

Kreditné riziko

Modely kreditného rizika

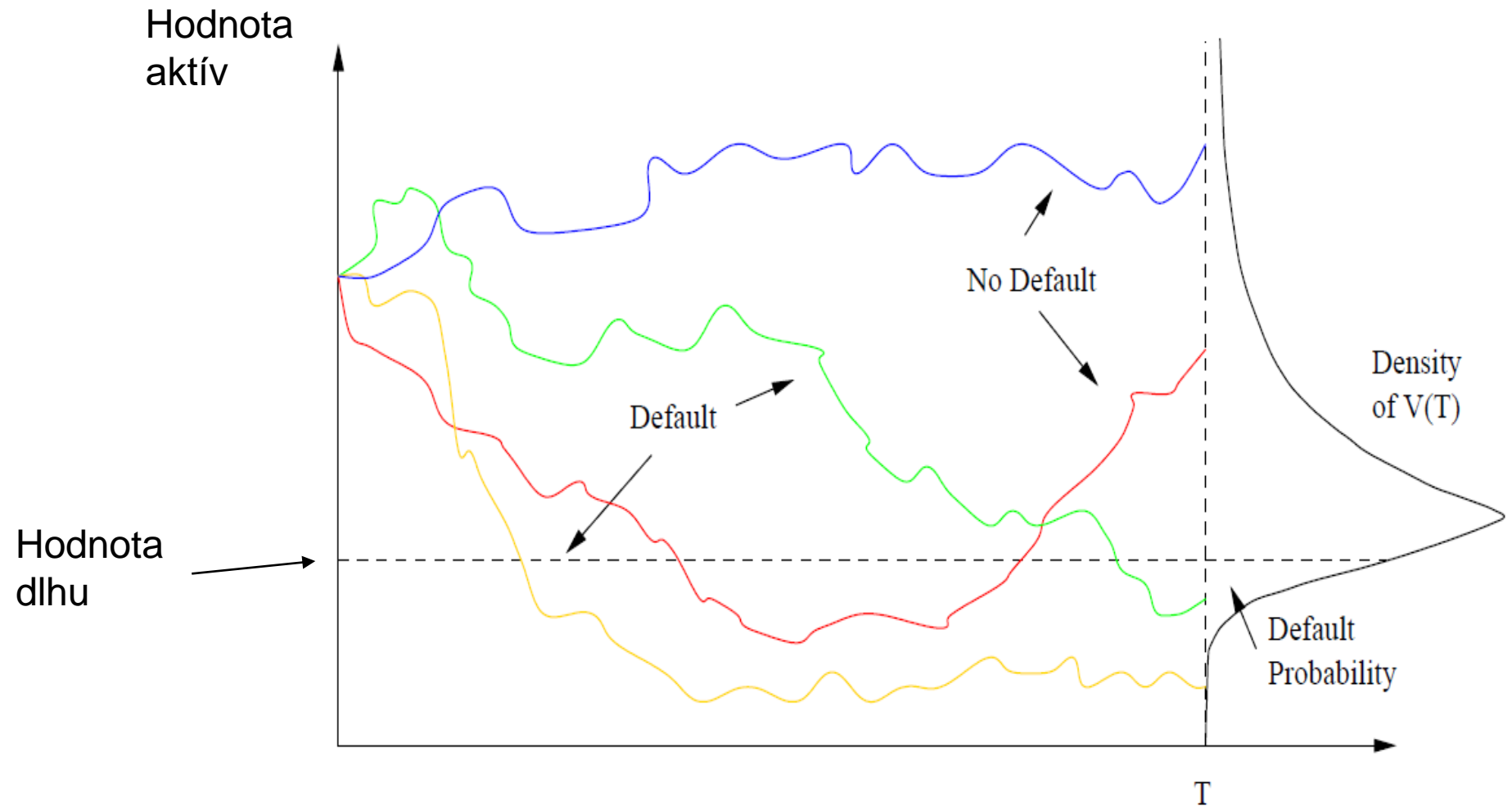
- Mertonov model (rozšírenie: KMV) – využíva ceny akcií
- CreditMetrics – využíva ceny dlhopisov
- CreditPortfolioView – využíva makroekonomické premenné
- CreditRisk+ - štatistické modelovanie (Poissonovo rozdelenie)

