

Zadanie projektu Kvantitatívne metódy v riadení rizík

Cieľom tohto projektu je vyskúšať si reálnu aplikáciu metód výpočtu Value at Risk a Expected Shortfall na prípadovej štúdii banky pri výpočte devízového rizika. Projekt okrem implementácie obsahuje aj ďalšie aspekty dôležité v praktických situáciách, ako je hodnotenie výhod a nevýhod a príprava podkladových materiálov pre vyšší manažment banky.

Vaša úloha pozostáva z nasledujúcich okruhov:

1. Výpočet VaR s použitím viacrozmerneho modelu CCC-GARCH(1,1)
2. Výpočet VaR s použitím filtrovanej historickej simulácie
2. Spätné testovanie oboch modelov VaR a výber vhodnejšej alternatívy
3. Výpočet Expected Shortfall pomocou zvolenej alternatívy

Všeobecné zadanie a poznámky

Value at Risk počítajte pre portfólio troch cudzích mien, a to nasledovne:

- (i) 10 mil. € investovaných do Meny A,
- (ii) 5 mil. € investovaných do Meny B,
- (iii) 5 mil. € investovaných do Meny C.

VaR počítajte so stanovenou pravdepodobnosťou a časovým horizontom 1 pracovný deň. VaR vypočítajte pre každý pracovný deň dostatočne dlhého obdobia (ideálne aspoň 3-5 rokov). Výsledky spolu s dennými výnosmi portfólia vykreslite do jedného grafu interpretujte ich.

V každej z jednotlivých úloh detailne popíšte postup výpočtu tak, aby bola z popisu jasná postupnosť jednotlivých krokov. K výsledkom priložte dátové súbory a funkčné zdrojové kódy¹, ktoré umožnia úplnú replikáciu všetkých výpočtov. Tieto súbory okomentujte, aby sa v nich dalo lepšie orientovať.

Úloha 1: Výpočet VaR(99%) pre celé portfólio pomocou modelu CCC-GARCH(1,1)

V tejto úlohe predpokladajte, že relatívne zmeny jednotlivých rizikových faktorov (vektor týchto zmien označme ako r_t) možno modelovať pomocou tzv. **CCC-GARCH modelu** (*constant conditional correlation, generalised autoregressive heteroskedasticity*), ktorého špecifikácia je nasledovná:

$$r_t = c + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim N(0, \Sigma_t),$$
$$\text{kde } r_t = (r_t^1, r_t^2, r_t^3)^T, \quad c = (c^1, c^2, c^3)^T, \quad \varepsilon_t = (\varepsilon_t^1, \varepsilon_t^2, \varepsilon_t^3)^T$$
$$\text{a } \Sigma_t = \text{diag}(\sigma_t) R \text{diag}(\sigma_t), \quad \sigma_t = (\sigma_t^1, \sigma_t^2, \sigma_t^3)^T$$
$$(\sigma_t^i)^2 = \omega_i + \beta_i (\sigma_{t-1}^i)^2 + \alpha_i (\varepsilon_{t-1}^i)^2, \quad i = 1, 2, 3$$

¹ Výpočty implementujte v programe R. Ak chcete použiť iný program, prediskutujte to prosím vopred.

Tento model predpokladá, že volatility zmien oboch rizikových faktorov sú modelované pomocou nezávislých jednorozmerných GARCH modelov, pričom korelačná matica je vypočítaná klasickou metódou z predchádzajúcich pozorovaní pomocou štandardizovaných rezíduí.

Poznámka k rekalibrácii: Na základe skúseností z mojej doterajšej praxe Vám navrhujem, aby ste CCC-GARCH model postupne rekalibrovali: Ak napr. počítate VaR k 31.12.2021, použijete model s parametrami odhadnutými za obdobie od začiatku časových radov až po 31.12.2021. Platí to nie len pre odhad parametrov GARCH modelu, ale aj korelačnej matice. Pri výpočte VaR k 31.12.2021 použijete parametre odhadnuté za obdobie od začiatku až po 31.12.2021. Rekalibráciu nie je potrebné vykonávať na dennej báze, ale ukazuje sa, že istá rekalibrácia s nejakou rozumnou frekvenciou môže výrazne zlepšiť kvalitu modelu.

