

Kreditné riziko

1. časť

Kreditné riziko vs trhové riziko

- Stratové udalosti menej časté, ale škodlivejšie
- Problémy s koncentráciou strát
- Ešte ťažšie pozorovateľné je rozdelenie strát

- Potreba ďalších informácií (štrukturálne modely, kľúčové parametre)

Kreditné riziko vs trhové riziko



10 x 100 000 EUR

Ročný výnos: $10 \times 0.5\% \times 100\ 000 = 5000$ EUR

10-ročný horizont: 50 000 EUR

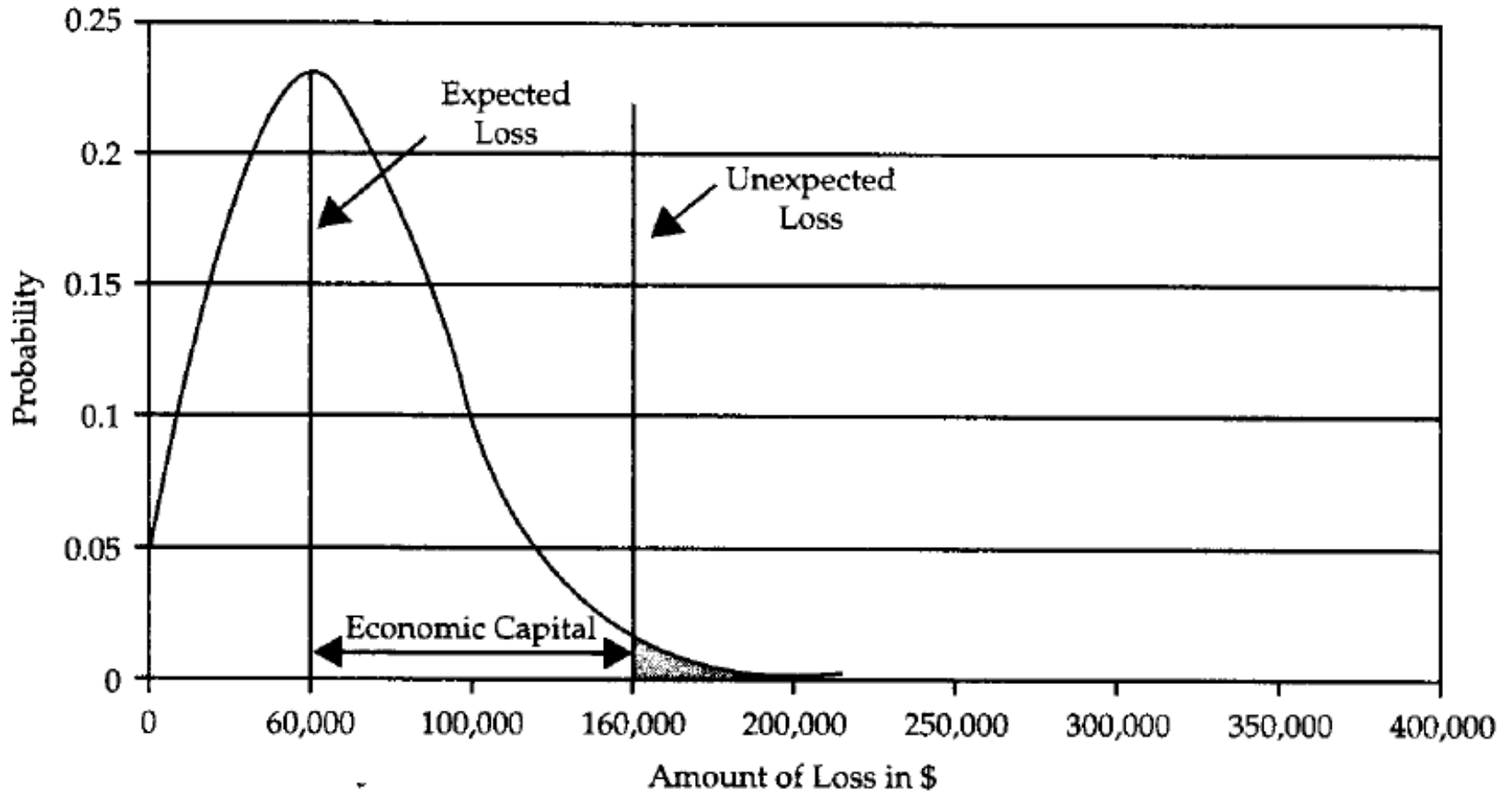
Zlyhanie: - 20 % x 100 000 = 20 000 EUR okamžitá strata

