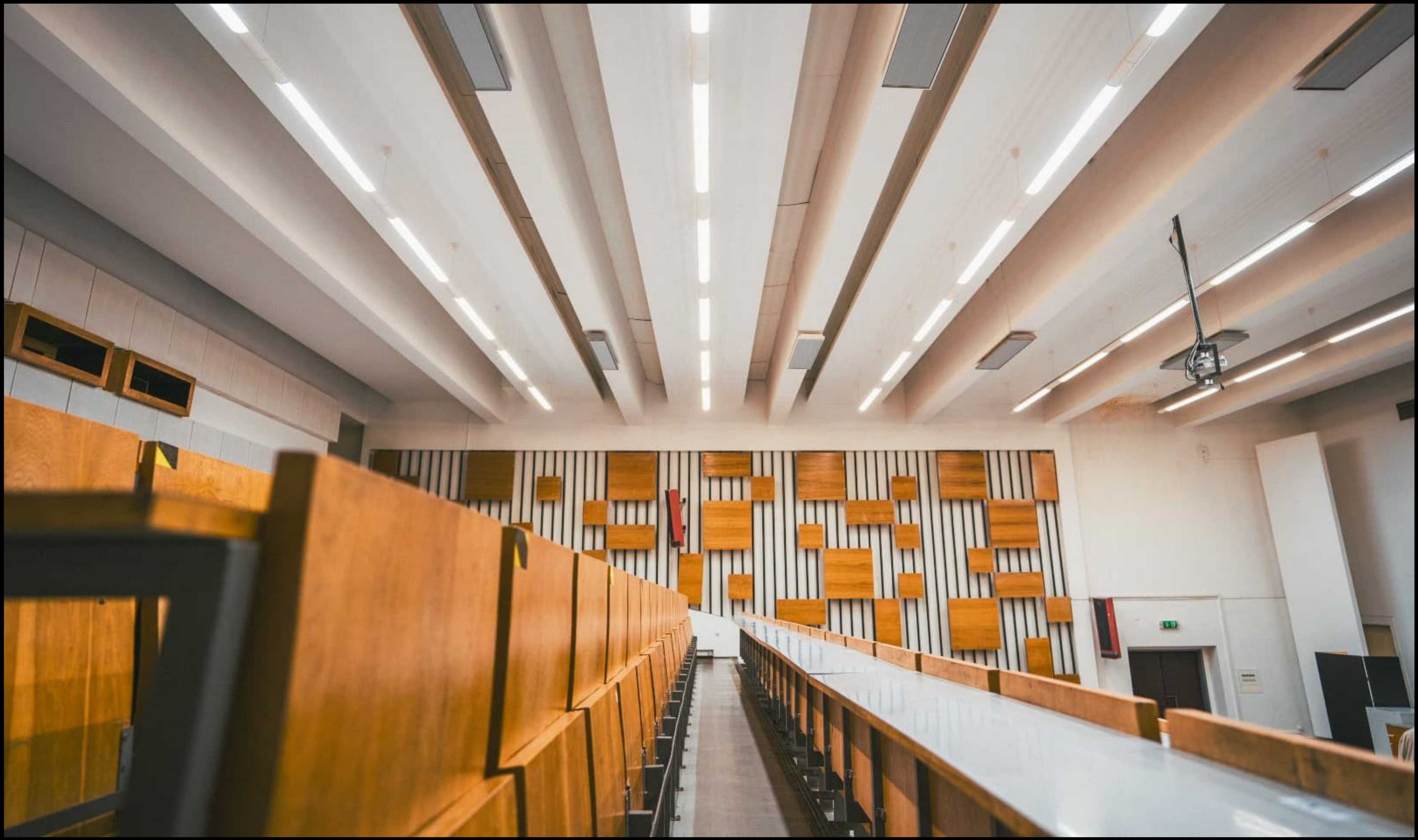


Value at risk

Motivácia

- Ako kvantifikovať riziko?
- Nakúpil som 1000 dolárov. Riziku akej straty som vystavený?
- Teoreticky v najhoršom prípade môžem prísť o všetko (pri úplnom kolapse dolára). Takáto informácia však nie je príliš užitočná...
- Upresnenie: Akú stratu by som nemal prekročiť s pravdepodobnosťou 95 %?

