia

Pre použitie tohto druhu preferenčnej funkcie je nutné poznať prah preferencie pre dané kritérium. Ak je rozdiel v ohodnoteniach alternatív väčší

ako prah preferencie p , intenzita preferencie je absolútna, jednotková. V opačnom prípade intenzita preferencie závisí od tohto rozdielu lineárne.

$$F(d) = \begin{cases} 0 & d \leq 0 \\ \frac{d}{p} & 0 \leq d \leq p \\ 1 & d > p \end{cases}$$



Obr. 3: Lineárna preferenčná funkcia, zdroj: [8]

- Úrovňová preferenčná funkcia

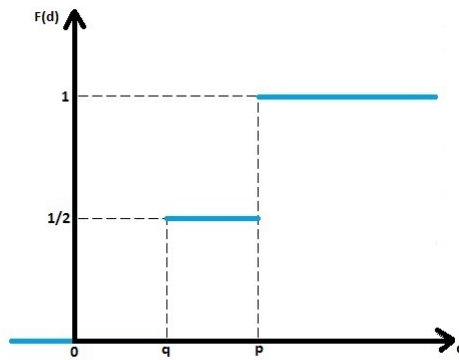
Od Kvázi preferenčnej funkcie sa líši v tom, že okrem indierencie a absolútnej preferencie, uvažujeme aj hodnotu preferencie vo výške $1/2$.

$$F(d) = \begin{cases} 0 & d \leq q \\ \frac{1}{2} & q < d \leq p \\ 1 & d > p \end{cases}$$

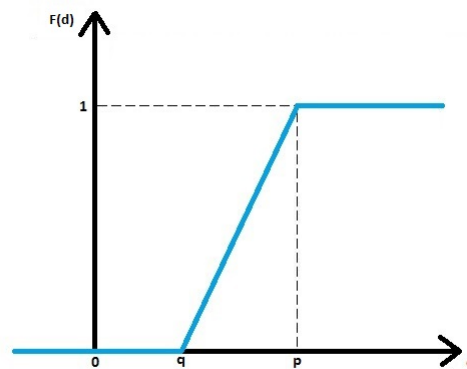
- Lineárna preferenčná funkcia s indierenčnou oblasťou

Pokiaľ chceme na kritérium aplikovať túto preferenčnú funkciu, potrebujeme poznať prah indierencie aj prah preferencie. Modifikáciou tejto preferenčnej funkcie je Lineárna preferenčná funkcia, ktorú získame, pokiaľ prah indierencie zvolíme nulový.

$$F(d) = \begin{cases} 0 & d \leq q \\ \frac{d-q}{p-q} & q < d \leq p \\ 1 & d > p \end{cases}$$



Obr. 4: Úrovňová preferenčná funkcia, zdroj: [8]

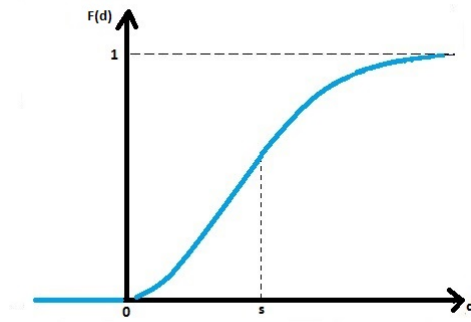


Obr. 5: Lineárna preferenčná funkcia s indifferenčnou oblasťou, zdroj: [8]

- Gaussova preferenčná funkcia

Jediným parametrom Gaussovej preferenčnej funkcie je parameter s . Často sa pre jeho definovanie využíva smerodajná odchýlka ohodnotení alternatív v danom kritériu.

$$F(d) = \begin{cases} 0 & d \leq 0 \\ 1 - e^{-\frac{d^2}{2s^2}} & d > 0 \end{cases}$$



Obr. 6: Gaussova preferenčná funkcia, zdroj: [8]

Viackriteriálny preferenčný index $\pi(a, b)$ predstavuje stupeň uprednostňovania alternatívy a pred alternatívou b s ohľadom na všetky kritériá. Viackriteriálny preferenčný index $\pi(b, a)$ vyjadruje ako je b preferovaná pred a .

$$\begin{aligned}\pi(a, b) &= \sum_{j=1}^k P_j(a, b)w_j \\ \pi(b, a) &= \sum_{j=1}^k P_j(b, a)w_j\end{aligned}\tag{9}$$

Nasledujúce vlastnosti platia pre $\forall (a, b) \in A$

$$\begin{aligned}\pi(a, a) &= 0 \\ 0 &\leq \pi(a, b) \leq 1 \\ 0 &\leq \pi(b, a) \leq 1 \\ 0 &\leq \pi(a, b) + \pi(b, a) \leq 1\end{aligned}\tag{10}$$

$$\begin{aligned}\pi(a, b) \sim 0 &\text{ implikuje celkovú slabú preferenciu } a \text{ pred } b \\ \pi(a, b) \sim 1 &\text{ implikuje celkovú silnú preferenciu } a \text{ pred } b\end{aligned}\tag{11}$$

Každá z alternatív je porovnávaná s ostatnými $(n-1)$ alternatívami, preto uvádzame

- výstupný tok

$$\phi^+(a) = \frac{1}{n-1} \sum_{x \in A} \pi(a, x)\tag{12}$$

- vstupný tok

$$\phi^-(a) = \frac{1}{n-1} \sum_{x \in A} \pi(x, a)\tag{13}$$

Výstupný tok vyjadruje celkové uprednostňovanie alternatívy a pre ostatnými alternatívami. Čím je $\phi^+(a)$ väčšie, tým je alternatíva a hodnotená lepšie. Vstupný tok, naopak, vyjadruje ako sú ostatné alternatívy preferované pred alternatívou a . Čím je $\phi^-(a)$ menšie, tým je alternatíva a ohodnotená lepšie.

Prométheovskej metóde I zodpovedá čiastočné usporiadanie alternatív, ktoré získame z výstupného a vstupného toku. Oba toky vyjadrujú iné usporiadanie, Prométheovská metóda I je ich prienikom.

$$\left\{ \begin{array}{l} aPb \text{ ak } \left\{ \begin{array}{l} \phi^+(a) > \phi^+(b) \quad \wedge \quad \phi^-(a) < \phi^-(b) \\ \phi^+(a) = \phi^+(b) \quad \wedge \quad \phi^-(a) < \phi^-(b) \\ \phi^+(a) > \phi^+(b) \quad \wedge \quad \phi^-(a) = \phi^-(b) \end{array} \right. \\ \\ aIb \text{ ak } \left\{ \begin{array}{l} \phi^+(a) = \phi^+(b) \quad \wedge \quad \phi^-(a) = \phi^-(b) \\ \phi^+(a) > \phi^+(b) \quad \wedge \quad \phi^-(a) > \phi^-(b) \\ \phi^+(a) < \phi^+(b) \quad \wedge \quad \phi^-(a) < \phi^-(b) \end{array} \right. \\ \\ aRb \text{ ak } \left\{ \begin{array}{l} \phi^+(a) > \phi^+(b) \quad \wedge \quad \phi^-(a) > \phi^-(b) \\ \phi^+(a) < \phi^+(b) \quad \wedge \quad \phi^-(a) < \phi^-(b) \end{array} \right. \end{array} \right. \quad (14)$$

P opäť predstavuje preferenciu, I nerozhodnosť a R neporovnateľnosť dvoch alternatív.

Prométheovská metóda II využíva kompletne usporiadanie. Uvažujeme tzv. čistý tok, ktorý je rozdielom výstupného a vstupného toku.

$$\phi(a) = \phi^+(a) - \phi^-(a) \quad (15)$$

Čím je čistý tok (15) vyšší, tým je aj alternatíva lepšia.

$$\left\{ \begin{array}{l} aPb \text{ ak } \phi(a) > \phi(b) \\ \\ aIb \text{ ak } \phi(a) = \phi(b) \end{array} \right. \quad (16)$$

Pokiaľ teda aplikujeme PROMETHEE II, všetky alternatívy môžeme porovnať, avšak za cenu straty informácií z dôvodu uvažovania rozdielu. Preto môžu byť získané výsledky viac diskutabilné.

Platí

$$\begin{aligned} -1 &\leq \phi(a) \leq 1 \\ \sum_{x \in A} \phi(a) &= 0 \end{aligned} \quad (17)$$

Čistý tok môžeme taktiež zapísať nasledovným spôsobom:

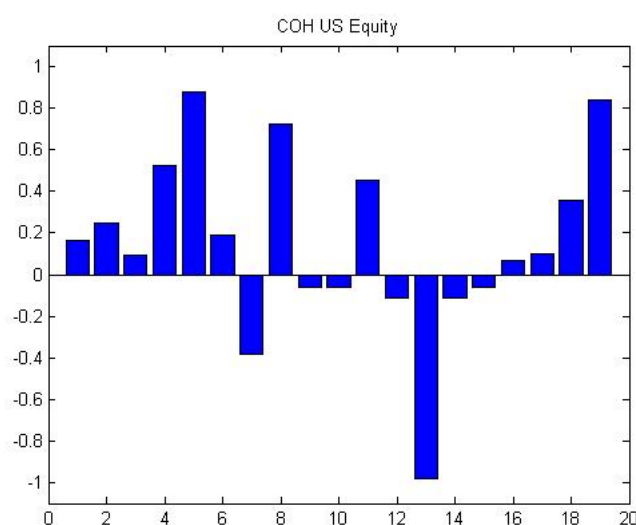
$$\phi(a) = \sum_{j=1}^k w_j \phi_j(a) \quad (18)$$

kde

$$\phi_j(a) = \frac{1}{n-1} \sum_{x \in A} (P_j(a, x) - P_j(x, a)) \quad (19)$$

je čistým tokom alternatívy v rámci jedného kritéria.

Čistý tok alternatívy v jednom kritériu (15) hovorí, ako je alternatíva preferovaná, v danom kritériu. Znázornením čistých tokov alternatívy v každom z kritérií vytvoríme tzv. profil alternatívy. Profily alternatív (Obr.7) sú nápomocné hlavne pri konečnom



Obr. 7: Profil alternatívy

rozhodovaní, kedy môžeme porovnať kvality najlepšie ohodnotených alternatív v jednotlivých kritériách.

Zo vzťahu (18) vyplýva, že čistý tok alternatívy je skalárnym súčinom váh kritérií a vektora čistých tokov alternatívy v kritériách, teda profilového vektora alternatívy. Táto vlastnosť je využívaná v GAIA metóde.

1.3 GAIA metóda

Uvažujme maticu

$$M = \begin{bmatrix} \phi_1(a_1) & \phi_2(a_1) & \dots & \phi_j(a_1) & \dots & \phi_k(a_1) \\ \phi_1(a_2) & \phi_2(a_2) & \dots & \phi_j(a_2) & \dots & \phi_k(a_2) \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \dots & \vdots \\ \phi_1(a_i) & \phi_2(a_i) & \dots & \phi_j(a_i) & \dots & \phi_k(a_i) \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \dots & \vdots \\ \phi_1(a_n) & \phi_2(a_n) & \dots & \phi_j(a_n) & \dots & \phi_k(a_n) \end{bmatrix}$$

ktorá obsahuje čisté toky alternatív v každom z kritérií. Táto matica má väčšiu výpovednú hodnotu ako hodnotiaci tabuľka, pretože sú v nej zahrnuté aj preferencie toho, kto robí rozhodnutie. Navyše nezávisí od merných jednotiek ani od váh kritérií.

Alternatívy môžu byť znázornené ako body v k -rozmernom priestore, ktorých súradnice predstavujú riadky matice M . Z dôvodu veľkého počtu kritérií je však často náročné získať predstavu o relatívnej polohe alternatív vzhľadom na kritériá. A preto sa z k -rozmerného priestoru body predstavujúce alternatívy, ale aj jednotkové vektory súradnicových osí kritérií projektujú do roviny.