Najdôležitejšie pojmy

- Credit event
 - Default (zlyhanie) – ak klient neplatí viac ako 3 mesiace
 - Zmena kreditného ratingu
- Očakávaná strata (Expected loss ,EL):
$$EL = PD \times LGD \times EAD$$
 - PD = pravdepodobnosť zlyhania (probability of default)
 - LGD = strata v prípade zlyhania (loss given default)
 - EAD = expozícia v prípade zlyhania (exposure at default)
 - RR = miera výťažnosti (recovery rate, $RR = 1 - LGD$)
- Očakávaná strata je pokrytá výnosom, resp. opravnými položkami

Najdôležitejšie pojmy

- Neočakávaná strata a rozdelenie strát
- Rozdiel medzi neočakávanou a očakávanou stratou je krytý kapitálom



Hlavné výpočty

- Opravné položky (provisions): pokrývajú očakávané straty
- Kapitálové požiadavky: pokrývajú neočakávané straty
- Úroková sadzba zodpovedajúca riziku: úrokové príjmy a poplatky > kreditné straty

Opravné položky

- Opravné položky = časť expozície ktorá možno nebude splatená
- Nový účtovný štandard (od r. 2018) IFRS 9
(*International Financial Reporting Standard*)
- 3 typy expozícií podľa kreditnej kvality:

Typ	Charakteristiky	Výpočet PD a EL
Stage 1	Kreditná kvalita sa nezhoršila	PD nízke, EL na 1 rok
Stage 2	Výrazne zhoršenie kreditnej kvality (napr. nesplácané viac ako 1 mesiac)	PD vyššie, EL počas celej splatnosti
Stage 3	Zlyhané	PD=1, EL počas celej splatnosti

Opravné položky

- Očekávaná strata počas celej životnosti úveru

- $$EL = \sum_{t=1}^{Maturity} \frac{1}{(1+r)^t} PD_t LGD_t EAD_t$$

- Dva typy prístupov k výpočtu PD_t :
 - Markovovské reťazce (prechodové matice)
 - Vintage analýzy

Pravdepodobnosť zlyhania

- Interné vs externé dáta
- Ratingové modely, aplikačné dáta

Aplikačné dáta

- Príjem, výdavky
- Zamestnanie
- Vzdelanie
- Vek
- Rodinný status
- Iné dlhy, aktíva

Transakčné dáta

- História na bežnom účte
- Kreditné a debetné transakcie
- Platobné príkazy
- Zostatok na účte

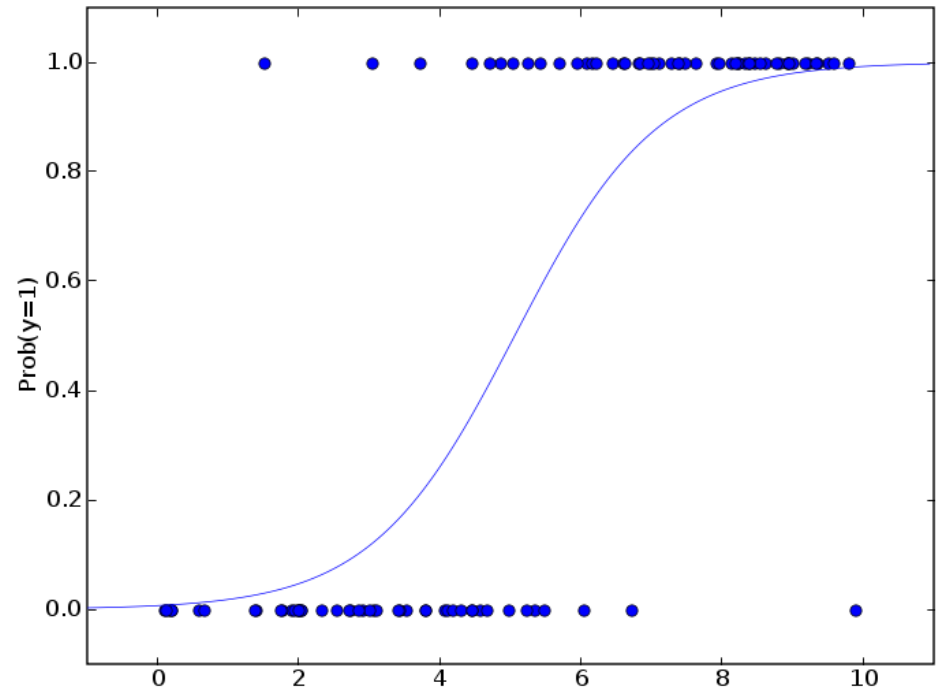
Behaviorálne dáta

- Credit moral status
- Splácanie úveru a iných úverov
- Využívanie kreditných kariet