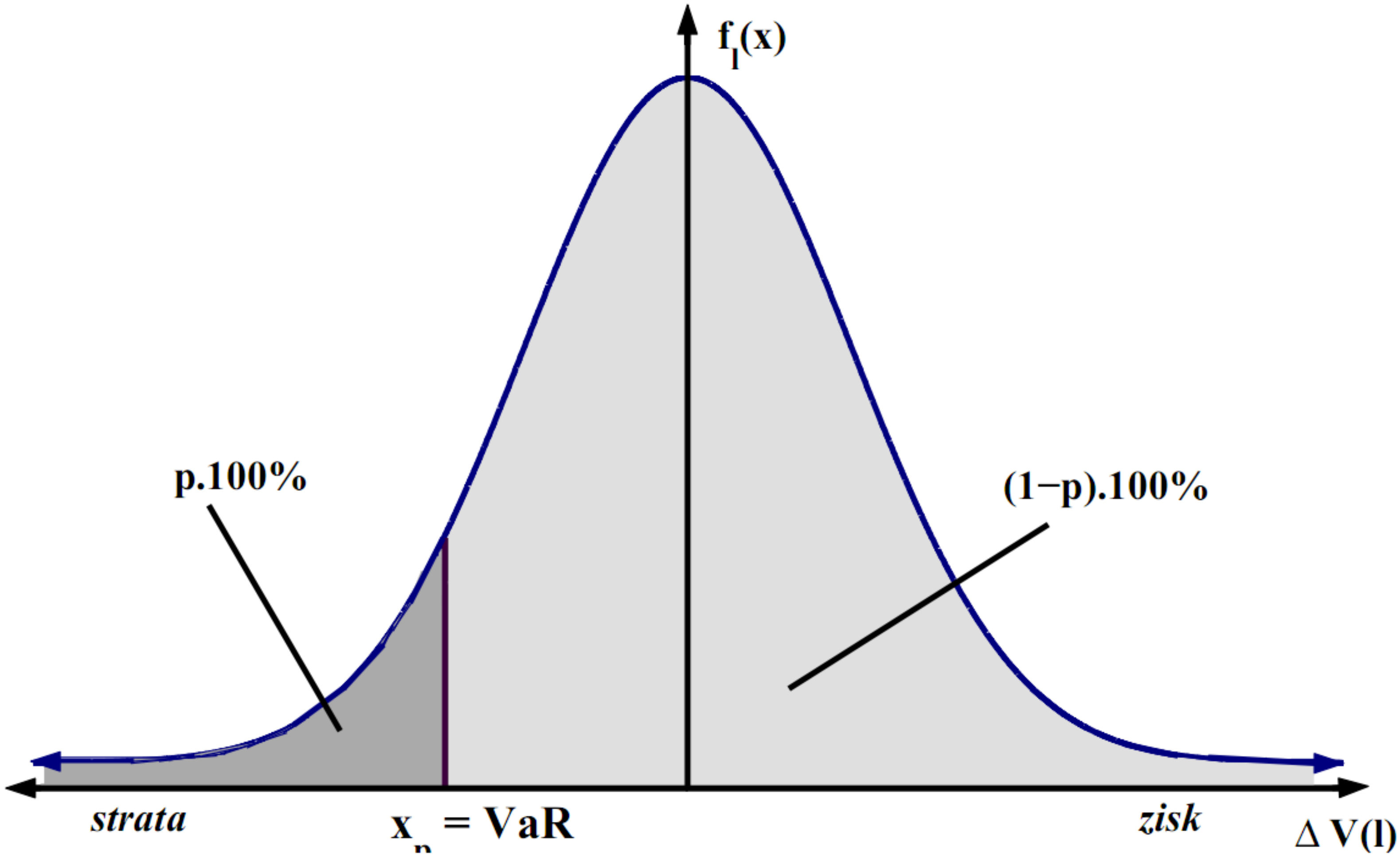
Motivácia

- Value at Risk (VaR, hodnota v riziku):
  - Najvyššia strata, ktorá by nemala byť prekročená počas stanoveného časového obdobia s danou mierou pravdepodobnosti
  - Kvantil rozdelenia zmien hodnoty finančného nástroja
  - Vhodné najmä pre trhové riziká

- Interpretácia: Ak zajtrajší deň nie je „zlým dňom" pre finančné trhy, akú maximálnu stratu stratu na mojom portfóliu mám očakávať?

- Hlavný problém pri výpočte VaR: rozdelenie nepoznáme

Grafické znázornenie



Metódy výpočtu VaR

- Ide vlastne o metódu odhadu rozdelenia výnosov

- Rôzne spôsoby výpočtu:
  - Historická simulácia
  - Parametrická metóda
    - Napr. variančno-kovariančná metóda (predpoklad normálneho rozdelenia)
    - Monte Carlo simulácie

Historická simulácia

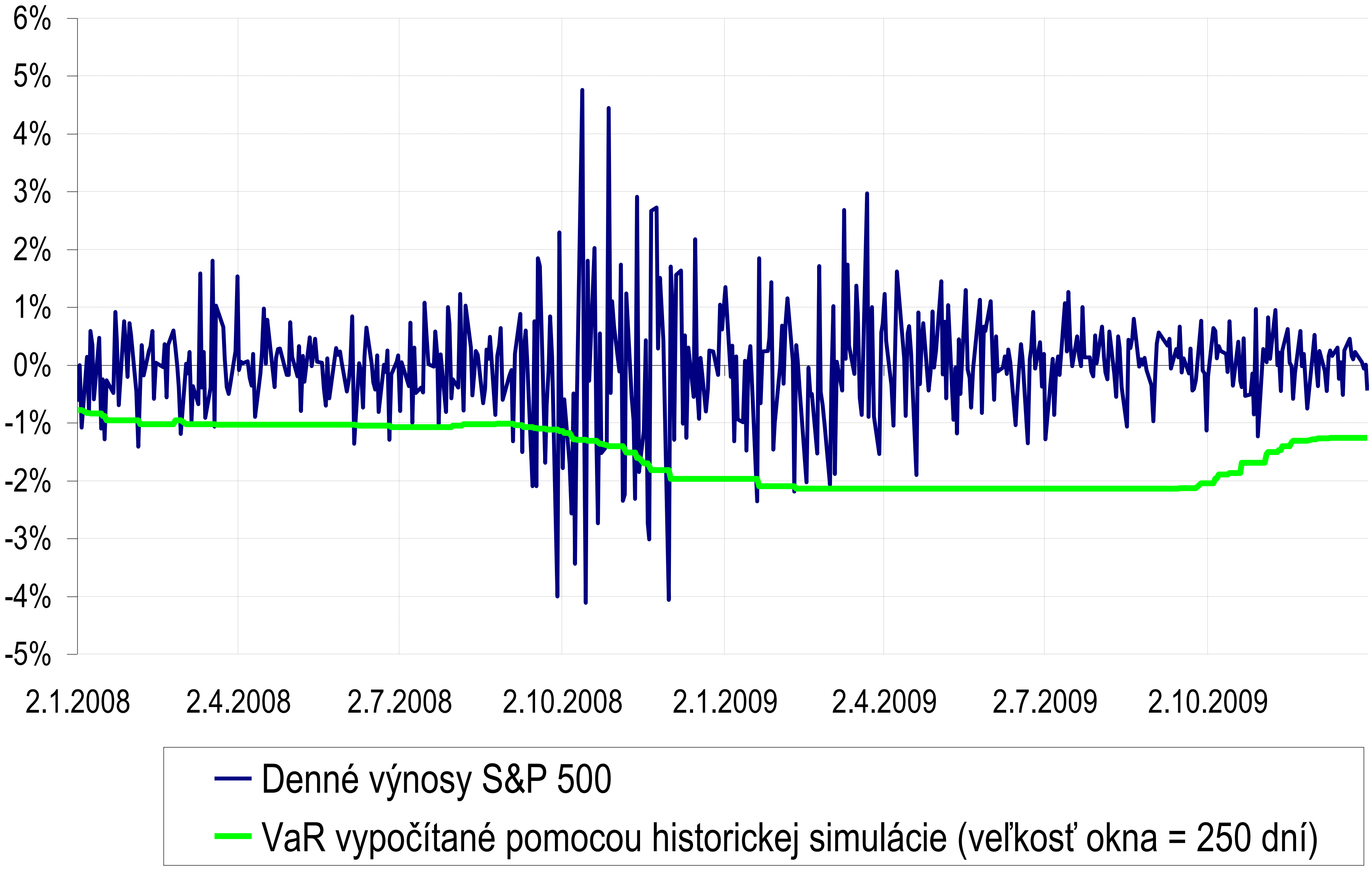
- Predpoklad: Rozdelenie výnosov je rovnaké ako v predchádzajúcom období.