Cieľom GAIA metódy je zobrazíť údaje z matice M do roviny tak, aby pri projekcii došlo k čo najmenšej strate informácií. Využitím Analýzy hlavných komponentov (PCA - Principal Component Analysis) získame rovinu, ktorá je určená vlastnými vektormi dvoch najväčších vlastných čísel λ_1, λ_2 kovariančnej matice $M^T M$. Množstvo informácií, ktoré ostáva po projekcii zachované je dané ako

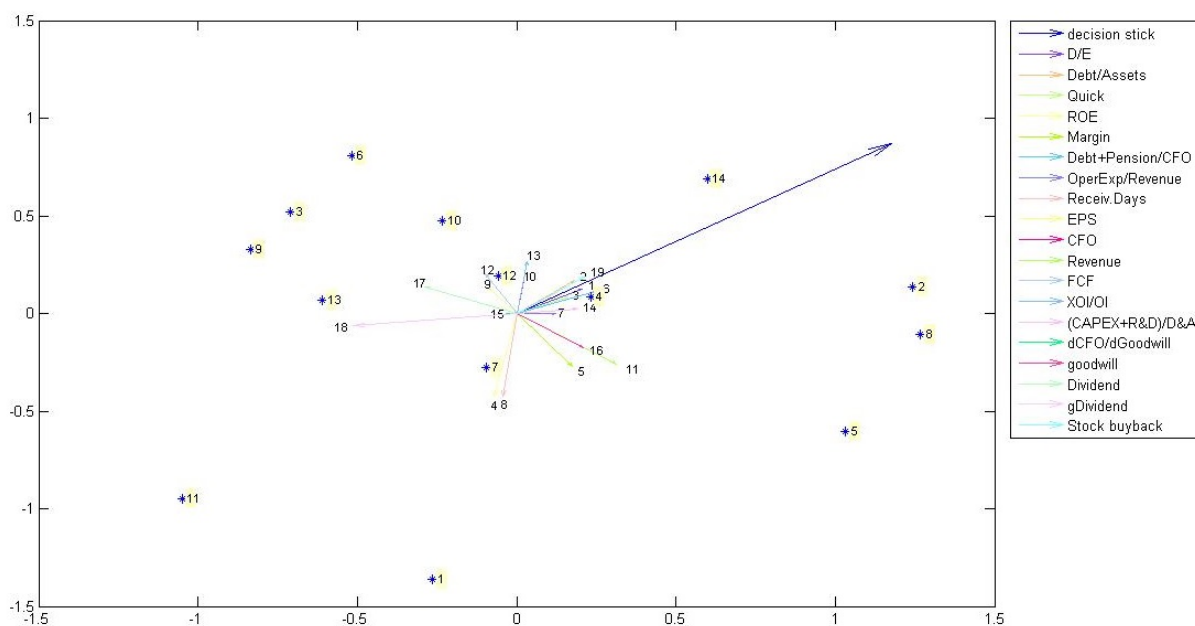
$$\delta = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{\sum_{j=1}^k \lambda_j} \quad (20)$$

Nájdením projekcie vektora váh w , môžeme do GAIA roviny pridať tzv. decision stick

$$\pi = \sum_{j=1}^k c_j \cdot w_j^n \quad (21)$$

kde c_j sú projekcie kritérií a w_j^n sú normované váhy.

Na obrázku (Obr.8) vidíme príklad GAIA roviny. Aj keď GAIA zachováva iba určité percento pôvodných informácií o probléme, ponúka nám možnosť pozorovať dôležitosť

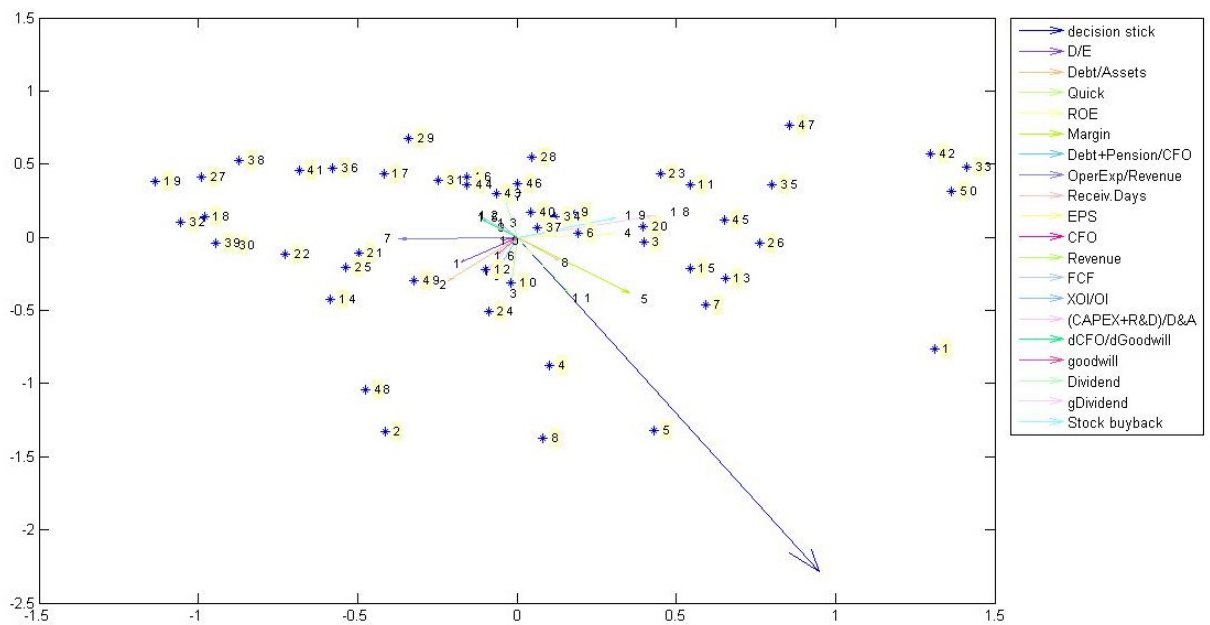


Obr. 8: GAIA rovina

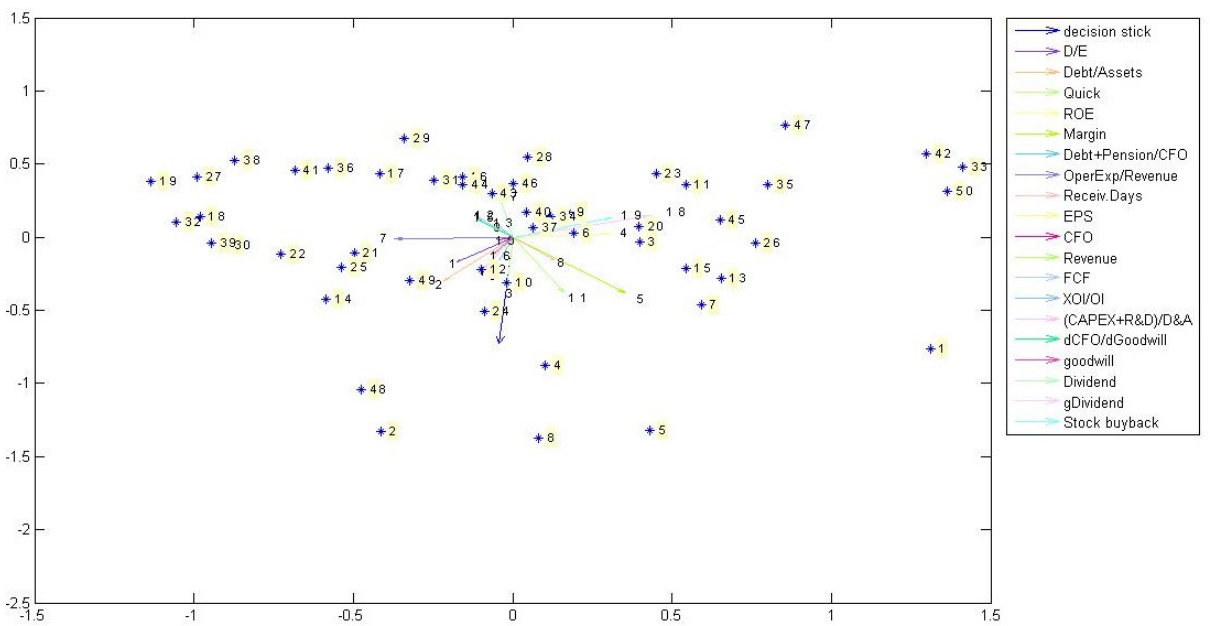
kritérií, vzťahy medzi kritériami, vzťahy medzi alternatívami, ako aj medzi alternatívami a kritériami.

Alternatívy 2, 8 podobne ako alternatívy 3, 9 sú v GAIA rovine umiestnené blízko pri sebe. Môžeme preto predpokladať, že majú približne rovnaké riadky v matici M , sú v rozhodujúcich kritériách podobne ohodnotené. Vektory predstavujúce kritériá 11 a 16 ukazujú približne rovnakým smerom, z GAIA metódy preto vyplýva, že tieto kritériá sú podobné. Obdobne kritériá 10 a 13. V opačnom smere sú orientované napr. kritériá 4 a 10, vyjadrujú preto protichodné preferencie. Vektory kritérií 8 a 17 sú takmer ortogonálne, preto sa na základe GAIA roviny predpokladá, že pokiaľ ide o preferencie, nie sú tieto kritériá prepojené. Ako môžeme vidieť bod predstavujúci alternatívu 10 leží približne v smere, ktorým ukazuje vektor kritéria 12. Usudzujeme, že práve táto alternatíva je v kritériu 12 dobre ohodnotená.

Pokiaľ sa menia váhy kritérií, pozície alternatív aj vektory kritérií ostávajú nezmenené, mení sa iba decision stick (21). Na obrázkoch Obr.9 a Obr.10 uvádzame príklad, ako môže zmena váh ovplyvniť GAIA rovinu. Pozorovanie následkov zmien váh na GAIA rovinu je nápomocné pri konečnom rozhodnutí o prerozdelení váh.



Obr. 9: GAIA rovina - porovnanie zmeny váh



Obr. 10: GAIA rovina - porovnanie zmeny váh

2 Výber kritérií na ohodnotenie akcií

V tejto práci sme aplikovali Prométheovskú metódu na skupinu 50 akcií z oblasti spotrebných tovarov. Dáta boli poskytnuté z Allianz - Slovenskej dôchodkovej správcovskej spoločnosti. Opierali sme sa o 19 kritérií, ktoré majú na rozhodovanie investora vplyv. Druhá kapitola je zameraná na priblíženie týchto kritérií. Pri jej spracovaní sme vychádzali z [1, 9, 11, 12]

1. *Pomer zadlženosti k vlastnému imaniu : Debt to Equity* (ďalej D/E)

$$D/E = \text{celkové záväzky} / \text{vlastné imanie}$$

Tento ukazovateľ meria, v akom pomere sú aktíva spoločnosti financované dlhom a vlastným imaním akcionárov. Predstavuje mieru finančnej páky spoločnosti. Informácia o hodnote pomeru D/E je významná pre veriteľov rovnako ako aj pre investorov. Keďže sú náklady na cudzie zdroje väčšinou nižšie ako náklady na vlastný kapitál, vyššia zadlženosť prináša vyššiu mieru lacnejších zdrojov financovania. Ak je zisk vyšší ako náklady na dlh, príjem akcionárov sa navýši. Pokiaľ sú však náklady na dlh vyššie ako zisk, môže to viesť k bankrotu spoločnosti, akcionári prídu o všetko. Pokiaľ sa D/E rovná 1, znamená to, že polovica z aktív spoločnosti je financovaná dlhom a polovica vlastným imaním. Nižšie hodnoty D/E predstavujú nižšie riziko. Vyšší pomer poukazuje na to, že firma sa spolieha viac na vonkajších veriteľov, tým sa zvyšuje riziko, najmä pri vyšších úrokových sadzbách.

2. *Ukazovateľ veriteľského rizika : Debt to Assets* (ďalej Debt/Assets)

$$\text{Debt/Assets} = \text{celkové záväzky} / \text{celkové aktíva}$$

Debt/Assets je ukazovateľom solventnosti spoločnosti a hovorí, ako veľmi sa spoločnosť pri financovaní aktív spolieha na dlh. Čím nižšia je hodnota zadlženia, tým je menšie riziko pre veriteľov aj akcionárov. Pokiaľ sa spoločnosť vzdá financovania dlhom, rovnako sa vzdáva aj možnosti zníženia daní z úrokových platieb.

Z tohto dôvodu je výhodné pri hľadaní optimálnej hodnoty zadlženia brať do úvahy nielen riziko, ale aj daňové otázky.