Odhad PD: Logistická regresia

$$PD = \frac{1}{1 + e^{-\beta_0 - \beta_1 x_1 \dots - \beta_m x_m}}$$

$$\beta_0 + \beta_1 x_1 \dots + \beta_m x_m = \ln\left(\frac{PD}{1 - PD}\right)$$



ROC krivka a Giniho koeficient

For given threshold p in $[0, 1]$, assume that the firm i defaults if $PD_i \geq p$.

Calculate

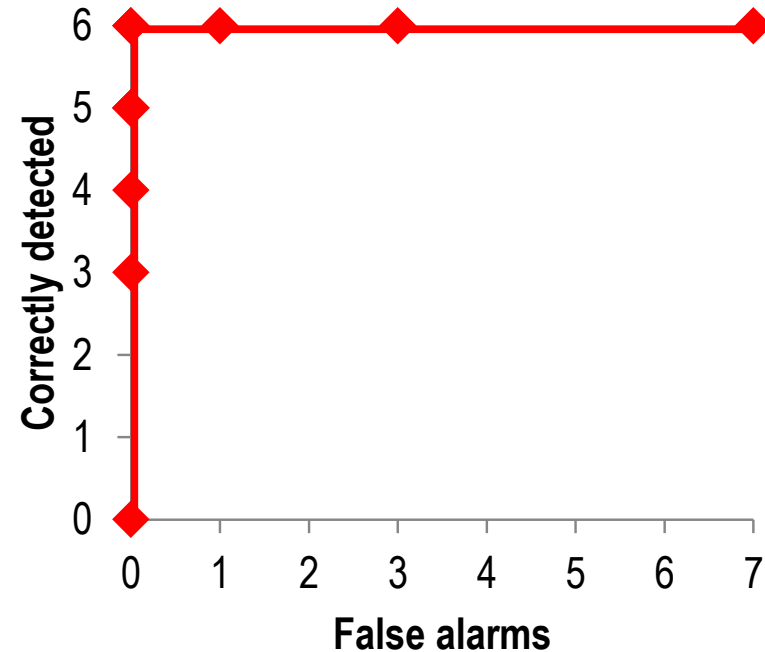
$$ROC(p) = \frac{\% \text{ of correctly detected defaults}}{\% \text{ of false alarms}}$$

$$ROC(p) = \text{senzitivita} / (1 - \text{\u0161pecificita})$$

ROC krivka a Giniho koeficient

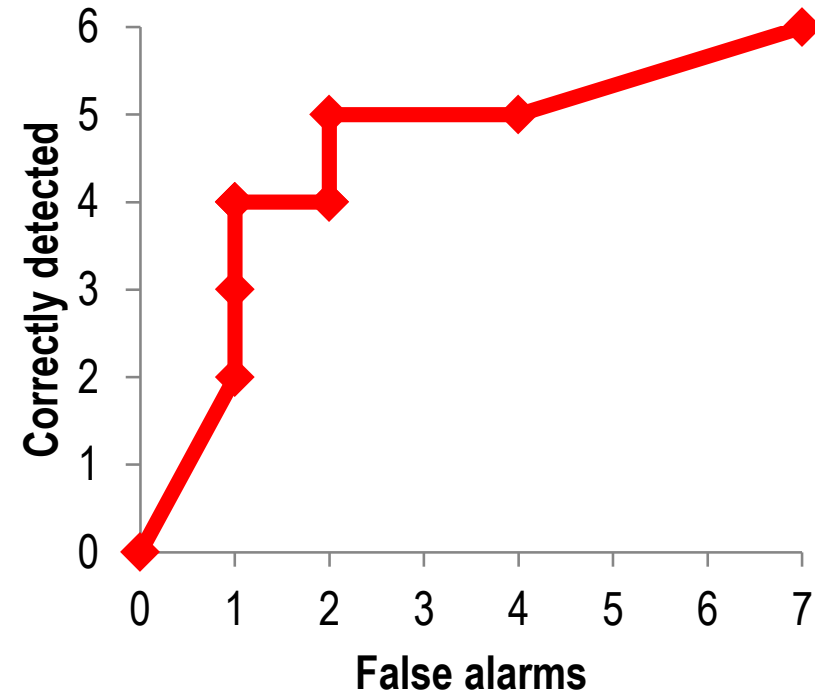
Estimated PD	Actual default
1%	0
3%	0
7%	0
9%	0
11%	0
17%	0
28%	0
43%	1
77%	1
89%	1
91%	1
95%	1
99%	1