Mertonov model

- Štruktúrálly model – PD závisí od štruktúry bilancie firmy
- Základné predpoklady:
 - A_t = aktíva (assets) modelované stochastickým procesom (geometrickým Brownovým pohybom)
 - D_t = dlh (debt) reprezentovaný bezkupónovým dlhopisom so splatnosťou v čase T , $D_t = e^{-r(T-t)} D_T$
 - E_t = vlastné imanie (equity) $E_t = A_t - D$
- Základná myšlienka:
 - Ak $A_T \geq D_T$, potom $E_T = A_T - D_T$
 - Ak $A_T < D_T$, firma ide do konkurzu a $E_T = 0$ (*ručenie obmedzené*).
 - Zhrnutie: $E_T = (A_T - D_T)^+$, takže vlastné imanie je call opcia majiteľa firmy, podkladovým aktívom je firma ako celok, strike price = D_T .

Aktíva	Pasíva
Aktíva A_t	Dlhy D_t
	Vlastné imanie E_t

Mertonov model



Mertonov model

- Stochastický proces vývoja hodnoty aktív:

$$dA_t = \mu_A A_t + \sigma_A A_t dW_t$$

W_t – Wienerov proces

- Dôsledok: $\ln A_t$ je z $N(\ln A_0 + (\mu_A - \frac{1}{2} \sigma_A^2)t, \sigma_A^2 t)$
- Pravdepodobnosť zlyhania:

$$P(A_T < D_T) = P(\ln A_T < \ln D_T) = \Phi\left(\frac{\ln \frac{D_T}{A_0} - (\mu_A - \frac{1}{2} \sigma_A^2)T}{\sigma_A \sqrt{T}}\right)$$

KMV model

- Model využívaný Moody's
- Kealhofer, McQuown & Vašíček
- Viaceré vylepšenia Mertonovho modelu:
 - Pripúšťa komplexnejšiu štruktúru dlhu
 - Hranica pre zlyhania sa počíta napr. ako krátkodobý dlh + polovica dlhodobého
 - Nevyžaduje predpoklad normálneho rozdelenia, ale využíva empirický vzťah medzi vzdialenosťou od defaultu (distance to default) a EDF, pričom

$$DD = \frac{\ln \frac{D_T}{A_0} - \left(\mu_A - \frac{1}{2} \sigma_A^2 \right) T}{\sigma_A \sqrt{T}}$$

KMV model

- Dva problémy:
 - Hodnoty A a D sú dostupné iba s nízkou frekvenciou (v čase účtovnej zvierky). Ako vypočítať σ_A ?
 - Hodnota A_t by mala vyjadrovať reálnu (trhovú) hodnotu aktív, k dispozícii je však iba účtovná hodnota
- Riešenie:
 - Hodnota parametra μ_A sa vypočíta z pomocou zverejnených údajov účtovnej zvierky
 - Hodnotu vlastného imania (E_t) poznáme denne (počet akcií \times cena)
 - E_t je cena call opcie, ktorú možno vypočítať podľa Black-Scholesa

$$E_t = A_t \Phi(d_{1,t}) + e^{-r(T-t)} D_T \Phi(d_{2,t})$$

$$d_{1,t} = \frac{\ln \frac{A_t}{D_T} + \left(r + \frac{1}{2} \sigma_A^2\right)(T-t)}{\sigma_A \sqrt{T-t}}, \quad d_{2,t} = d_{1,t} - \sigma_A \sqrt{T-t}$$

- Iteračná procedúra:
 - Pre nejakú zvolenú počiatočnú hodnotu σ_A sa vypočíta časový rad A_t
 - Z neho sa odhadne nová hodnota σ_A a iteračný proces sa opakuje

Mertonov / KMV model

- Nevýhody:
 - Výpočet defaultnej hranice je arbitrárny
 - Prístup aplikovateľný iba na firmy, ktorých akcie sú obchodované na burze
 - Hodnoty EDF sú príliš citlivé na zmeny cien akcií
 - Je náročné vypočítať hodnotu EDF bez predpokladu normálneho rozdelenia (skutočné rozdelenie má ťažšie chvosty)
 - Nezachytáva vplyv systémového rizika
 - Údaje vychádzajúce z účtovnej závierky firiem sú k dispozícii oneskorene a s nízkou frekvenciou
- Literatúra
 - DP A. Piškovej (2004): Modelovanie portfólia dlhopisov s uvažovaním rizika defaultu
 - DP K. Kadlečíkovej (2009): Ocenenie Credit default swapov a porovnanie ich vývoja v čase finančnej krízy

Pišková (2004)