3. **Rýchla solventnosť / Pohotovú likvidita : Quick ratio** (ďalej Quick)

$$\text{Quick} = (\text{krátkodobé aktíva} - \text{zásoby}) / \text{krátkodobé pasíva}$$

Rýchla solventnosť je meradlom likvidity spoločnosti. Vyjadruje schopnosť spoločnosti uhradiť krátkodobé pasíva z najviac likvidných aktív. Preto sú vylúčené zásoby, ktoré nie je jednoduché rýchlo speňažiť. Hodnota pomeru vo výške 1 znamená, že krátkodobé pasíva môžu byť vyplatené pomocou najlikvidnejších aktív (hotovosť, obchodovateľné cenné papiere, pohľadávky) spoločnosti. Uprednostňuje sa vyššia hodnota ukazovateľa. Aj keď príliš vysoká hodnota môže indukovať nevyužitú príležitosť, a teda celkovú neefektivitu spoločnosti.

4. **Rentabilita vlastného imania : Return on Equity** (ďalej ROE)

$$\text{ROE} = \text{čistý príjem} / \text{vlastné imanie}$$

ROE vyjadruje mieru výnosnosti vlastného imania. Je zaujímavý predovšetkým pre majiteľa, či pre konkurenciu spoločnosti. Pre akcionárov nie je smerodajný. Medzi hlavné nedostatky tohto ukazovateľa patrí to, že neobsahuje informácie o dlhu spoločnosti. Čím je hodnota zadlženia vyššia, tým je nižšia hodnota vlastného imania, ale pomer ROE má vysokú hodnotu. Ďalšou z nevýhod je, že nemeeria hodnotu výnosnosti v závislosti od trhovej hodnoty ale od účtovnej hodnoty vlastného imania. A taktiež neberie ohľad na náklady spojené s vlastným imaním ani na infláciu.

Užitočný je pri porovnávaní ziskovosti spoločností v rovnakom odvetví. Investori uprednostňujú spoločnosti s vysokým alebo rastúcim ROE, čo znamená, že spoločnosť je efektívna v generovaní nových príjmov vzhľadom na nové investície.

5. **Prevádzková marža : Operating margin** (ďalej Margin)

$$\text{Margin} = \text{Prevádzkový príjem} / \text{čistý príjem}$$

Prevádzkový príjem, taktiež označovaný ako EBIT (zisk pred úrokom a zdanením) je výška zisku z prevádzkovej činnosti znížená o prevádzkové náklady (elektrina, vykurovanie) a odpisy.

Prevádzková marža vyjadruje, aký podiel príjmov ostane spoločnosti po zaplatení variabilných nákladov (mzdy, suroviny). Opisuje, ako účinne kontroluje vedenie spoločnosti celkové náklady. Čím je marža vyššia, tým lepšie pre spoločnosť. Výhodnejšie je pozeráť sa na zmenu marže.

6. ***(Dlh + penzijné záväzky) k prevádzkovému peňažnému toku :***
(Debt + Pension liabilities) to Cash Flow from Operations
(ďalej Debt+Pension/CFO)

Penzijné záväzky odkazujú na skutočnosť, že spoločnosť bude musieť v budúcnosti vyplácať dôchodky. Nepredstavuje však sumu, ktorú bude musieť spoločnosť za dôchodky zaplatiť, ale rozdiel medzi touto sumou a sumou, ktorá bola na výdavky vyčlenená. Pokiaľ spoločnosť disponuje vyššou sumou, akú potrebuje, jedná sa o penzijný prebytok. [6]

7. ***Prevádzkové výdavky k výnosom :*** **Operating Expenses to Revenues**
(ďalej OperExp/Revenue)

Prevádzkové výdavky predstavujú výdavky na bežné obchodné operácie. Patrí sem napríklad náklady na mzdy pre zamestnancov pridelených k výskumu a vývoju. Niektoré spoločnosti sa snažia zvýšiť zisky nie cez zvýšenie cien, či nájdenie nových trhov pre obchodovanie, ale práve pomocou zníženia prevádzkových nákladov.

8. ***Počet dní na vyplatenie pohľadávok:*** **Receivable days** (ďalej Receiv.Days)

Počet dní, ktoré poskytuje spoločnosť zákazníkovi na splatenie pohľadávok. Pokiaľ by spoločnosť túto dobu skrátila, mohla by stratiť zákazníkov, avšak príliš dlhá doba splatenia pohľadávok môže viesť k nedostatku hotovosti na platenie z pohľadu spoločnosti.

9. ***Zisk na akciu :*** **Earnings pre Share** (ďalej EPS)

$$\text{EPS} = (\text{čistý príjem} - \text{dividendy na prioritné akcie}) / \text{počet vypísaných akcií}$$

EPS je ukazovateľom ziskovosti spoločnosti a predstavuje časť zisku pripadajúcu na jednu vypísanú kmeňovú akciu. Je jedným z najdôležitejších ukazovateľov pri stanovení ceny akcie. Pri porovnávaní dvoch spoločností na základe EPS je významné pozrieť sa na množstvo kapitálu, ktoré bolo využité na generovanie čistého príjmu. Hodnota EPS môže byť rovnaká, ale jedna zo spoločností môže využívať nižší kapitál, a teda je efektívnejšia.

10. ***Rast peňažných tokov z prevádzkovej činnosti :***

Cash Flow From Operations - growth (ďalej CFO)

$$\text{Peňažné toky z prevádzkových činností} = \text{EBIT} + \text{odpisy} - \text{dane}$$

Predstavuje peniaze, ktoré spoločnosť získava z bežnej obchodnej činnosti ako je výroba a predaj tovaru či poskytnutie služieb. Zahŕňa aj zmeny pracovného kapitálu, zvýšenie alebo zníženie stavu zásob, krátkodobý dlh, záväzky a pohľadávky z obchodného styku. Pre investora je významný pozitívny peňažný tok, pretože poukazuje na schopnosť spoločnosti generovať dostatočné množstvo prostriedkov na udržanie a rast svojej činnosti. Pozitívny peňažný tok vyplývajúci z predaja aktív, vypísania akcií alebo dlhopisov je iba jednorazovým príjmom, preto o spoločnosti veľa nenapovedá. Rovnako prevádzkový peňažný tok nezahŕňa ani toky za vyplácanie dividend alebo nákup dlhodobého kapitálu (stroje a zariadenia), pretože sú to občasné alebo jednorazové náklady. Je dôležité pozerať sa na peňažné toky, pretože aj keď si spoločnosť vyúčtuje vysoký predaj, nemusí to znamenať vysoké príjmy, pokiaľ má problém so speňažením pohľadávok.

11. ***Rast výnosov : Revenues growth*** (ďalej Revenues)

$$\text{výnos} = \text{cena} * \text{množstvo}$$

Výnos je množstvo peňazí získané za celkové služby alebo predaný tovar. Znamenáva sa, keď sú peniaze zarobené, nie v čase peňažného toku, vyplatenia.

12. ***Voľný peňažný tok : Free Cash Flow*** (ďalej FCF)

Voľný peňažný tok predstavuje ostávajúci peňažný tok po zaplatení prevádzkových a kapitálových výdavkov. Poukazuje na všetky faktory, ktoré sú pre investora dôležité, ako napríklad schopnosť vyplácať dividendy, schopnosť odkúpiť späť akcie, splácať dlh, či možnosť rastu a rozvoja. Záporný voľný peňažný tok, nemusí nevyhnutne znamenať zlú situáciu v spoločnosti. Pokiaľ spoločnosť veľa investuje a má dostatočnú mieru návratnosti investícií, nemusí byť záporný peňažný tok zlým znamením. Rastúci voľný peňažný tok, či už z dôvodu rastu tržieb, zníženia nákladov, zvýšenia efektívnosti alebo odstránenia dlhu, je pre investorov veľmi pozitívny. Pokiaľ je cena akcie nízka a hodnota voľných peňažných tokov je na vzostupe, pravdepodobne to bude viesť k zvýšeniu ziskov a nárastu hodnoty podielu. Naopak klesajúci voľný peňažný tok signalizuje, že spoločnosť nie je schopná udržať rast ziskov. V mnohých prípadoch to vedie k nárastu dlhu.

13. ***Mimoriadne položky k prevádzkovým príjmom :***

Extraordinary Items / Operational Income (ďalej XOI/OI)

Mimoriadne položky sú ako dôsledok mimoriadnych a nepredvídaných okolností vykazované osobitne a nemajú vplyv na pravidelné príjmy spoločnosti.

$$\text{prevádzkový príjem} = \text{hrubý príjem} - \text{prevádzkové náklady} - \text{odpisy}$$

14. ***Náklady na kapitál + výskum a vývoj k odpisom a amortizácii :***

(Capital Expenditure + Research and Development)/Depreciation&Amortization

(ďalej (CAPEX+R & D)/D & A)

Náklady na kapitál sú prostriedky vynaložené na získanie, vylepšenie alebo predĺženie životnosti hmotných aktív spoločnosti, medzi ktoré patria napr. nehnuteľnosti, zariadenia, priemyselné budovy. A to z dôvodu udržania alebo zvýšenia rozsahu operácií spoločnosti.

15. ***Zmena v peňažných tokoch z prevádzkovej činnosti k zmene v goodwill:***

change in Cash Flow from Operations / change in Goodwill

(ďalej dCFO/dGoodwill)

16. ***Zmena v goodwill : change in Goodwill*** (ďalej goodwill)

Predstavuje nehmotný majetok spoločnosti ako napr. dobré meno, značka, vysoká morálka zamestnancov, vzťahy so zákazníkmi, patenty. Goodwill je ľahko viditeľný počas akvizície, keď spoločnosť, ktorá kupuje inú, zaplatí vyššiu sumu ako je účtovná cena. Rozdiel medzi týmito sumami predstavuje goodwill odkúpenej spoločnosti.

17. ***Výplata dividend : Dividend payment*** (ďalej Dividend)

Na základe kritéria Dividend boli akcie ohodnotené 1, ak sa dividendy vyplácajú a 0 ak dividendy vyplácané nie sú.

18. ***Rast dividend : Growth in dividends*** (ďalej gDividend)

Akcie boli v rámci tohto kritéria ohodnotené -1 pokiaľ sa jedná o pokles vo výplate dividend, 0 ak sa dividendy nemenia, alebo 1 v prípade rastu dividend.

19. ***Zmena vo vydaných akciách : Change in stocks outstanding***
(ďalej Stock buyback)

V nasledujúcej tabuľke (Tabuľka 2) je zhrnuté, ktoré kritériá sme pri aplikovaní Prométheovskej metódy v našej práci považovali za maximalizačné a ktoré za minimalizačné.

Kritérium	max / min
D/E	min
Debt/Assets	min
Quick	max
ROE	max
Margin	max
Debt+Pension/CFO	min
OperExp/Revenue	min
Receiv.Days	min
EPS	max
CFO	max
Revenue	max
FCF	max
XOI/OI	min
(CAPEX+R&D)/D&A	max
dCFO/dGoodwill	max
goodwill	max
Dividend	max
gDividend	max
Stock buyback	max

Tabuľka 2: Maximalizácia a minimalizácia kritérií

3 Analýza citlivosti

Pri aplikovaní Prométhevskej metódy je dôležitý výber preferenčných funkcií kritérií a ich parametrov, rovnako ako aj voľba váh. Keďže tieto dodatočné informácie vyplývajú z preferencií investora, sú veľmi subjektívne. Preto sme sa rozhodli využiť analýzu citlivosti. Cieľom tejto analýzy je pozorovať zmeny v konečnom poradí akcií získanom pomocou PROMETHEE II vzhľadom na zmeny váh kritérií a preferenčných funkcií.

3.1 Zmena váh kritérií

Najdôležitejším krokom je pridelenie váh kritériám. Autori Prométhevskej metódy neposkytujú žiadny návod na určenie váh. Odvolávajú sa na schopnosť toho, kto sa rozhoduje, poskytnúť tieto informácie. My sme v tejto práci váhy pridelovali dvomi spôsobmi. V každom z nich sme však vychádzali z predpokladu, že je 19 rozhodovacích kritérií prerozdelených do nasledujúcich 4 skupín:

1. Solventnosť a likvidita - D/E, Debt/Assets, Quick, Debt+Pension/CFO
2. Ziskovosť - ROE, Margin, EPS
3. Indikátory peňažných tokov - CFO, FCF, dCFO/dGoodwill, Dividend, gDividend
4. Aktivita a operačný výkon - OperExp/Revenue, Receiv.Days, Revenue, XOI/OI, (CAPEX+R&D)/D&A, goodwill, Stock buyback

Dôvodom vytvorenia skupín je fakt, že pri rozhodovaní o váhach je náročné posúdiť v rámci jedného kroku dôležitosť veľkého množstva objektov.