threshold	False alarms	Correctly detected
90%	0	3
80%	0	4
70%	0	5
60%	0	5
50%	0	5
40%	0	6
30%	0	6
20%	1	6
10%	3	6
0%	7	6



ROC krivka a Giniho koeficient

Estimated PD	Actual default	threshold	False alarms	Correctly detected
1%	0	90%	1	2
3%	0	80%	1	3
7%	1	70%	1	4
9%	0	60%	1	4
11%	0	50%	1	4
17%	0	40%	2	4
28%	1	30%	2	4
43%	0	20%	2	5
77%	1	10%	4	5
89%	1	0%	7	6
91%	0			
95%	1			
99%	1			



Problémy data miningu

- Chýbajúce data
- Nesprávne data
- Kontrola dát:
 - Početnosť konkrétnych hodnôt
 - Vizualizácie: Histogramy, scatter ploty
 - Rôzne typy obchodných modelov (domácnosti vs firmy)
 - Neaktívne podniky, malé hodnoty, vychýlené indikátory
 - Záporné hodnoty
- Kategorické premenné
- Korelované premenné
- Vybalansované vzorky

Strata v prípade zlyhania

LGD

$$LGD = 1 - \frac{\sum_{t=0}^K \text{(Default)} \frac{CF \text{ from bankruptcy or collateral at time } t}{(1+r)^t}}{\text{Exposure at default}}$$

Expozícia v čase zlyhania

$$EAD = \underbrace{\text{Drawn credit}}_{\text{On balance exposure}} + \underbrace{\text{Credit conversion factor} \times \text{Undrawn credit}}_{\text{Off balance exposure}}$$

Kým nastane zlyhanie:

Úvery môžu byť čiastočne splatené

Kreditné karty / povolené prečerpania môžu byť ďalej čerpané

Regulatórny prístup

- Nariadenie EÚ 575/2013 o prudenciálnych požiadavkách na úverové inštitúcie a investičné spoločnosti, čl. 154

(2) Riziková váha (RW) pre retailové expozície sa vypočíta takto:

a) ak sa na výpočet RW nepoužije postup podľa písmena b) je hodnota RW

$$RW = 12,5 \times 1,06 \times \left(LGD \times N \left(\frac{1}{\sqrt{1-R}} \times G(PD) + \sqrt{\frac{R}{1-R}} \times G(0,999) \right) - PD \times LGD \right), \text{ kde}$$

$N(x)$ označuje kumulatívnu distribučnú funkciu normovanej normálnej náhodnej premennej, čo znamená pravdepodobnosť, že normálna náhodná premenná so strednou hodnotou nula a varianciou jedna je menšia alebo sa rovná x ,

$G(z)$ označuje inverznú kumulatívnu distribučnú funkciu pre normovanú normálnu náhodnú premennú, teda hodnotu x takú, že $N(x) = z$,

Regulatórny prístup

Kvôli prepočtu na rizikovú váhu
(12,5-násobok kapitálu)

$$RW = 12,5 \times 1,06 \times \left(LGD \times N \left(\frac{1}{\sqrt{1-R}} \times G(PD) + \sqrt{\frac{R}{1-R}} \times G(0,999) \right) - PD \times LGD \right)$$

Pre istotu

Celková strata
(VaR)