- AIG (7,6 %) – v roku 2009 jej musela pomáhať americká vláda
- Fannie Mae (1,3 %) – ochrana pred veriteľmi (2009)
- Merrill Lynch (0,0 %) – v roku 2008 ju musela prevziať Bank of America

číslo	firma	EDF	DD
1	Boeing	0.192%	2.89
2	Microsoft	0.001%	4.24
3	General Electrics	2.785%	1.91
4	Pfizer	0.057%	3.25
5	Exxon Mobile	0.0027%	4.03
6	Chevron Texaco	0.0096%	3.72
7	Merril Lynch	7.88e-4%	4.31
8	JPMorgan	5.92e-4%	4.38
9	IBM	4.54e-4%	4.43
10	General Motors	1.49e-11%	7.29
11	McDonald 's	0.55%	3.26
12	AIG	7.6%	1.43
13	Walmart	0.056%	3.25
14	Fannie Mae	1.29%	2.22
15	Coca Cola	0.0021%	4.08
16	Nike	9.67e-4%	4.27
17	Oracle	1.53%	2.16
18	Intel	0.173%	2.92
19	Ford	0.432%	2.62
20	Pepsi	0.812%	2.40

Tabuľka 4.1: hodnoty EDF a DD pre jednotlivé firmy

CreditMetrics

- JP Morgan, 1997
- Základný princíp:
 - štatistické modelovanie zmien kreditných ratingov (alebo interných ratingov) jednotlivých investícií (dlhopisov) v portfóliu banky
 - Využitie prístupu value-at-risk (dlhý horizont, napr. 1 rok)
- Postup pre výpočet kreditné rizika pre 1 aktívum:
 - Určiť pravdepodobnosti zmien kreditného ratingu
 - Vypočítať súčasnú hodnotu peňažných tokov pre každý konkrétny rating pomocou výnosov prislúchajúcich danému ratingu
 - Vypočítať vážený priemer (váhami sú pravdepodobnosti prechodu)

CreditMetrics

1-year transition matrix, Standard & Poor's,
Dáta za 1981-2000, t.j. Through-the-cycle odhady

original rating	probability of migrating to rating by year end (%)							
	AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC	Default
AAA	93.66	5.83	0.40	0.08	0.03	0.00	0.00	0.00
AA	0.66	91.72	6.94	0.49	0.06	0.09	0.02	0.01
A	0.07	2.25	91.76	5.19	0.49	0.20	0.01	0.04
BBB	0.03	0.25	4.83	89.26	4.44	0.81	0.16	0.22
BB	0.03	0.07	0.44	6.67	83.31	7.47	1.05	0.98
B	0.00	0.10	0.33	0.46	5.77	84.19	3.87	5.30
CCC	0.16	0.00	0.31	0.93	2.00	10.74	63.96	21.94
Default	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	100.00

Za predpokladu, že proces zmeny ratingu je markovovský:

- n-ročná matica prechodu je n-tá mocnina 1-ročnej matice prechodu
- Tento predpoklad v praxi celkom neplatí

CreditMetrics

- Výpočet pre 1 aktívum:
 - Označenie:
 - N = počet ratingových stupňov
 - T = zostatková maturita
 - N = nominálna hodnota
 - $P_{ij}(t)$ = t -ročná pravdepodobnosť prechodu z ratingu i do ratingu j , $i, j = 1, \dots, N$
 - $R_j(t)$ = t -ročný výnos aktíva (p.a.), ktorého rating je j
 - Výpočet:
 - Cieľom je získať pravdepodobnostné rozdelenie ceny aktíva (s aktuálnym ratingom i), t.j. N trhových hodnôt, ku ktorým je zároveň možné priradiť pravdepodobnosť nastatia
$$\left\{ P_{ij}, \frac{N}{(1 + R_j(T))^T} \right\}_{j=1}^N$$
 - Na základe tohto rozdelenia možno vypočítať očakávanú stratu ako rozdiel medzi aktuálnou cenou a strednou hodnotou z tohto rozdelenia (pri cenných papieroch v trhovej hodnote by mala byť blízka nule) aj neočakávanú stratu pomocou zvoleného kvantilu
- Výpočet pre viac aktív
 - Monte Carlo simulácie scenárov vývoja ratingového hodnotenia každého jednotlivého aktíva a výpočet trhovej hodnoty portfólia v každom scenári spolu s pravdepodobnosťou nastatia