3.1.1 Percentuálne prerozdelenie

V prvom prípade sme váhy určili intuitívnym prerozdelením. Každšej skupine sme určili percentuálny koeficient váh a následne sme rovnaký postup uplatnili aj v rámci skupín. Výsledné váhy kritérií sme získali prenasobením prideleného koeficientu váh každého kritéria v skupine váhami prislúchajúcej skupiny.

V základnom modeli, ktorý budeme primárne využívať pre ďalšie porovnania, nebola jednotlivým skupinám pridelená rovnaká dôležitosť. Na začiatku predpokladáme, že pre investora sú najdôležitejšie práve indikátory peňažných tokov, a preto sme tejto skupine kritérií prideliť najväčšie váhy. Veľkú výpovednú hodnotu majú taktiež aj pomery popisujúce zadlženosť firmy a z toho vyplývajúce riziko investície. Rozdelenie váh prezentuje Tabuľka 3.

Skupina kritérií	Váhy skupiny	Kritérium	Váhy kritéria	Výsledné váhy
		D/E	27%	6.75%
Solventnosť	25%	Debt/Assets	30%	7.5%
a likvidita		Quick	10%	2.5%
		Debt+Pension/CFO	33%	8.25%
		ROE	25%	5%
Ziskovosť	20%	Margin	40%	8%
		EPS	35%	7%
		CFO	23%	9.2%
Indikátory		FCF	25%	10%
peňažných	40%	dCFO/dGoodwill	12%	4.8%
tokov		Dividend	18%	7.2%
		gDividend	22%	8.8%
		OperExp/Revenue	15%	2.25%
		Receiv.Days	15%	2.25%
Aktivita		Revenue	20%	3%
a operačný	15%	XOI/OI	13%	1.95%
výkon		(CAPEX+R&D)/D&A	11%	1.65%
		goodwill	11%	1.65%
		Stock buyback	15%	2.25%

Tabuľka 3: Základný model

Avšak určenie váh je subjektívnym názorom každého, kto sa rozhoduje. Pre investora, ktorý je rizikovo averzný budú veľmi dôležité práve ukazovatele zadlženosti firmy, ako aj niektoré parametre popisujúce schopnosti manažmentu a vedenia firmy. Investor, pre ktorého je najdôležitejší zisk a ktorý rád riskuje, prikladá najväčšiu dôležitosť ukazovateľom peňažných tokov a ziskovosti. Preto sme vytvorili celkovo 15 pravdepodobných variantov, ako môžu byť váhy prerozdelené medzi jednotlivé skupiny. Jedným z variantov je aj prerozdelenie váh prislúchajúce základnému modelu. Rozdelenie váh v skupinách sme uvažovali rovnaké pre všetky varianty. Zároveň sme vzali do úvahy aj počet kritérií v skupinách. Tieto varianty sú zhrnuté v Tabuľke 4, ktorá sa nachádza v prílohe. V Tabuľke 5 a v Tabuľke 6 sú zobrazené poradie akcií jednotlivých variantov získané na základe celkových tokov v PROMETHEE II, priemerné hodnoty poradie a taktiež poradie získané na základe priemerných hodnôt. Základnému modelu prislúcha 11. variant rozdelenia váh.

Aby sme posúdili súvis medzi jednotlivými poradiami získanými na základe PROMETHEE II, použili sme Kendallov koeficient zhody W . Tento koeficient určuje mieru zhody pri viacnásobnom ohodnotení tých istých objektov. Nadobúda hodnoty z intervalu $[0,1]$, pričom hodnota koeficientu rovná 1 znamená úplnú zhodu poradií. [18]

Uvažujme m hodnotiteľov určujúcich poradie k objektov. Nech $r_{i,j}$ je poradie, ktoré určil j -ty hodnotiteľ i -temu objektu. R_i je súčet poradií, ktoré boli určené objektu i .

$$\forall i \in [1, k]$$

$$R_i = \sum_{j=1}^m r_{i,j} \quad (22)$$

Ak \bar{R} je aritmetický priemer R_i

$$\bar{R} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k R_i \quad (23)$$

potom

$$R = \sum_{i=1}^k (R_i - \bar{R})^2 \quad (24)$$

a Kendallov koeficient zhody W je definovaný ako

$$W = \frac{12R}{m^2(k^3 - k)} \quad (25)$$

Pre naše pozorovania sme získali hodnotu Kendallovho koeficientu vo výške 0,947,

čo znamená, že výsledky získané pomocou PROMETHEE II sú dosť robustné pre rôzne varianty váh, čo zvyšuje dôveru vo výsledky získané analýzou.

3.1.2 Saatyho metóda

Získať váhy kritérií od toho, kto sa rozhoduje a navyše v numerickej podobe je veľmi náročné. Preto je vhodné uľahčiť rozhodovanie pomocou tzv. metód odhadu váh kritérií. Do tejto skupiny patria napríklad Metóda poradia, Bodovacia metóda, Fullerov trojuholník, Saatyho metóda [13]. V nasledujúcej časti popíšeme Saatyho metódu. Budeme pritom čerpať z [13].

Pri aplikácii Saatyho metódy sa porovnávajú všetky možné dvojice kritérií, pričom úroveň dôležitosti jedného kritéria v porovnaní s iným je vyjadrená v rámci celočíselnej stupnice 1 až 9. Hodnota 1 prináleží situácii, kedy sú obe kritériá rovnako dôležité. Hodnota 9 predstavuje fakt, že dôležitosť jedného kritéria absolútne prevyšuje dôležitosť druhého. Pre kritérium, ktoré je z dvojice menej dôležité sa stanoví prevrátená hodnota daného celého čísla zo škály 1 až 9.

1 - kritériá i, j sú rovnako dôležité ($s_{i,j} = s_{j,i} = 1$)

3 - kritérium i je slabo dôležitejšie než kritérium j ($s_{i,j} = 3, s_{j,i} = 1/3$)

5 - kritérium i je silne dôležitejšie než kritérium j ($s_{i,j} = 5, s_{j,i} = 1/5$)

7 - kritérium i je veľmi silne dôležitejšie než kritérium j ($s_{i,j} = 7, s_{j,i} = 1/7$)

9 - kritérium i je absolútne dôležitejšie než kritérium j ($s_{i,j} = 9, s_{j,i} = 1/9$)

Hodnoty 2, 4, 6, 8 predstavujú medzistupne hodnotenia.

Zapísaním všetkých informácií získaných pomocou párového porovnania do matice, vznikne tzv. Saatyho matica S , ktorá má na diagonále čísla 1 a pre ostatné prvky platí nasledujúci vzťah

$$s_{i,j} = \frac{1}{s_{j,i}}. \quad (26)$$

Jednotlivé prvky $s_{i,j}$ predstavujú odhady podielu váh i -teho a j -teho kritéria. Pre odvodenie váh kritérií Saaty navrhuje využiť vlastný vektor matice S prislúchajúci najväčšiemu vlastnému číslu.

V tejto práci sme použili Saatyho metódu pri určovaní váh nasledovne. V rámci

každej skupiny kritérií Ziskovosť, Solventnosť a Likvidita, Indikátory peňažných tokov, Aktivita a operačný výkon, sme odhadom vytvorili Saatyho maticu porovnaní dôležitosti kritérií v skupine. Nájdením vlastných vektorov prislúchajúcich najväčším vlastným číslam matíc S_1 , S_2 , S_3 , S_4 sme získali odhady váh v skupinách. Konečné váhy sme získali vynásobením odhadu váh kritéria váhami skupiny. Pri rozhodovaní o váhach skupín sme taktiež využili Saatyho metódu. Konečné váhy sú prezentované v Tabuľkách 7 až 11 v prílohe. Porovnanie výsledného poradia akcií pri rozdelení váh podľa základného modelu a poradia akcií, kedy boli využité Saatyho váhy je v Tabuľke 12.

Alternatívnym riešením ku hľadaniu vlastných vektorov Saatyho matice je využitie geometrických priemerov. Nájdením geometrických priemerov riadkov matice S a následným normovaním, získame odhady váh kritérií (Tabuľky 13 až 17 v prílohe).

3.2 Interval stability

Interval stability pre kritérium predstavuje interval, v rámci ktorého sa môžu váhy daného kritéria meniť bez toho, aby bolo ovplyvnené celkové poradie akcií, pričom váhy ostatných kritérií ostávajú nezmenené. Poukazujú teda na stabilitu poradia akcií.

Pri hľadaní intervalov stability sme ako východzie rozdelenie váh uvažovali rozdelenie prislúchajúce základnému modelu. Okrem klasických intervalov stability sme sa rozhodli nájsť aj také intervaly, ktoré odzrkadľujú stabilitu len najlepších 10 akcií z PROMETHEE II. Taktiež uvádzame intervaly, v rámci ktorých sa môžu meniť váhy jednotlivých kritérií tak, aby bolo vždy rovnaké zloženie najlepších 10 akcií, ich poradie však môže byť pozmenené. Naše pozorovania prezentujeme v Tabuľke 18 v prílohe.

Berúc do úvahy napríklad kritérium D/E, pokiaľ sa budú váhy kritéria pohybovať v rozpätí 0.06717 až 0.06984 a všetky ostatné váhy ostanú rovnaké (samozrejme normalizáciou budú pozmenené), tak výsledné ohodnotenie akcií na základe celkových tokov v PROMETHEE II je totožné. Vychádzajúc z intervalov stability môžeme usúdiť, že najdôležitejšie sú kritériá OperExp/Revenue, Receiv.Days, CFO a gDividend.

V prípade intervalov stability, ktoré dbajú na stabilné poradie najlepších 10 akcií môžeme pozorovať, že dolná hranica kritérií CFO, XOI/OI a goodwill je rovná 0. To znamená, že vylúčenie daného kritéria z analýzy by nezmenilo poradie najlepších 10

akcií. Horná hranica kritéria Dividend je neobmedzená. Teda aj v prípade, že ostatné kritéria majú po normalizácii zanedbateľnú váhu - nulovú, poradie akcií sa nezmení. Mohlo by to naznačovať, že toto kritérium je pre rozhodovanie najdôležitejšie. Nemusí to byť pravda. V prípade kritéria Dividend, akcie nadobúdajú hodnoty 1 alebo 0 podľa toho, či sú dividendy vyplácané, alebo nie. Takže celkovo sú akcie rozdelené do dvoch skupín a teda pre konečné zoradenie akcií sú ostatné kritériá podstatné. Pri intervaloch stability 10 najlepších akcií patria medzi najdôležitejšie kritériá Quick, Margin, OperExp/Revenue, FCF a gDividend.

V rámci intervalov stability, kedy sa môže meniť poradie najlepších 10 akcií, nie však ich zloženie pozorujeme, že dolné hranice až 9 kritérií sú nulové. Sú to konkrétne kritériá D/E, Quick, Recei.Days, EPS, CFO, Revenues, XOI/OI, (CAPEX+R & D)/D & A, goodwill. Na základe šírky intervalov usudzujeme, že medzi najvýznamnejšie kritériá patria Oper.Exp/Revenue, goodwill, (CAPEX+R & D)/D & A, Recei.Days.

3.3 Zmena preferenčných funkcií kritérií

Doteraz sme v analýze používali pre ohodnotenie kritérií preferenčné funkcie nasledovne. Pre kritérium Dividend, v rámci ktorého sú akcie ohodnotené 1 pokiaľ sú dividendy vyplácané alebo 0 v prípade, že dividendy vyplácané nie sú, sme zvolili Bežnú preferenčnú funkciu. V prípade kritéria gDividend, 1 pre rast dividend, 0 pre konštantnú hodnotu dividend a -1 pre pokles v dividendách, uprednostňujeme Úrovňovú preferenčnú funkciu. Rozdiel v ohodnoteniach akcií môže v tomto kritériu pri párovom porovnávaní nadobudnúť hodnoty -2, -1, 0, 1, 2, a teda prah absolútnej preferencie stanovíme na hodnotu 1. V prípade, že rozdiel v ohodnoteniach bude 1, preferencia jednej akcie pred druhou je určená na $\frac{1}{2}$. Pre ostatné kritériá sme určili Gaussovú preferenčnú funkciu, ktorej spojitost prispieva k stabilite a robustnosti výsledkov [14]. Ako parameter s sme využili smerodajnú odchýlku ohodnotení akcií v danom kritériu.