Očakávaná
strata

Regulatórny prístup

- Označme
 - V_i = nominálna hodnota i -tej pohľadávky
 - W_i = skutočná hodnota i -tej pohľadávky v čase splatnosti (náhodná premenná)
- **Predpoklad 1:**
 - W_i má lognormálne rozdelenie, t.j. $\ln W_i = r + \sigma_i X_i$, kde X_i je náhodná premenná so štandardným normálnym rozdelením
- Zlyhanie pohľadávky (t.j. $W_i < V_i$) možno popísať stavom, keď bude náhodná premenná X_i ležať pod istou prahovou hodnotou a_i
 - Dôkaz:
$$p_i := \Pr(W_i < V_i) = \Pr(\ln W_i < \ln V_i) = \Pr(r + \sigma_i X_i < \ln V_i) =$$
$$= \Pr\left(X_i < \frac{\ln V_i - r}{\sigma_i}\right) = \Pr(X_i < a_i) = \Phi(a_i)$$

Regulatórny prístup

- **Predpoklad 2:**

- Náhodná premenná X_i (a teda aj skutočná hodnota pohľadávky v čase splatnosti) je ovplyvňovaná 2 náhodnými premennými
 - Systémová (všeobecná trhová) zložka Y
 - Idiosynkratická zložka ε_i
 - O oboch zložkách predpokladáme, že majú štandardizované normálne rozdelenie
 - Všetky premenné $Y, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots$ sú navzájom nezávislé

$$X_i = \sqrt{\rho} Y + \sqrt{1-\rho} \varepsilon_i$$

- Dôsledok:

- Vlastnosť, že X_i má štandardizované normálne rozdelenie zostane zachovaná
 $E[X_i] = 0$ a $\text{Var}[X_i] = \rho + (1 - \rho) = 1$

- Premenné X_i majú navzájom koreláciu ρ

$$\text{Cov}[X_i, X_j] = E\left[\left(\sqrt{\rho} Y + \sqrt{1-\rho} \varepsilon_i\right)\left(\sqrt{\rho} Y + \sqrt{1-\rho} \varepsilon_j\right)\right] = E[\rho Y^2] = \rho$$

Regulatórny prístup

- Aká je podmienená pravdepodobnosť zlyhania pohľadávky za predpokladu, že systémový prvok bude veľmi negatívny (napr. $y = \Phi^{-1}(0.001)$)?

$$\begin{aligned} \Pr\left(\sqrt{\rho} \Phi^{-1}(0.001) + \sqrt{1-\rho} \varepsilon_i < a_i\right) &= \Pr\left(Q_i < \frac{a_i - \sqrt{\rho} \Phi^{-1}(0.001)}{\sqrt{1-\rho}}\right) \\ &= \Phi\left(\frac{\Phi^{-1}(p_i) + \sqrt{\rho} \Phi^{-1}(0.999)}{\sqrt{1-\rho}}\right) \end{aligned}$$

- **Predpoklad 3:**
 - Portfólio sa skladá z veľkého množstva rovnako veľkých pôžičiek s rovnakou pravdepodobnosťou zlyhania
 - Za tohto predpokladu platí, že pravdepodobnosť zlyhania pohľadávky je stredná hodnota straty (podmienená nízkou hodnotou systémovej premennej) – vďaka zákonu veľkých čísiel

QED.

Regulatórny prístup

- V teórii kreditného rizika je vzorec známy ako *asymptotic single risk factor approach* (Oldřich Vašíček)
- **Výhody:**
 - Jednoduchosť (relatívne...)
 - Portfóliová invariantnosť
 - = riziko konkrétnej pohľadávky je nezávislé od portfólia, v ktorom sa nachádza
 - Kompromisné riešenie
- **Predpoklady:**
 - Normálne rozdelenie aktív
 - Nekonečne diverzifikované portfólio (nízka granularita)
 - Závislosť popísaná iba koreláciami (neuvažuje sa o nelineárnej závislosti)
 - Jednofaktorový model (idionsynkratické riziko = rezíduá) – podobne ako CAPM
 - PD a LGD sú nezávislé

Regulatórny prístup

- **Kritika:**

- V skutočnosti nejde o vlastný model banky. Využívajú sa interné ratingy (t.j. odhady PD), ale vzorec je daný (predpoklad nekonečne diverzifikovaného portfólia) = podhodnotenie rizika koncentrácie
- Príliš prísna hodnota spoločného faktora 0,1%-ný kvantil kompenzuje nesprávny predpoklad normality
- Podhodnotenie rizika vyplývajúceho zo vzájomného prepojenia PD a LGD
- Procyklikalita
 - Ekonomika sa dostane do recesie ► PD vzrastie ► nárast kapitálovej požiadavky ► obmedzenie poskytovania úverov ► ďalšie prehĺbenie recesie