- Výpočet pre 1 aktívum:
  - Relatívne zmeny trhového faktora z predchádzajúceho obdobia sa aplikujú na aktuálnu pozíciu => rozdelenie denných ziskov a strát
  - Určí sa 99 %-ný kvantil

- Výhoda: priamočiare rozšírenie na viac pozícií, bez predpokladov na triedu štatistického rozdelenia rizikových faktorov
- Nevýhoda: pomalá reakcia v prípade trhových turbulencií
- Problém dĺžky obdobia: nesmie byť príliš krátke ani príliš dlhé

- **POZOR!** Kvantil treba počítať z relatívnych cien, nie absolútnych

Historická simulácia



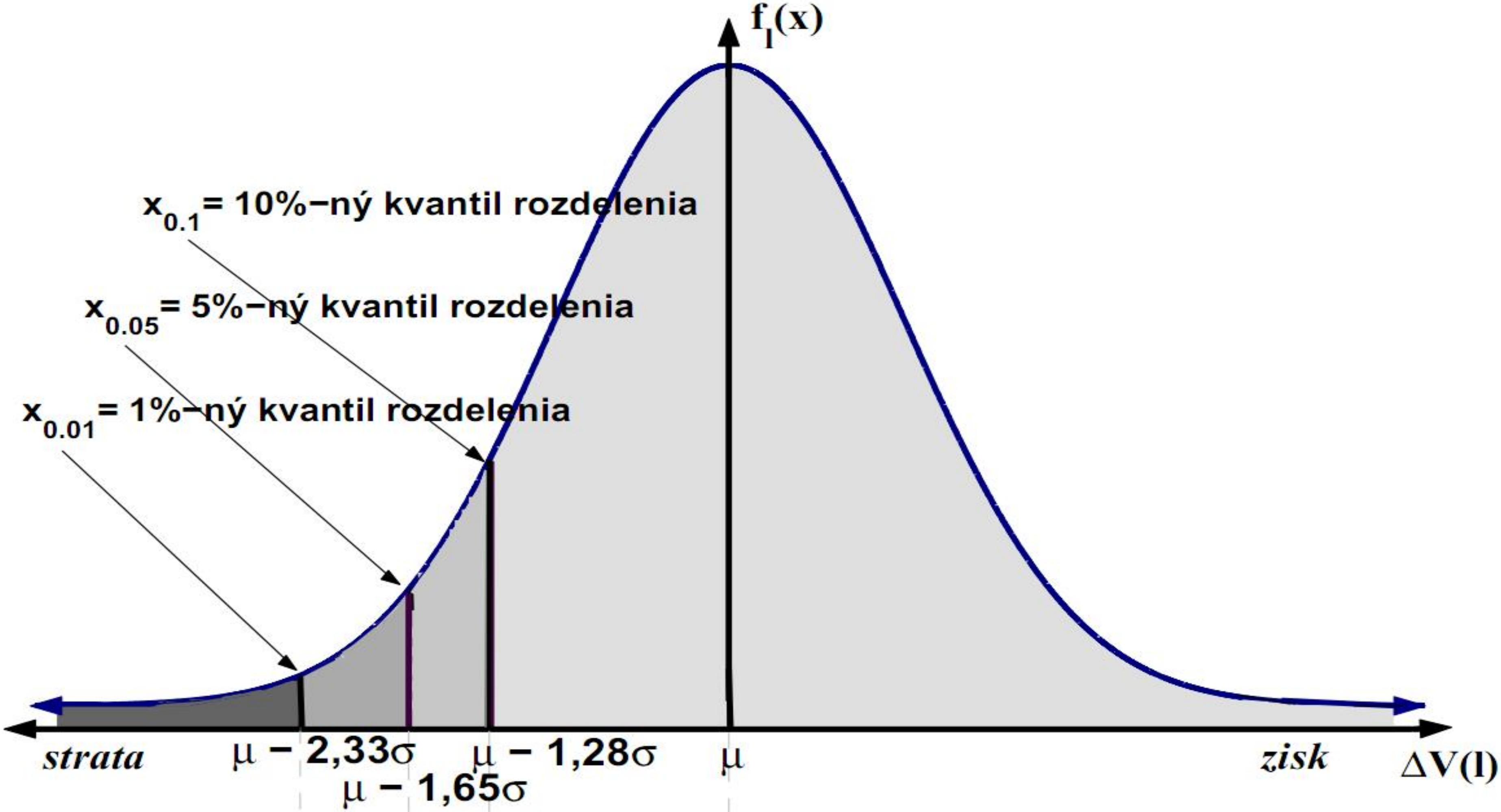
Parametrická metóda

- Parametrická metóda založená na normálnom rozdelení
  - Parametre (výnos a variancia) odhadnuté z dlhodobého vývoja

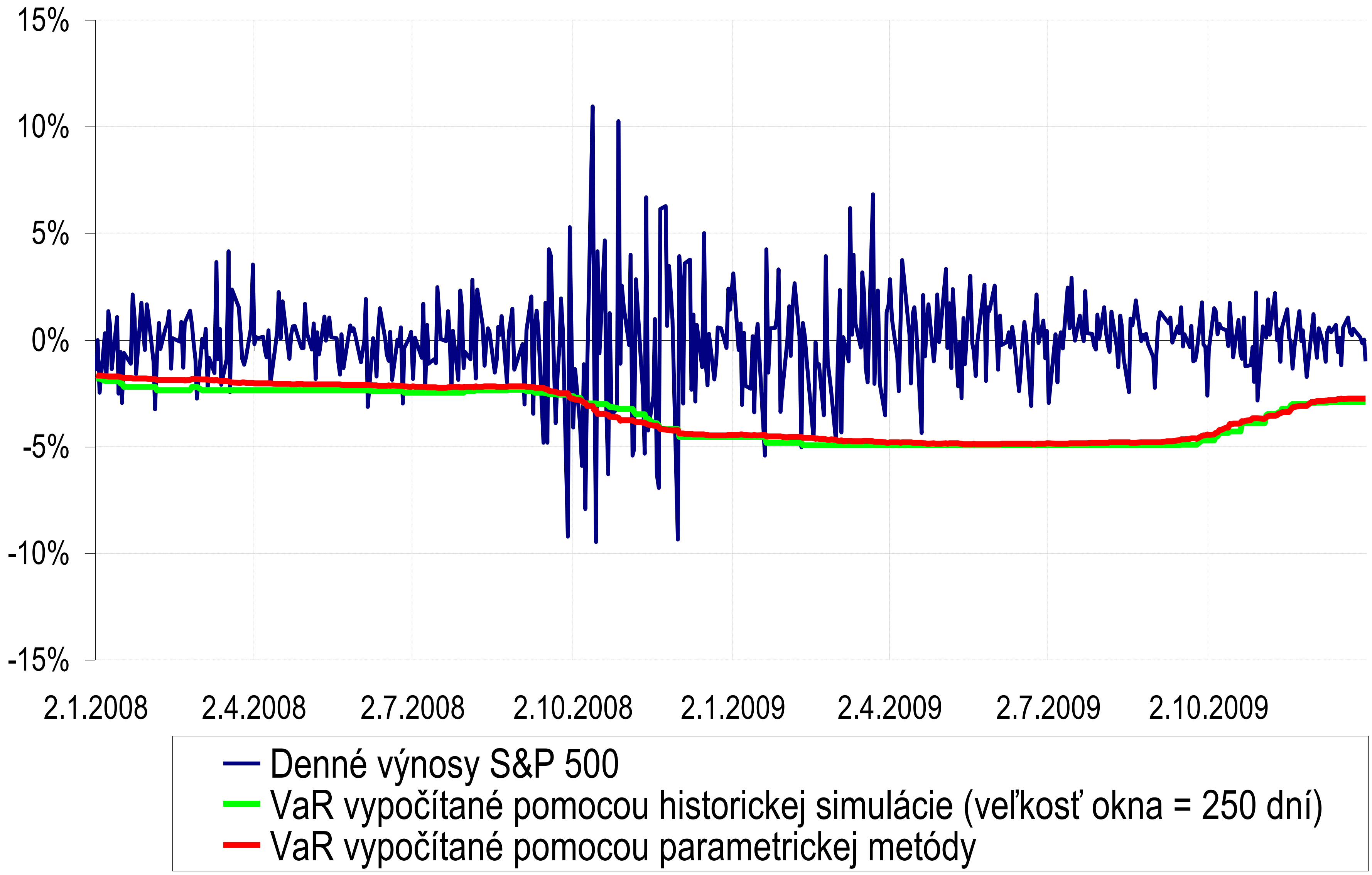
- Výhody: jednoduchosť

- Nevýhody:
  - Predpoklad normálneho rozdelenia je nerealistický!
  - Pomalá reakcia v prípade turbulencií
  - Výpočet priemernej hodnoty výnosu nie je robustný na voľbu časového okna