Pre správnu interpretáciu výsledkov je však dôležité pozrieť sa na následky, ktoré môžu nastať pri voľbe iných preferenčných funkcií, resp. parametrov, ktoré im patria. Preferenčné funkcie pre kritérium Dividend a gDividend zachováme. Avšak pozrieme sa bližšie na ostatné kritériá a vhodnosť preferenčných funkcií. Ako prvú po Gaussovej preferenčnej funkcii využijeme pre všetky kritériá lineárnu preferenčnú fun-

kciu bez indifferenčnej oblasti. Následne môžeme meniť prah preferencie, určíme ho ako percento z rozdielu maximálneho a minimálneho ohodnotenia akcií v danom kritériu. Taktiež obdobne vyberieme lineárnu preferenčnú funkciu s indifferenčnou oblasťou. Pri voľbe prahu indifferencie postupujeme zhodne ako pri prahu preferencie.

Obyčajnú preferenčnú funkciu nepoužijeme z dôvodu, že tento druh preferenčnej funkcie priradí párovému porovnaniu akcií jedine hodnotu 1 a to v prípade, ak sa ohodnotenia akcií nezhodujú, alebo hodnotu 0, ak sú ohodnotenia akcií v danom kritériu totožné. Pokiaľ je táto funkcia využitá pre kritérium, v ktorom akcie nadobúdajú väčšie množstvo rôznych ohodnotení, a teda aj rozdiely sú rôznorodé, stratíme dôležité informácie. Ako príklad uvádzame kritérium D/E. Rozdiel v ohodnotení dvoch akcií môže predstavovať 100, iných dvoch napr. 0,1. V oboch prípadoch však bude párovému porovnaniu preferenčnou funkciou pridelená hodnota 1. Pokiaľ by sa však investor rozhodoval medzi danými akciami, neboli by preňho porovnania týchto dvoch párov rovnako dôležité. Ak sa ohodnotenia akcií líšia iba o 0,1 môže investor tento rozdiel považovať za zanedbateľný. Avšak rozdiel 100 je už zásadný a pri rozhodovaní podstatný.

Vychádzajúc zo [17] sme pre naše pozorovanie stanovili preferenčné funkcie a ich parametre nasledovne:

1. Gaussova preferenčná funkcia
2. Lineárna preferenčná funkcia bez indifferenčnej oblasti s prahom preferencie 30 %
3. Lineárna preferenčná funkcia bez indifferenčnej oblasti s prahom preferencie 100 %
4. Lineárna preferenčná funkcia s indifferenčnou oblasťou, prahom indifferencie 5 % a prahom preferencie 100 %
5. Lineárna preferenčná funkcia s indifferenčnou oblasťou, prahom indifferencie 5 % a prahom preferencie 30 %
6. Lineárna preferenčná funkcia s indifferenčnou oblasťou, prahom indifferencie 10 % a prahom preferencie 30 %

7. Lineárna preferenčná funkcia s indifferenčnou oblasťou, prahom indierencie 10 % a prahom preferencie 100 %
8. Lineárna preferenčná funkcia s indifferenčnou oblasťou, prahom indierencie 15 % a prahom preferencie 100 %
9. Lineárna preferenčná funkcia s indifferenčnou oblasťou, prahom indierencie 15 % a prahom preferencie 30 %

Vo všetkých prípadoch uvažujeme rovnomerné rozdelenie váh medzi kritériá.

Porovnanie usporiadaní akcií pri zmenách preferenčných funkcií a ich parametrov uvádzame v Tabuľke 19 a v Tabuľke 20 v prílohe. Ako môžeme vidieť, až 7 akcií bolo medzi najlepšími desiatimi vo všetkých prípadoch. Dve najvyššie ohodnotené akcie boli rovnaké v 8 prípadoch, v poslednom bolo iba vymenené ich poradie. Kendallov koeficient zhody pre usporiadania pri zmenách preferenčných funkcií a ich parametrov má hodnotu 0,868.

3.4 Grafická interpretácia - GAIA rovina

Veľmi nápomocnou súčasťou Prométhovskej metódy je GAIA metóda, ktorá poskytuje náhľad na vzťahy medzi kritériami, rovnako ako aj na vytvorenie skupín alternatív, ktoré sú porovnateľné. Vieme ľahko identifikovať kritériá, ktoré sú protichodné aj tie, ktoré sú podobné.

Problém však spočíva v tom, že máme až 19 hodnotiacich kritérií, každá akcia je teda prezentovaná bodom v 19 rozmernom priestore. Preto projekciou do roviny, strácame veľmi veľa informácií. Pri našej analýze predstavovala miera zachovania informácií väčšinou hodnotu okolo 40 %. GAIA interpretáciu výsledkov teda nepovažujeme za smerodajnú, môžeme sa však bližšie pozrieť na vzťahy medzi kritériami, ktoré nám poskytujú ďalšie scenáre do analýzy citlivosti.

Na Obr. 11 v prílohe znázorňujúcom GAIA rovinu pri rovnomerných váhach vidíme, že kritériá smerujúce približne rovnakým smerom vytvárajú skupiny. Týmto sa nám naskytá možnosť bližšie sa pozrieť na stabilitu výsledkov, pokiaľ budeme rovnomerne meniť váhy všetkých kritérií v skupine. Vychádzajúc z Obr. 12 v prílohe, ktorý poskytuje detailnejší pohľad na kritériá, môžeme vytvoriť 6 skupín.

Skupina 1 - Kritériá 4,18,19
Skupina 2 - Kritériá 5,8,11
Skupina 3 - Kritériá 1,2,6,14,16
Skupina 4 - Kritériá 9,12,13,15,17
Skupina 5 - Kritériá 7,10
Skupina 6 - Kritérium 3

Pri každej skupine sme najskôr váhy v porovnaní s ostatnými skupinami zdvojnásobili a následne zmenšili na polovicu. Vzniklo tak 12 možných rozdelení váh. Tabuľky 21 a 22 v prílohe zobrazujú usporiadanie akcií pri zmene váh jednej zo skupín. Prvý stĺpec tabuliek predstavuje usporiadanie akcií pri rovnomernom delení váh. Päť akcií bolo umiestnených medzi 10 najlepšími vo všetkých pozorovaniach. Ďalšie dve sa iba v jednom z prípadov nachádzajú na nižšej ako 10. pozícii, a to na 11. resp. 12.. Kendallov koeficient zhody má hodnotu 0,871.

3.5 Zhodnotenie výsledkov

Na základe analýzy citlivosti usudzujeme, že usporiadania akcií získané z PROMETHEE II sú dosť stabilné pri zmene váh, preferenčných funkcií aj ich parametrov. Potvrďuje to aj Kendallov koeficient zhody, ktorý nadobúda pri porovnaní rôznych variantov prerozdelenia váh hodnotu 0,947, pri zmene preferenčných funkcií a ich parametrov 0,868 a pri porovnaní vychádzajúcom z rozmiestnenia kritérií v GAIA rovine hodnotu 0,871.

Podľa šírky intervalov stability jednotlivých kritérií usudzujeme, že najväčšia pozornosť pri rozhodovaní o výške váh by mala byť sústredená na kritériá OperExp/Revenue, Quick a gDividend.

Pri bližšom skúmaní poradia akcií pre rôzne varianty rozdelení váh vidíme, že najlepšie ohodnotené sú akcie č.3, č.1, č.4, č.7, č.6 a č.15. Taktiež akcia č.2 je umiestnená veľmi vysoko, aj keď v jednom z prípadov poklesla v rámci usporiadania až na 15. miesto. Podobne akcia č.10, ktorá je len v 5 z 15 prípadov na horšom ako 10. mieste, a to najhoršie na 12. pozícii.

Čo sa týka porovnania výsledkov pri rozdeleniach váh pomocou Saatyho metódy a základného modelu, zhodujú sa v najlepšej akcii - akcia č.3. Taktiež sú podobne dobre ohodnotené akcie č.10 a č.15. Medzi najlepších 10 v oboch prípadoch patria akcie č.1, č.4, č.6, č.7, č.31.

Pri porovnaní poradí pri zmene preferenčných funkcií pozorujeme, že najvyššie umiestnené sú akcie č.4 a č.2. Veľmi dobré vo všetkých prípadoch sú aj akcie č.1, č.3, č.7, č.10, č.11.

Na základe zmeny váh pomocou GAIA roviny usudzujeme, že akcie č.4, č.2, č.1, č.3, č.7 sú stabilne veľmi dobré. Akcia č.5 je až na jeden prípad (12. miesto) tiež vysoko ohodnotená. Obdobne akcia č.10, ktorá bola v jednom z prípadov umiestnená na 11. mieste, inak patrila vždy medzi najlepších 10 akcií. Medzi dobré akcie by sme taktiež zaradili akcie č.6 a č.1, ktoré s medzi najlepších 10 akcií nedostali len v 2 prípadoch.

V každej z čiastkových analýz sa akcie 1,3,4 a 7 nachádzali vždy medzi najlepšími. Preto by sme investorovi odporučili ako vhodné práve tieto akcie. Pokiaľ je nutné zúžiť výber akcií, môže investor porovnať profily týchto alternatív, ktoré sa nachádzajú v prílohe (Obr. 13 až Obr. 16). Môžeme z nich napríklad usúdiť, že akcia č.1 je preferovaná vo všetkých kritériách spadajúcich do skupiny Solventnosť a likvidita, akcia č.3 v kritériách zo skupiny Ziskovosť, akcia č. 4 v kritériách prislúchajúcich skupine Solventnosť a likvidita a taktiež skupine Operačný výkon a aktivita a napokon akcia č. 7 je preferovaná v kritériách skupiny Solventnosť a likvidita, ale nie je preferovaná v kritériách skupiny Ziskovosť.

Záver

Cieľom bakalárskej práce bolo oboznámenie sa s Prométheovskou metódou a jej aplikovanie na ohodnotenie akcií, v závislosti od vhodnej voľby kritérií. Našou snahou bolo poskytnúť správcom portfólia zoznam akcií, ktoré sú vhodné na investovanie.

V teoretickej časti práce, ktorá tvorila prvú kapitolu, sme detailne popísali Prométheovskú metódu. Vychádzali sme najmä z [8], kde Prométheovskú metódu prezentujú jej autori. Pri spracovaní metódy GAIA sme okrem teoretickej interpretácie uviedli aj názornú ukážku získavania výsledkov.

Pre potreby praktickej časti bakalárskej práce sme vytvorili vlastný program v Matlabe. Pomocou neho sme získali čiastočné usporiadanie akcií z PROMETHEE I, celkové usporiadanie z PROMETHEE II, ako aj grafickú interpretáciu v podobe GAIA roviny. V praktickej časti sme pozorovali, aký vplyv má na ohodnotenie akcií subjektívny názor investora. Keďže každý investor uprednostňuje inú mieru rizika investície v závislosti od jej zhodnotenia, volí preto aj iné parametre potrebné pre aplikovanie Prométheovskej metódy. Popísali sme dva rôzne spôsoby určenia váh kritérií. Analýzou citlivosti výsledkov sme skúmali ako ovplyvnia zmeny rozmiestnenia váh, voľby preferenčných funkcií a ich parametrov ohodnotenie najlepších akcií. Na porovnanie získaných poradí akcií sme využili Kendallov koeficient zhody, ktorý nám potvrdil robustnosť a stabilitu výsledkov. Pomocou intervalov stavility sme posúdili, ktoré kritériá majú veľký vplyv na usporiadanie akcií, čo ovplyvňuje rozhodovanie o umiestnení váh.

Ako výsledok analýzy citlivosti sme našli štyri akcie, ktoré patrili medzi najlepšie ohodnotené vo všetkých prípadoch nášho skúmania. Na základe pozorovaní by sme investorovi odporučili práve tieto akcie. Ako spomíname v poslednej kapitole, pri záverečnom rozhodovaní sú nápomocné profily alternatív, ktoré taktiež uvádzame v prílohe.