Ak ste sa rozhodli pre menej častú ako dennú rekalibráciu (ktorá je prirodzene výpočtovo náročná), pri výpočte volatility v obdobiach medzi dvoma rekalibráciami je pri aplikácii rekurzívneho vzťahu potrebné zohľadniť skutočnú hodnotu rezíduí, nie ich strednú hodnotu (0).

Môžete zároveň skúsiť otestovať rôzne spôsoby korelačnej matice R . Jej výpočet možno realizovať na údajoch od začiatku časových radov až po dátum výpočtu VaR, ale alternatívne je možné použiť aj posúvajúce sa okno napr. veľkosti 250-500 údajov.

Úloha 2: Výpočet VaR s použitím filtrovanej historickej simulácie

GARCH model v predchádzajúcej úlohe vlastne predpokladá, že vektor štandardizovaných zmien rizikových faktorov

$$\tilde{\varepsilon}_t = (\tilde{\varepsilon}_t^1, \tilde{\varepsilon}_t^2, \tilde{\varepsilon}_t^3)^T, \quad \tilde{\varepsilon}_t^i = \frac{r_t^i - c^i}{\tilde{\sigma}_t^i}$$

je generovaný z viacrozmerného normálneho rozdelenia $N(0, R)$, kde R je korelačná matica.

Pri **filtroranej historickej simulácii** sa naopak predpokladá, že tento vektor je generovaný z empirického rozdelenia, ktoré je modelované štandardizovanými zmenami rizikových faktorov z predchádzajúceho obdobia (napr. za posledných 250 dní).

Pri výpočte VaR metódou filtrovanej historickej simulácie sa teda postupuje nasledovne:

1. pre denné zmeny každého rizikového faktora sa odhadne jednorozmerný GARCH model,
2. pomocou časového radu odhadovaných volatilit z týchto GARCH modelov sa vypočítajú časové rady štandardizovaných zmien rizikových faktorov,
3. pomocou týchto časových radov sa vypočíta VaR metódou historickej simulácie.

Úloha 3: Spätné testovanie výpočtu VaR(99%) pre celé portfólio

V rámci tejto úlohy otestujte obe metódy výpočtu VaR, ktoré ste implementovali, pomocou Kupiecovho a Christoffersenovho testu. Rozhodnite, či tieto testy model zamietajú alebo nie a ktorá z metód sa javí ako lepšia.

Úloha 4: Expected Shortfall

V rámci tejto úlohy je potrebné implementovať výpočet Expected Shortfall (ES) ako alternatívnej miery rizika **odporúčanej Bazilejskou komisiou**. Výpočet aplikujte na tú z vyššie uvedených metód, ktorá sa javí ako lepšia.

Na základe odporúčania Bazilejskej komisie sa ES počíta na úrovni pravdepodobnosti 97,5 % (na rozdiel od VaR, ktoré sa počíta na úrovni 99 %). Pre tento výpočet je potrebné dodatočne vypočítať aj $VaR_{97,5}$ na úrovni pravdepodobnosti 97,5 % a ES sa následne vypočíta podľa vzťahu:

$$ES_t = E[\text{straty}_t \mid \text{straty}_t \geq VaR_{t, 97,5}].$$

Úloha 5: Netechnické zhrnutie pre manažment

Na základe získaných výsledkov z uvedených troch úloh napíšte samostatné krátke, výstižné a netechnické zhrnutie (max. 1 strana), ktoré bude obsahovať najdôležitejšie informácie určené priamo pre predstavenstvo banky. Toto zhrnutie by malo obsahovať návrh, ktorý model sa javí ako najvhodnejší pre výpočet Value at Risk, vrátane výsledkov spätného testovania a porovnanie výpočtu Value at Risk a Expected Shortfall pre zvolenú metódu.

Malo by ísť o samostatne funkčný dokument s veľmi jasným popisom problému navrhovaného riešenia, s čo najlepšou formuláciou a interpretáciou dôležitých výsledkov. V žiadnom prípade by to nemalo byť jednoduché a narýchlo spísané zopakovanie výsledkov.

Záverečné poznámky

Výstup z Vašej práce mi pošlite mailom na adresu palo.jurca@gmail.com. Tento výstup by mal obsahovať:

1. Podrobný dokument popisujúci jednotlivé metódy, výpočty a výsledky
2. Funkčný okomentovaný zdrojový kód programu a podkladové dátové súbory, umožňujúci úplnú replikáciu všetkých výpočtov
3. Netechnické zhrnutie pre manažment