Parametrická metóda



Parametrická metóda



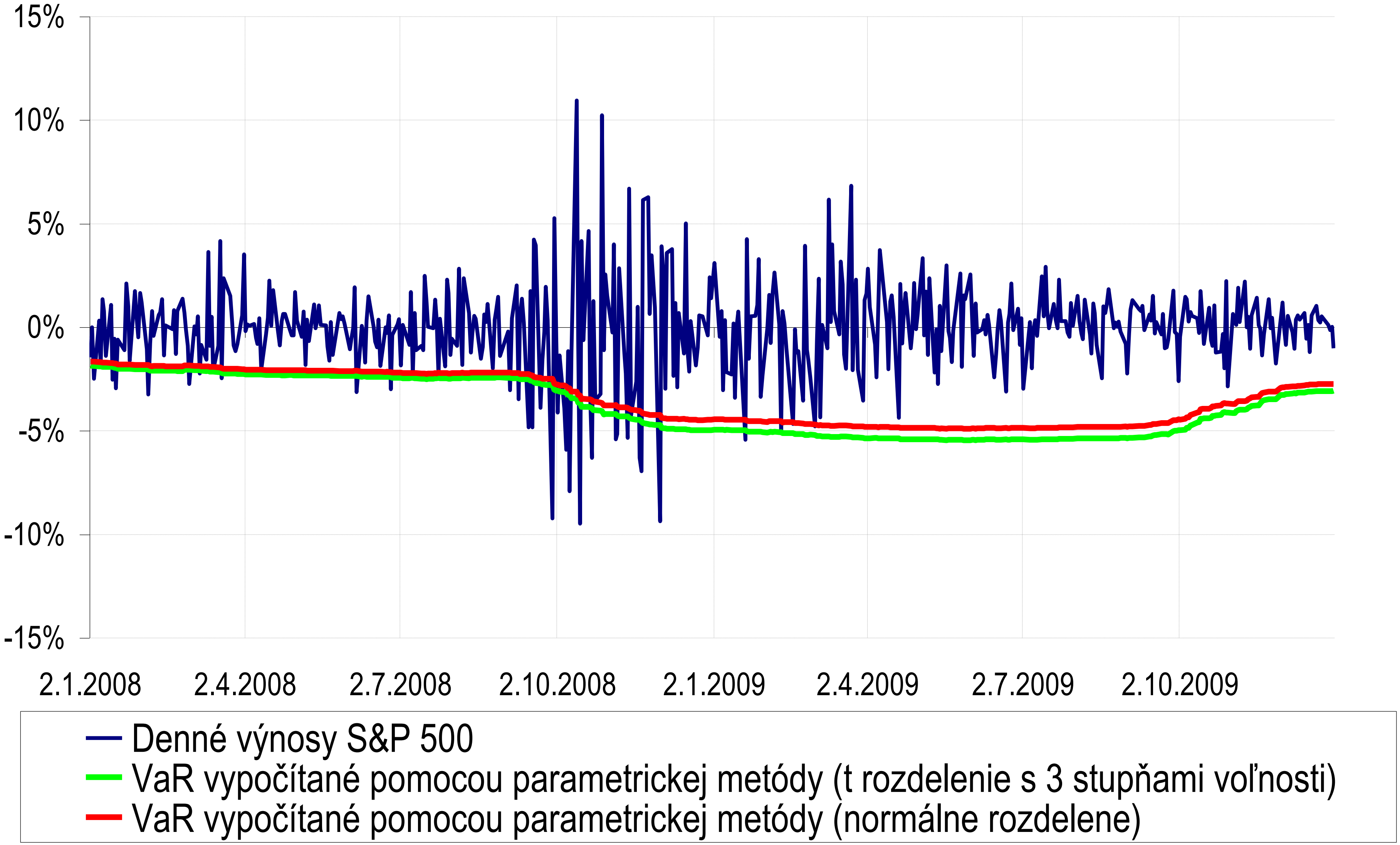
Parametrická metóda

- Použitie Studentovho t-rozdelenia
- Výpočet:

$$VaR = \mu - \sigma \sqrt{\frac{\nu - 2}{\nu}} \, \mathrm{tinv}_{\nu}(\alpha)$$

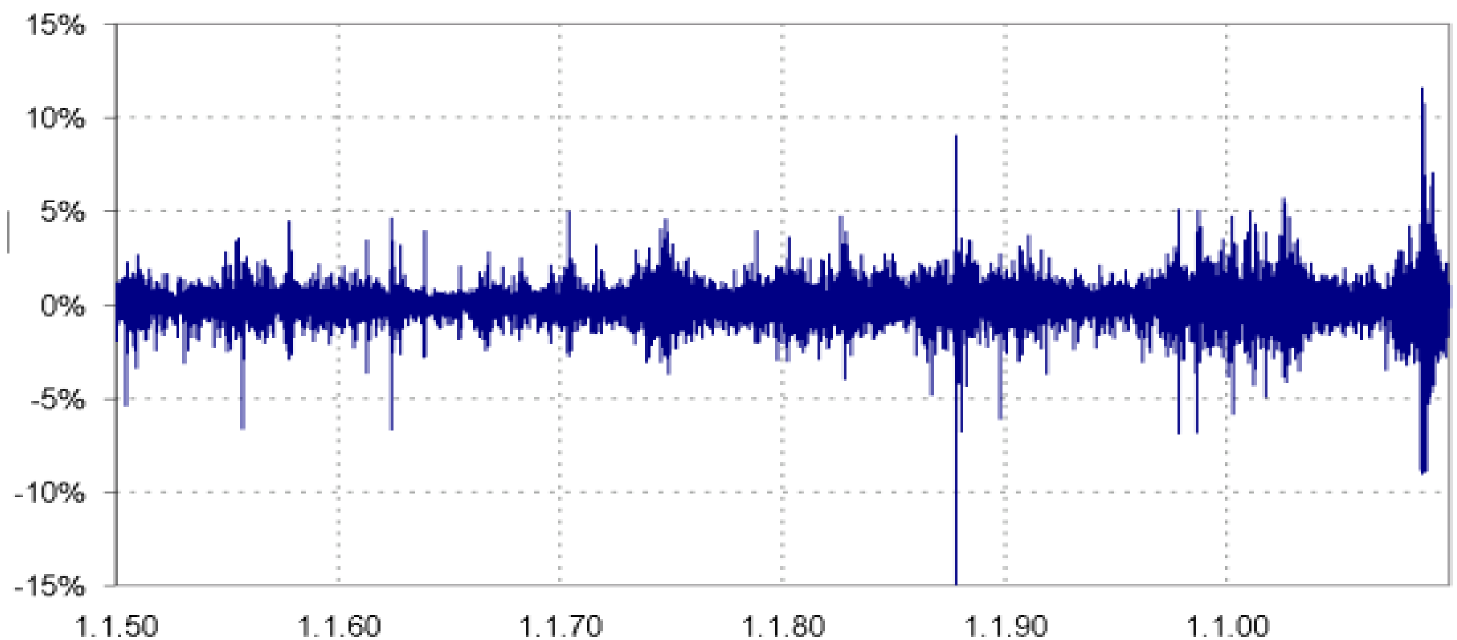
- Pri t-rozdelení s 3 stupňami voľnosti: zvýšenie VaR oproti predpokladu normálneho rozdelenia cca o 11 %