Z dôvodu širokého využitia Prométheovskej metódy v rôznych oblastiach rozhodovania, je hlavným prínosom bakalárskej práce analýza stability výsledkov získaných na základe PROMETHEE II. Nemenej dôležité je poskytnutie možnej pomoci pri rozhodovaní o výbere vhodných akcií pre investovanie a tiež priblíženie metodológie čitateľom. Prínosom pre autorku práce bola okrem získania teoretických poznatkov o Prométheovskej metóde aj možnosť praktického overenia na reálnom probléme ohodnocovania akcií.

Ako potenciálne možnosti rozšírenia tejto bakalárskej práce vidíme bližšie zameranie sa na výber preferenčných funkcií pre každé z kritérií individuálne na základe jeho charakteru. Taktiež by sme sa mohli venovať ďalším metódam prerozdelenia váh medzi kritériá, ako je napríklad použitie tzv. fuzzy čísel. Z pohľadu investora by bolo užitočné aplikovať Prométheovskú metódu aj na výber oblasti investovania.

Literatúra

- [1] AccountingExplained, dostupné na internete (1.5.2014):
www.accountingexplained.com
- [2] Albadvi, A., Chaharsooghi, S. K., Esfahanipour A.: *Decision making in stock trading: An application of PROMETHEE*, European Journal of Operational Research 177 (2007), 673 – 683, dostupné na internete (1.5.2014):
www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377221705009331
- [3] Behzadian, M., Kazemzadeh, R. B., Albadvi, A., Aghdasi, M.: *PROMETHEE: A comprehensive literature review on methodologies and applications*, European Journal of Operational Research 200 (2010), 198 – 215, dostupné na internete (1.5.2014): www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377221709000071
- [4] Brans, J., P., Vincke, Ph.: *A Preference Ranking Organisation Method: (The PROMETHEE Method for Multiple Criteria Decision-Making)*, Management Science 31, (1985), 647 - 656, dostupné na internete (1.5.2014):
www.lamsade.dauphine.fr/~mousseau/pmwiki-2.1.5/uploads/Research/Brans1985.pdf
- [5] Brigham, E. F., Ehrhardt, M. C.: *Financial Management Theory and practice*, South-Western, Mason, 2005
- [6] CNBC, dostupné na internete (1.5.2014): www.cnbc.com
- [7] Fiala, P.: *Modely a metody rozhodování*, Oeconomica, Praha, 2008
- [8] Brans, J., P., Mareschal, B.: *PROMETHEE Methods*, dostupné na internete (1.5.2014):
uk-corp.org/Books/Other-Technical/Multiple%20Criteria%20Decision%20Analysis.pdf
- [9] Finančná Analýza Podniku, dostupné na internete (1.5.2014): www.fap.sk
- [10] Goumas, M., Lygerou, V.: *An extension of the PROMETHEE method for decision making in fuzzy environment: Ranking of alternative energy exploitation projects*, European Journal of Operational

- Research 123 (2000), 606 - 613, dostupné na internete (1.5.2014):
www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377221799000934
- [11] INVESTOPEDIA, dostupné na internete (1.5.2014): www.investopedia.com
- [12] InvestorWords, dostupné na internete (1.5.2014): www.investorwords.com
- [13] Jablonský, J., Dlouhý, M.: *Modely hodnocení efektivnosti produkčních jednotek*, PROFESSIONAL PUBLISHING, Praha, 2004
- [14] Kalogeras, N., Baourakis, G., Zopounidis, C., van Dijk, G.: *Evaluating the financial performance of agri-food firms: a multicriteria decision-aid approach*, Journal of Food Engineering 70 (2005), 365 – 371, dostupné na internete (1.5.2014):
www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0260877404004856
- [15] Lidouh, K., De Smet, Y., Zimányi, E.: *GAIA Map: A tool for visual ranking analysis in spatial multicriteria problems*, CoDE-SMG, Ixelles, 2008
- [16] Macharis, C., Springael, K., De Brucker, K., Verbeke, A.: *PROMETHEE and AHP: The design of operational synergies in multicriteria analysis. Strengthening PROMETHEE with ideas of AHP*, European Journal of Operational Research 153 (2004), 307 – 317, dostupné na internete (1.5.2014):
www.sciencedirect.com/science/article/pii/S037722170300153X
- [17] Makan, A., Mountadar M.: *Sustainable management of municipal solid waste in Morocco: Application of PROMETHEE method for choosing the optimal management scheme*, African Journal of Environmental and Waste Management 1 (2013), 101 - 112, dostupné na internete (1.5.2014): www.internationalscholarsjournals.org
- [18] Real Statistics Using Excel, dostupné na internete (1.5.2014):
www.real-statistics.com
- [19] Ross, S. A., Westerfield, R. W., Jordan, B. D.: *Essentials of Corporate Finance*, McGraw-Hill, New York, 1999
- [20] Sedláček, J.: *Finanční analýza podniku*, Computer Press, Brno, 2009

[21] PROMETHEE - GAIA.NET, dostupné na internete (1.5.2014):
www.promethee-gaia.net

Príloha

Variant	Skupina 1	Skupina 2	Skupina 3	Skupina 4
1	0.2	0.2	0.45	0.15
2	0.2	0.2	0.5	0.1
3	0.3	0.25	0.3	0.15
4	0.25	0.3	0.3	0.15
5	0.3	0.3	0.3	0.1
6	0.2	0.3	0.3	0.2
7	0.3	0.2	0.3	0.2
8	0.2	0.25	0.35	0.2
9	0.25	0.2	0.35	0.2
10	0.2	0.25	0.4	0.15
11	0.25	0.2	0.4	0.15
12	0.25	0.25	0.4	0.1
13	0.3	0.2	0.4	0.1
14	0.2	0.3	0.4	0.1
15	0.25	0.25	0.3	0.2

Tabuľka 4: Varianty rozdelenia váh medzi skupiny kritérií

akcia	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	priemer	poradie
1	2	2	2	2	2	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1,934	2
2	9	15	5	5	5	5	5	5	5	7	6	7	7	7	5	6,534	5
3	1	1	1	1	1	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1,067	1
4	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	4	3	3,067	3
5	16	23	6	6	6	6	6	7	7	9	12	11	12	10	6	9,533	8
6	6	6	7	8	8	8	7	8	6	6	5	5	5	6	8	6,6	6
7	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	3	4	3,933	4
8	24	29	10	9	10	9	10	14	14	19	18	19	18	21	9	15,533	15
9	10	10	13	14	12	15	13	15	12	12	10	12	11	14	13	12,4	12
10	8	11	9	11	11	12	8	10	9	10	9	9	6	12	10	9,667	9
11	17	20	20	17	24	14	17	16	16	16	21	22	26	20	16	18,8	19
12	14	13	12	13	13	13	11	12	11	14	13	13	13	15	12	12,8	13
13	11	12	11	10	9	11	12	13	13	11	11	8	9	8	11	10,667	10
14	35	35	21	22	19	24	23	30	29	32	31	28	27	29	24	27,267	26
15	7	7	8	7	7	7	9	6	8	5	8	6	8	5	7	7	7
16	13	8	23	23	22	25	21	23	18	18	14	15	14	19	21	18,467	17
17	19	16	22	24	21	29	20	25	20	24	19	21	16	25	22	21,533	23
18	31	30	29	31	30	36	29	33	31	31	29	29	28	33	33	30,867	31
19	18	17	17	19	17	21	15	20	17	20	15	17	15	22	17	17,8	16
20	22	21	19	20	20	22	19	21	19	23	22	23	21	24	20	21,067	21
21	36	38	24	28	28	26	22	28	25	36	33	35	33	39	23	30,267	30
22	39	41	32	36	34	37	26	38	33	39	35	40	36	41	31	35,867	36
23	34	32	39	40	40	38	40	37	36	35	36	36	38	31	39	36,733	38
24	42	42	37	33	33	31	39	39	42	38	41	38	40	36	37	37,867	39
25	38	36	38	42	41	44	38	43	40	41	37	39	35	40	43	39,667	40

Tabuľka 5: Výsledky analýzy variantov pre odhadnuté váhy (1)

akcia	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	priemer	poradie
26	15	14	15	12	14	10	16	11	15	13	16	14	19	9	15	13,867	14
27	41	40	45	45	44	47	44	45	45	44	43	44	43	46	45	44,067	44
28	40	39	47	47	48	45	47	44	46	43	46	45	47	43	46	44,867	46
29	12	9	31	26	31	23	31	18	22	15	17	20	20	16	26	21,133	22
30	32	33	26	30	26	33	24	32	26	33	28	30	29	35	28	29,667	28
31	5	5	14	16	18	16	14	9	10	8	7	10	10	11	14	11,133	11
32	45	46	40	43	43	46	37	46	41	45	42	43	39	47	44	43,133	43
33	23	22	33	21	25	18	36	19	28	22	27	24	31	17	25	24,733	24
34	25	25	27	29	27	27	25	26	24	26	24	25	24	26	27	25,8	25
35	33	34	43	38	42	28	42	29	38	30	38	37	41	27	38	35,867	36
36	49	49	50	50	50	50	49	50	49	50	49	50	49	50	50	49,6	50
37	21	18	16	18	15	20	18	22	21	21	20	16	17	18	19	18,667	18
38	48	47	46	49	47	49	46	49	47	49	47	47	46	48	48	47,533	48
39	43	43	36	41	38	43	35	41	37	42	40	41	37	42	40	39,933	41
40	27	26	28	32	32	35	27	31	27	27	26	27	25	30	30	28,667	27
41	44	45	41	37	39	34	43	40	44	40	44	42	44	38	41	41,067	42
42	29	28	42	27	36	19	45	24	39	25	39	33	42	23	34	32,333	34
43	28	27	34	35	35	32	33	27	30	28	30	32	32	34	32	31,267	32
44	26	24	30	34	29	40	32	36	32	29	25	26	22	28	35	29,867	29
45	20	19	18	15	16	17	28	17	23	17	23	18	23	13	18	19	20
46	30	31	35	39	37	39	34	34	34	34	32	34	34	37	36	34,667	35
47	46	44	48	48	46	48	48	48	48	46	48	46	48	44	49	47	47
48	47	48	44	44	45	42	41	42	43	47	45	48	45	49	42	44,8	45
49	37	37	25	25	23	30	30	35	35	37	34	31	30	32	29	31,333	33
50	50	50	49	46	49	41	50	47	50	48	50	49	50	45	47	48,067	49

Tabuľka 6: Výsledky analýzy variantov pre odhadnuté váhy (2)

1.skupina	1	2	3	6	vlastný vektor	normované váhy
1	1	1/2	4	1/3	0,2997	0,029
2	2	1	5	1/2	0,492	0,0475
3	1/4	1/5	1	1/6	0,1006	0,0097
6	3	2	6	1	0,8112	0,0784

Tabuľka 7: Saatyho metóda pre prvú skupinu kritérií

2.skupina	4	5	9	vlastný vektor	normované váhy
4	1	1/4	1/3	0,1938	0,0199
5	4	1	1/2	0,559	0,0575
9	3	2	1	0,8062	0,083

Tabuľka 8: Saatyho metóda pre druhú skupinu kritérií

3.skupina	10	12	15	17	18	vlastný vektor	normované váhy
10	1	1/2	4	2	1	0,4302	0,1308
12	2	1	5	3	2	0,7454	0,2266
15	1/4	1/5	1	1/3	1/4	0,1104	0,0336
17	1/2	1/3	3	1	1/2	0,2492	0,0758
18	1	1/2	4	2	1	0,4302	0,1308

Tabuľka 9: Saatyho metóda pre tretiu skupinu kritérií

4.skupina	7	8	11	13	14	16	19	vlastný vektor	normované váhy
7	1	4	1/3	4	4	4	4	0,4961	0,0191
8	1/4	1	1/5	2	2	1	1	0,1658	0,0064
11	3	5	1	5	5	5	5	0,804	0,0309
13	1/4	1/2	1/5	1	1	1/2	1/3	0,0979	0,0038
14	1/4	1/2	1/5	1	1	1	1/2	0,1119	0,0043
16	1/4	1	1/5	2	1	1	1/2	0,1368	0,0053
19	1/4	1	1/5	3	2	2	1	0,1981	0,0076