CreditMetrics

- Výhody (v porovnaní s Mertonom / KMV)
 - Menšia citlivosť na krátkodobé turbulencie na finančných trhoch
 - Širšia aplikácia (nie je potrebná emisia verejne obchodovateľných akcií, stačí interný rating)
 - Pri použití matíc prechodu odhadnutých za dlhé obdobie umožňuje zmerať výšku rizika, ktorá sa príliš nemení počas ekonomického cyklu (t.j. prístup je menej procyklický)
- Nevýhody
 - Zmeny ratingov sa oneskorujú za trhovými signálmi, ktoré možno získať z cien akcií

CreditPortfolioView (CPV)

- Odhad pravdepodobnosti zlyhania pomocou makroekonomických premenných
- Dva kroky:
 - Konštrukcia makroekonomického indexu ako lineárnej kombinácie makro premenných

$$y_t = \beta^T X_t + \varepsilon_t$$

- Logistická transformácia makro indexu na PD

$$PD_t = \frac{1}{1 + e^{-y_t}}$$

- Samotné makro premenné sú modelované pomocou AR(2) procesov

$$X_t^i = \theta_0^i + \theta_1^i X_{t-1}^i + \theta_2^i X_{t-2}^i + u_t^i$$

CreditRisk⁺

- Vychádza z princípu modelov v neživotnom poistení (Credit Suisse)
- Základný princíp: počet zlyhaných úverov (default frequency) a veľkosť strát (default severity) sa modelujú samostatne
 - Predpoklad: Default frequency má Poissonovo rozdelenie

$$P(\# \text{ defaultov} = n) = \frac{m^n e^{-m}}{n!}$$

- Označenie: m = stredná hodnota počtu defaultov
 - Pre určenie veľkosti strát sa pohľadávky rozdelia do skupín približne rovnakej veľkosti, zohľadňuje sa hodnota LGD
- Výpočet pomocou simulácií
 - Pre každú veľkostnú skupinu úverov odhadnúť PD (na základe historických dát)
 - Pomocou Poissonovho rozdelenia nasimulovať pre každú skupinu počet zlyhaných úverov (dostatočný počet scenárov)
 - Vynásobením počtu zlyhaných úverov v každom scenári priemernou veľkosťou úveru a LGD dostaneme rozdelenie strát

Porovnanie modelov

Model	Merton	KMV	CreditMetrics	CreditRisk+	CreditPortfolioView	Regulatórny model
Autor		KMV, Moody's	JP Morgan, RiskMetrics	Credit Suisse	McKinsey	Bazilej
Typ modelu	Štruktúrálny	Štruktúrálny	Štruktúrálny	Reduced form	Reduced form	
Vstupné údaje	ceny akcií (denná frekvencia), počet akcií, hodnota aktív a dlhu (štvrtročne)	ceny akcií (denná frekvencia), počet akcií, hodnota aktív a dlhu (štvrtročne)	rating dlhopisov a pohľadávok, matice prechodu, výnosy jednotlivých ratingov	Počet úverov a PD pre jednotlivé stupne veľkosti úveru	Časový rad (štvrtročný alebo ročný) PD a makroekonomických premenných	PD, LGD
Faktor rizika	Stochastický proces hodnoty aktív	Stochastický proces hodnoty aktív	Zmena ratingov / Stochastický proces hodnoty aktív	Intenzita zlyhania	Makro premenné	Systémový faktor, idiosynkratické premenné
Výstupy	PD, očakávaná strata	Distance-to-Default, Expected default frequency, očakávaná strata	"Schodkovité" rozdelenie strát	Rozdelenie strát, očakávaná a neočakávaná strata	PD, očakávaná strata	Neočakávaná strata

Porovnanie modelov

- Otázka: Ktorý model je najvhodnejší pre:
 - Dlhopisy veľkých korporátnych firiem, ktoré majú priradený rating?
 - Retailové portfólio?
 - Korporátne úvery firmám obchodovaným na burze?
- Model, ktorý používajú slovenské banky pre domáce korporátne úvery:
 - Odhad PD pomocou analógie CPV, ale namiesto makro premenných sa používajú ukazovatele ziskovosti a bilančnej štruktúry (ROE, miera zadĺženia, doba obratu zásob, likvidita a pod.)
 - Odhad PD s využitím logistickej regresie
 - Použitie regulátorneho vzorca pre výpočet požiadavku na kapitál
- Modely pre retail: aplikačný / behaviorálny skoring