Parametrická metóda



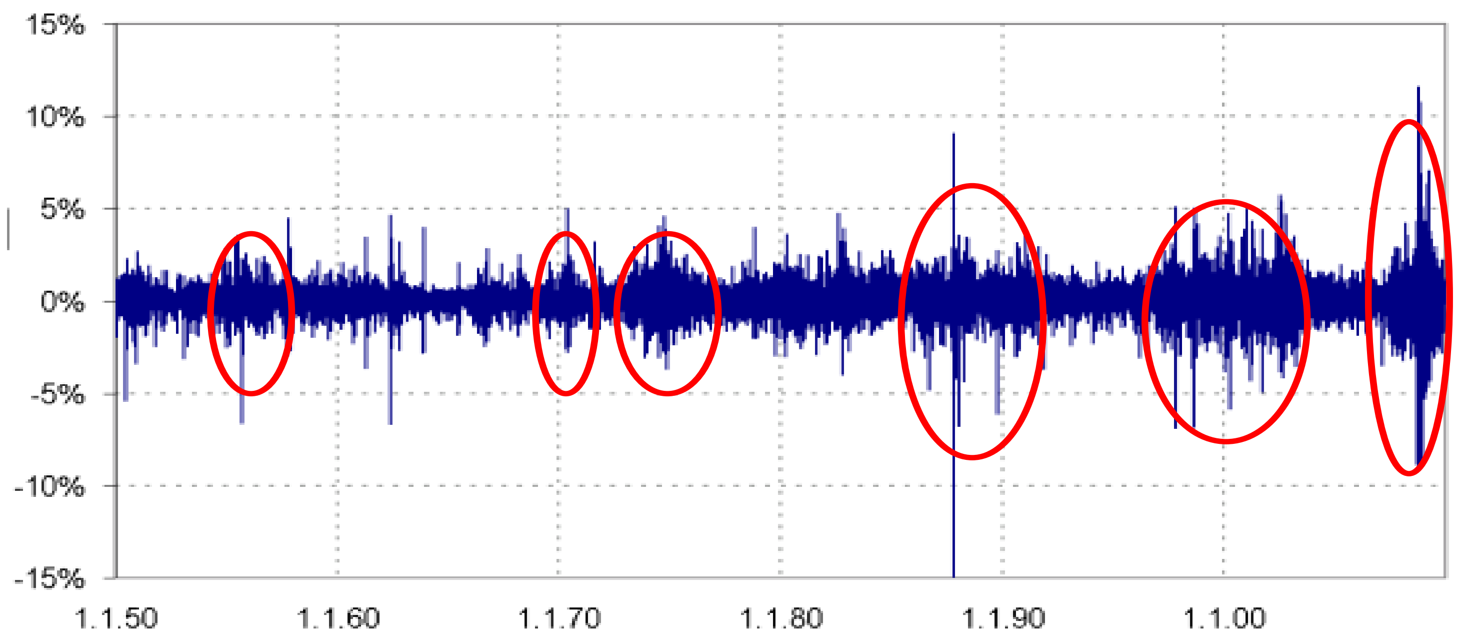
EWMA a GARCH modely

- Normálne rozdelenie s konštantnou volatilitou nezodpovedá empirickému charakteru trhových dát
- Časový rad výnosov S&P 500 (1950 – 2009) – r_t
  - autokorelácia r_t nie je významná (r_t modelované pomocou ARMA(1,1) má R^2=0,1%)
  - závislosť r_t^2 je významná (r_t^2 modelované pomocou ARMA(1,1) má R^2=10,1%)



EWMA a GARCH modely

- Normálne rozdelenie s konštantnou volatilitou nezodpovedá empirickému charakteru trhových dát
- Časový rad výnosov S&P 500 (1950 – 2009) – r_t
  - autokorelácia r_t nie je významná (r_t modelované pomocou ARMA(1,1) má R^2=0,1%)
  - závislosť r_t^2 je významná (r_t^2 modelované pomocou ARMA(1,1) má R^2=10,1%)
- V dátach je prítomný VOLATILITY CLUSTERING!