Tabuľka 10: Saatyho metóda pre štvrtú skupinu kritérií

skupina	1	2	3	4	vlastný vektor	normované váhy
1	1	1	1/4	3	0,2864	0,1783
2	1	1	1/3	3	0,3050	0,1899
3	4	3	1	6	0,9011	0,5609
4	1/3	1/3	1/6	1	0,1140	0,071

Tabuľka 11: Saatyho metóda pre skupiny

akcia	Saaty	základný	akcia	Saaty	základný
1	6	2	26	17	16
2	26	6	27	44	43
3	1	1	28	32	46
4	8	3	29	7	17
5	31	12	30	24	28
6	3	5	31	2	7
7	9	4	32	47	42
8	34	18	33	25	27
9	13	10	34	22	24
10	11	9	35	36	38
11	20	21	36	50	49
12	12	13	37	18	20
13	16	11	38	38	47
14	37	31	39	41	40
15	10	8	40	27	26
16	5	14	41	40	44
17	15	19	42	35	39
18	28	29	43	29	30
19	4	15	44	23	25
20	21	22	45	19	23
21	45	33	46	30	32
22	46	35	47	39	48
23	33	36	48	48	45
24	43	41	49	42	34
25	14	37	50	49	50

Tabuľka 12: Poradie akcií pri váhach podľa Saatyho metódy a poradie akcií pre základný model

1.skupina	1	2	3	6	geometrický priemer	normované váhy
1	1	1/2	4	1/3	0,9036	0,0288
2	2	1	5	1/2	1,4954	0,0476
3	1/4	1/5	1	1/6	0,3021	0,0096
6	3	2	6	1	2,4495	0,078

Tabuľka 13: Saatyho metóda pre prvú skupinu kritérií pomocou geometrického priemeru

2.skupina	4	5	9	geometrický priemer	normované váhy
4	1	1/4	1/3	0,4368	0,0149
5	4	1	1/2	1,2599	0,0431
9	3	2	1	1,8171	0,0621

Tabuľka 14: Saatyho metóda pre druhú skupinu kritérií pomocou geometrického priemeru

3.skupina	10	12	15	17	18	geometrický priemer	normované váhy
10	1	1/2	4	2	1	1,3195	0,1315
12	2	1	5	3	2	2,2679	0,226
15	1/4	1/5	1	1/3	1/4	0,3342	0,0333
17	1/2	1/3	3	1	1/2	0,7579	0,0755
18	1	1/2	4	2	1	1,3195	0,1315

Tabuľka 15: Saatyho metóda pre tretiu skupinu kritérií pomocou geometrického priemeru

4.skupina	7	8	11	13	14	16	19	geometrický priemer	normované váhy
7	1	4	1/3	4	4	4	4	2,3008	0,029
8	1/4	1	1/5	2	2	1	1	0,7946	0,01
11	3	5	1	5	5	5	5	3,6934	0,0466
13	1/4	1/2	1/5	1	1	1/2	1/3	0,4571	0,0058
14	1/4	1/2	1/5	1	1	1	1/2	0,5347	0,0068
16	1/4	1	1/5	2	1	1	1/2	0,6518	0,0082
19	1/4	1	1/5	3	2	2	1	0,9296	0,0117

Tabuľka 16: Saatyho metóda pre štvrtú skupinu kritérií pomocou geometrického priemeru

skupina	1	2	3	4	geometrický priemer	normované váhy
1	1	1	1/4	3	0,9306	0,1785
2	1	1	1/3	3	1	0,1919
3	4	3	1	6	2,913	0,5588
4	1/3	1/3	1/6	1	0,3689	0,0708

Tabuľka 17: Saatyho metóda pre skupiny pomocou geometrického priemeru

Kritérium	Stabilita všetkých	Stabilita 10 najlepších	Stabilita 10 naj. so zmenou poradia	Pôvodné váhy
1	[0.06727 , 0.06845]	[0.03123 , 0.08254]	[0 , 0.12102]	0.0675
2	[0.0748 , 0.07578]	[0.05868 , 0.08714]	[0.00294 , 0.09582]	0.075
3	[0.0245 , 0.02535]	[0.02068 , 0.02743]	[0 , 0.02884]	0.025
4	[0.04536 , 0.0502]	[0.04401 , 0.05664]	[0.02972 , 0.05868]	0.05
5	[0.07915 , 0.08007]	[0.07541 , 0.08301]	[0.04059 , 0.08301]	0.08
6	[0.08203 , 0.08318]	[0.07259 , 0.09388]	[0.0474 , 0.14602]	0.0825
7	[0.0224 , 0.02279]	[0.0203 , 0.02922]	[0.0203 , 0.03418]	0.0225
8	[0.02241 , 0.02273]	[0.01195 , 0.0273]	[0 , 0.0273]	0.0225
9	[0.06983 , 0.07243]	[0.03188 , 0.13377]	[0 , 0.13377]	0.07
10	[0.09166 , 0.09531]	[0 , 0.12534]	[0 , 0.12534]	0.092
11	[0.02914 , 0.03013]	[0.02059 , 0.0322]	[0 , 0.0322]	0.03
12	[0.09992 , 0.10231]	[0.09722 , 0.10389]	[0.08116 , 0.13034]	0.1
13	[0.0091 , 0.02063]	[0 , 0.06059]	[0 , 0.13925]	0.0195
14	[0.01604 , 0.017675]	[0.01241 , 0.0263]	[0 , 0.0263]	0.0165
15	[0.04746 , 0.04806]	[0.04467 , 0.07161]	[0.04467 , 0.11477]	0.048
16	[0.01569 , 0.01672]	[0 , 0.02438]	[0 , 0.02438]	0.0165
17	[0.07174 , 0.07377]	[0.07002 , ∞]	[0.07002 , ∞]	0.072
18	[0.08748 , 0.08807]	[0.08404 , 0.09216]	[0.08404 , 0.11267]	0.088
19	[0.01569 , 0.02288]	[0.01043 , 0.03177]	[0.01043 , 0.07249]	0.0225

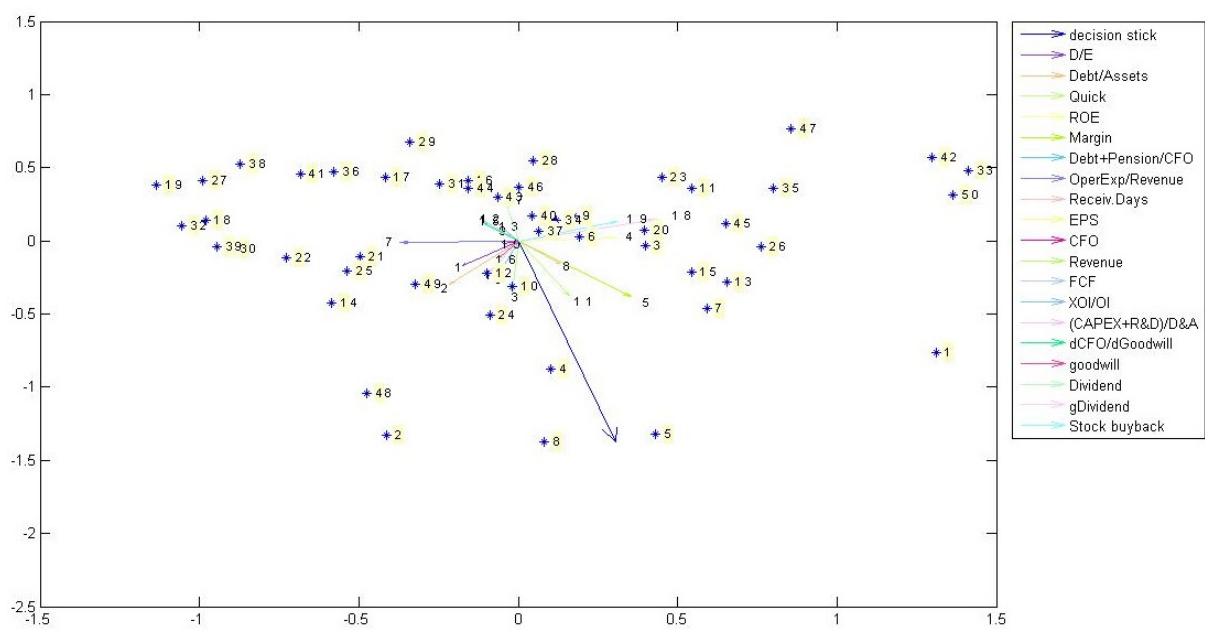
Tabuľka 18: Intervaly stability

akcia	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	3	3	3	3	3	3	4	6	3
2	2	2	2	2	2	2	2	2	1
3	4	5	5	5	5	5	7	8	5
4	1	1	1	1	1	1	1	1	2
5	5	4	13	18	4	4	19	27	4
6	8	10	9	11	10	13	14	16	15
7	6	6	4	4	6	6	5	5	7
8	9	7	20	29	7	7	30	33	8
9	14	14	14	15	15	16	16	17	18
10	7	8	7	8	8	8	9	10	9
11	10	9	6	6	9	9	8	7	6
12	11	11	12	12	11	12	13	15	13
13	16	15	19	24	16	19	27	31	20
14	23	18	36	40	22	22	39	39	29
15	13	12	10	10	12	10	10	9	11
16	27	38	33	30	36	37	31	32	41
17	22	23	29	31	25	33	35	35	36
18	28	26	42	42	27	34	44	44	38
19	24	25	40	41	24	23	41	41	28
20	20	20	17	17	21	21	18	18	21
21	15	13	26	32	13	14	34	36	17
22	17	16	32	36	17	20	36	37	19
23	39	39	27	26	40	39	25	24	37
24	49	46	49	49	47	46	50	50	47
25	46	48	48	48	48	49	47	47	50

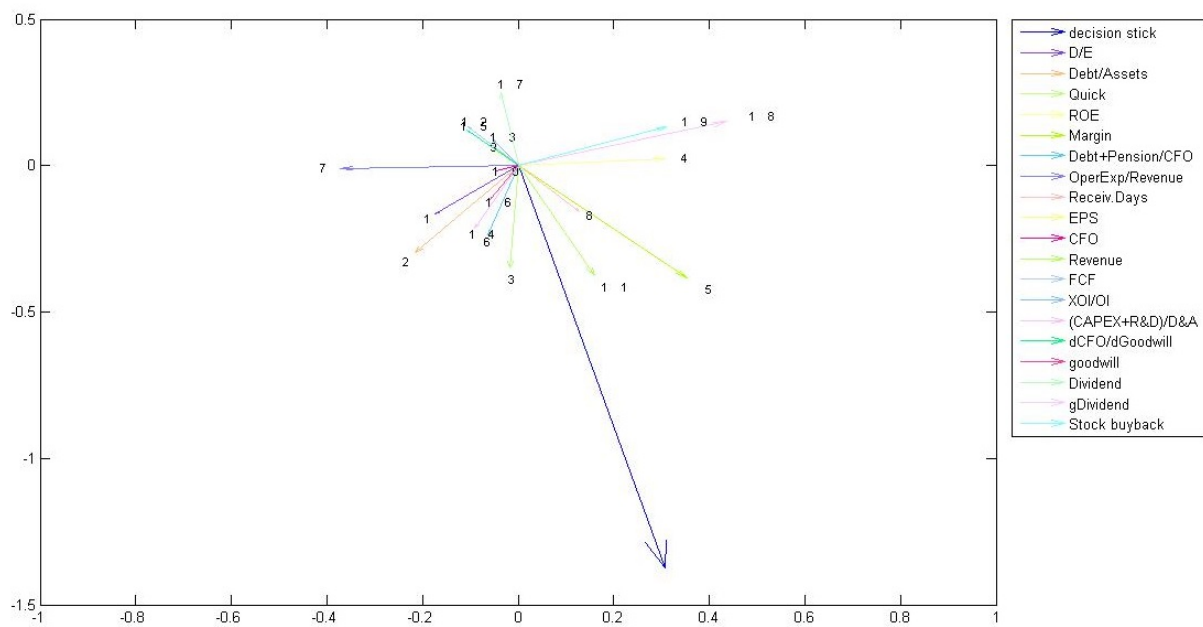
Tabuľka 19: Porovnanie poradia akcií pri zmene preferenčných funkcií (1)

akcia	1	2	3	4	5	6	7	8	9
26	19	21	15	13	18	18	11	12	16
27	32	34	30	27	35	24	23	21	23
28	45	45	34	34	46	47	33	29	44
29	29	42	31	23	34	25	21	20	22
30	25	22	39	39	23	26	40	40	32
31	12	17	8	7	14	11	6	4	10
32	37	30	44	45	38	40	45	45	43
33	34	28	38	37	30	31	38	38	31
34	26	27	21	20	26	29	22	22	30
35	36	31	22	21	29	28	20	19	25
36	41	37	47	47	39	43	48	48	45
37	35	32	28	28	33	36	28	28	33
38	48	49	46	46	49	48	46	46	48
39	40	33	43	43	37	38	42	42	39
40	30	35	25	25	32	35	26	25	34
41	43	47	37	35	45	42	29	26	35
42	33	29	16	14	28	27	12	11	27
43	21	24	18	16	20	17	15	13	14
44	44	44	35	33	44	45	32	30	46
45	38	43	23	19	41	32	17	14	24
46	31	36	24	22	31	30	24	23	26
47	50	50	41	38	50	50	37	34	49
48	18	19	11	9	19	15	3	3	12
49	42	40	45	44	42	44	43	43	42
50	47	41	50	50	43	41	49	49	40