EWMA a GARCH modely

Modelovanie časovo premenlivej volatility:

- Historická volatilita (vykazuje len nízku mieru premenlivosti):

$$\sigma_t^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=t-n+1}^{t} (r_i - \mu)^2$$

- EWMA (Exponentially weighted moving average) – Riskmetrics

$$\sigma_t^2 = \lambda \sigma_{t-1}^2 + (1-\lambda)(r_{t-1} - \mu)^2$$

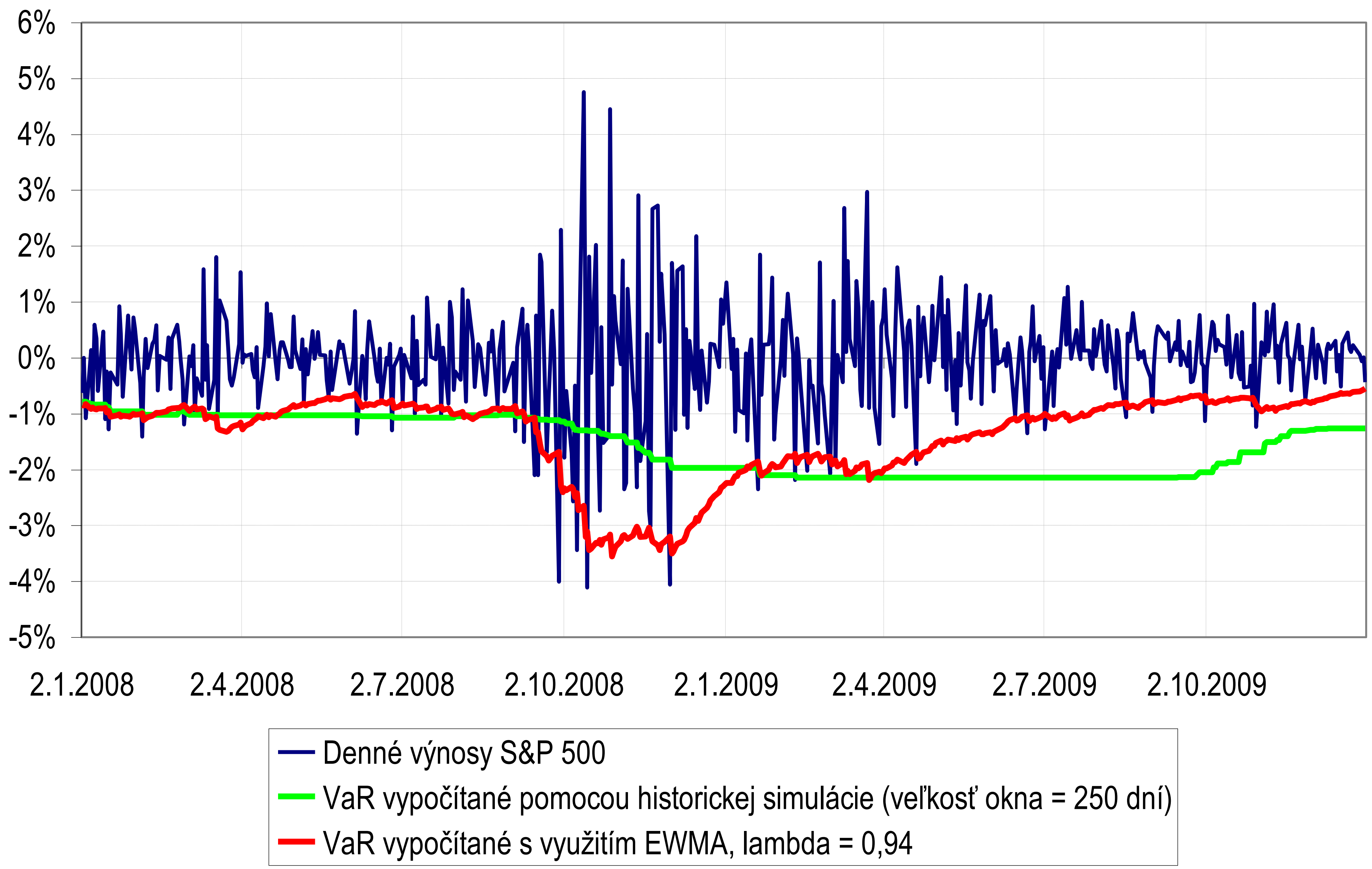
kde μ je nepodmienená stredná hodnota a λ je ľubovoľná konštanta z (0,1).

$$\sigma_t^2 = (1-\lambda) \sum_{i=-\infty}^{t} \lambda^{t-i} (r_i - \mu)^2 = (1-\lambda)(r_t - \mu)^2 + (1-\lambda) \sum_{i=-\infty}^{t-1} \lambda^{t-i} (r_i - \mu)^2 =$$

$$= (1-\lambda)(r_t - \mu)^2 + \lambda \left[(1-\lambda) \sum_{i=-\infty}^{t-1} \lambda^{t-i-1} (r_i - \mu)^2 \right] = (1-\lambda)(r_t - \mu)^2 + \lambda \sigma_{t-1}^2,$$

- Ďalšie zlepšenie: pridáme konštantu *c* do rovnice pre volatilitu a využijeme metódu maximálnej vierohodnosti na odhad *c* a λ

EWMA a GARCH modely



EWMA a GARCH modely

Jednorozmerné GARCH modely

- GARCH(1,1) model (generalized autoregressive conditional heteroskedasticity):