Tabuľka 20: Porovnanie poradia akcií pri zmene preferenčných funkcií (2)



Obr. 11: GAIA rovina - rovnomerné váhy



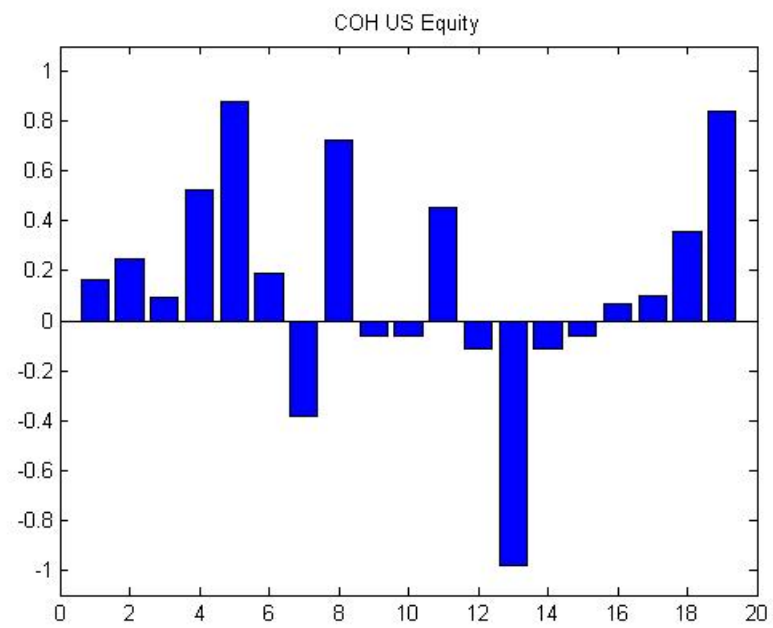
Obr. 12: GAIA rovina - skupiny kritérií

akcia		1.sk.	1.sk.	2.sk.	2.sk.	3.sk.	3.sk.	4.sk.	4.sk.	5.sk.	5.sk.	6.sk.	6.sk.
		+	-	+	-	+	-	+	-	+	-	+	-
1	3	4	3	1	4	3	2	4	1	3	1	3	1
2	2	1	1	2	2	1	4	3	3	2	3	2	3
3	4	3	5	5	3	5	3	1	7	5	4	6	4
4	1	2	2	3	1	2	1	2	2	1	2	1	2
5	5	5	4	4	7	4	5	12	4	4	5	4	5
6	8	9	10	14	5	9	9	5	10	11	7	8	8
7	6	6	6	6	8	6	7	7	6	9	6	9	6
8	9	7	7	7	13	7	10	23	5	10	9	7	10
9	14	17	17	19	10	16	12	11	15	17	13	11	14
10	7	8	8	11	6	8	8	8	8	7	8	5	9
11	10	15	9	8	9	14	6	10	9	8	10	10	7
12	11	10	11	12	11	10	13	13	12	12	14	12	13
13	16	22	22	16	19	17	20	20	16	34	12	13	19
14	23	19	18	28	23	19	38	29	22	25	23	17	32
15	13	16	14	9	17	11	14	17	13	18	11	16	11
16	27	30	30	35	22	27	33	15	37	39	20	26	28
17	22	28	29	45	14	20	31	18	28	24	24	22	22
18	28	21	21	37	21	23	36	16	36	23	32	27	27
19	24	18	19	40	16	24	28	9	41	20	28	28	23
20	20	26	26	20	25	22	23	27	20	30	17	19	21
21	15	13	15	18	15	13	18	19	14	15	18	14	15
22	17	14	16	21	18	15	24	22	17	16	19	18	18
23	39	45	45	38	35	38	35	41	34	41	35	34	39
24	49	43	46	33	50	39	50	50	43	49	47	49	49
25	46	39	43	48	43	36	49	46	45	48	45	43	48

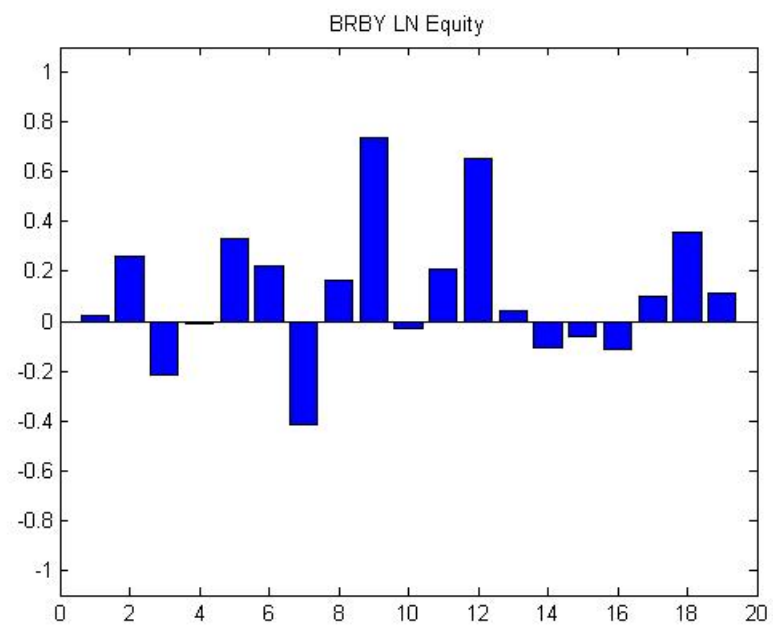
Tabuľka 21: Porovnanie poradia akcií pri zmenách podľa GAIA roviny (1)

akcia		1.sk.	1.sk.	2.sk.	2.sk.	3.sk.	3.sk.	4.sk.	4.sk.	5.sk.	5.sk.	6.sk.	6.sk.
		+	-	+	-	+	-	+	-	+	-	+	-
26	19	25	23	13	33	31	17	26	19	26	16	21	17
27	32	23	24	36	29	35	29	14	44	22	37	33	33
28	45	46	48	39	47	48	32	45	47	33	48	46	45
29	29	31	31	41	20	37	21	21	31	13	39	31	24
30	25	20	20	29	24	21	37	24	26	21	29	23	26
31	12	12	13	15	12	18	11	6	18	14	15	15	12
32	37	27	27	44	32	26	46	32	38	27	40	38	38
33	34	48	41	17	45	47	15	30	32	46	21	37	31
34	26	32	32	25	28	28	27	31	23	32	22	25	25
35	36	42	42	24	41	44	25	39	30	40	31	39	35
36	41	35	38	34	42	43	39	40	42	29	44	45	41
37	35	38	37	42	27	30	41	37	29	36	30	29	36
38	48	40	44	49	46	45	47	34	49	42	49	48	47
39	40	29	28	43	34	29	45	38	35	28	41	35	40
40	30	34	34	31	30	25	40	33	24	38	26	30	34
41	43	36	36	47	37	41	42	25	48	35	43	44	43
42	33	47	39	23	38	46	16	36	27	37	27	36	29
43	21	24	25	22	26	32	19	28	21	19	25	24	20
44	44	44	47	46	39	42	43	43	46	45	42	41	44
45	38	41	40	26	40	40	30	42	33	43	34	40	37
46	31	37	35	30	31	33	34	35	25	31	33	32	30
47	50	50	50	50	48	49	44	48	50	50	50	50	50
48	18	11	12	10	36	12	26	47	11	6	36	20	16
49	42	33	33	32	44	34	48	44	40	44	38	42	42
50	47	49	49	27	49	50	22	49	39	47	46	47	46

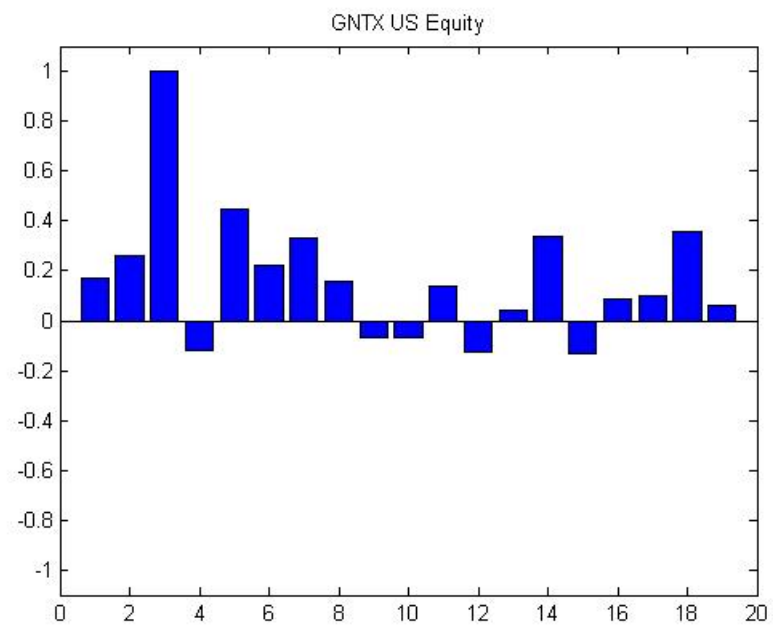
Tabuľka 22: Porovnanie poradia akcií pri zmenách podľa GAIA roviny (2)



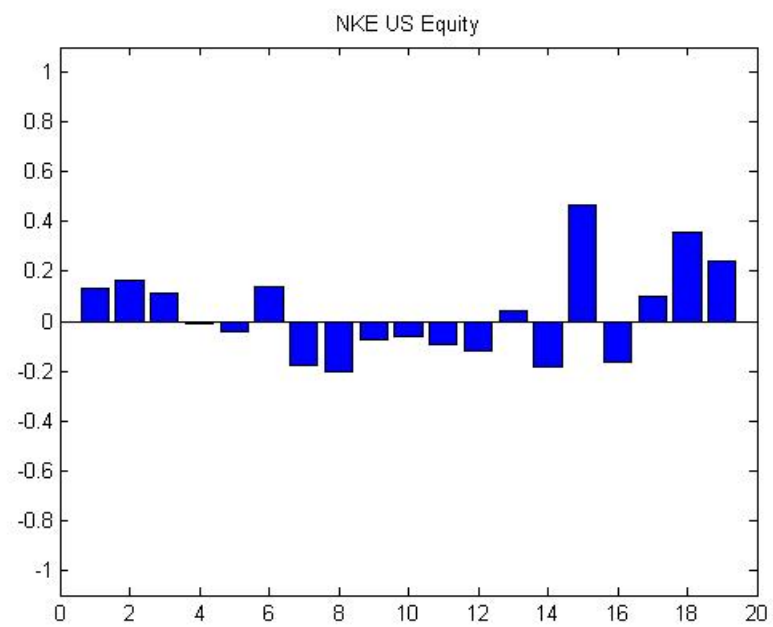
Obr. 13: Profil 1. akcie



Obr. 14: Profil 3. akcie



Obr. 15: Profil 4. akcie



Obr. 16: Profil 7. akcie