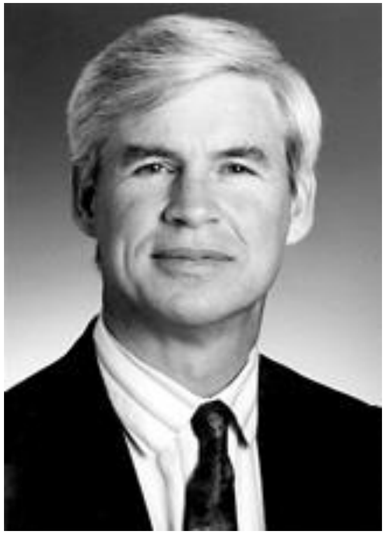
$$r_t = c_1 + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim N(0, \sigma_t^2)$$

$$\sigma_t^2 = \omega + \beta \sigma_{t-1}^2 + \alpha \varepsilon_{t-1}^2$$

Obmedzenia:

- odhad volality musí byť nezáporný
  - postačujúca podmienka: parametre v rovnici pre volatilitu sú nezáporné
- nepodmienená volatilita $\sigma^2 = \dfrac{\omega}{1-\alpha-\beta} < \infty$

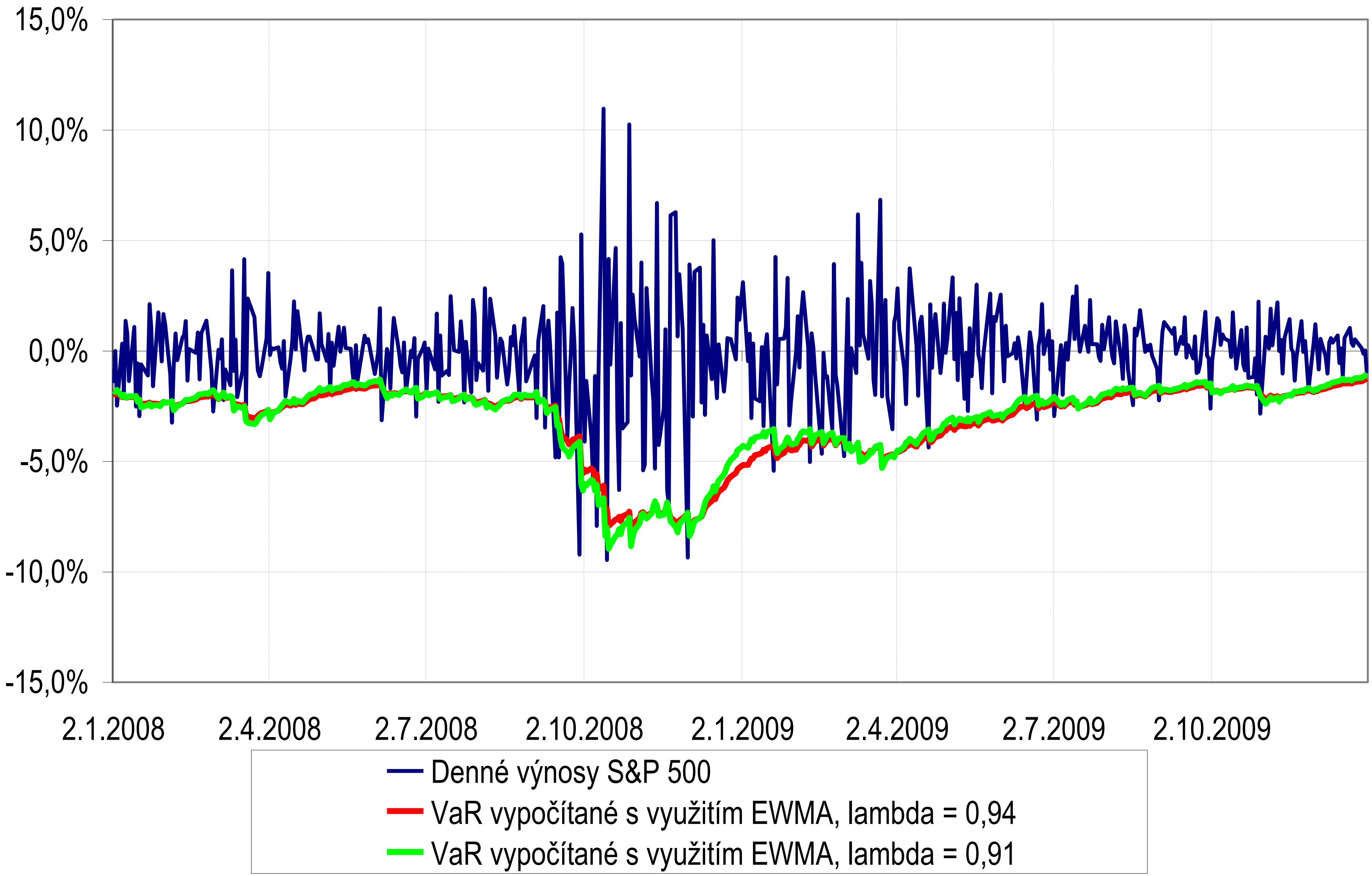
GARCH(q,p) model: $\sigma_t^2 = \omega + \sum_{j=1}^{q} \beta_j \sigma_{t-j}^2 + \sum_{i=1}^{p} \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2$



Robert F. Engle

(„Nobelová cena za ekonómiu“ v r. 2003)

EWMA a GARCH modely



Implikovaná volatilita

- alternatívny model časovo premenlivej volatility
- na rozdiel od EWMA nezaložené na historických dátach
- inverzné použitie oceňovacieho modelu derivátov
- výhoda: lepší, trhovo podložený odhad budúceho rizika
- nevýhody:
  - závislosť na cene podkladového aktíva aj na čase do maturity
  - negatívny vplyv nízkej likvidity na derivátovom trhu
  - nedostatok dát najmä pre implikované korelácie