
Cvičenie 10

Úlohy najrýchlejšieho prechodu. Singulárne riadenia.

1. Úlohy najrýchlejšieho prechodu.

Nájdite optimálne riešenie (riadenie aj odozvu) pre nasledujúcu úlohu optimálneho riadenia:

$$\begin{aligned} \min T, \\ \dot{x} &= -\gamma y, \\ \dot{y} &= u, \\ x(0) &= x_0 > 0 \text{ dané}, \quad x(T) = 0, \\ y(0) &= y_0 > 0 \text{ dané}, \quad y(T) = 0, \\ u &\in [-1, 1], \end{aligned}$$

kde $\gamma > 0$ je daná konštantna. Ak x označuje zostatkové množstvo ropy v nejakej oblasti a y úroveň technologického vybavenia slúžiaceho na ťažbu ropy, uvedenú úlohu možno interpretovať ako úlohu čo najrýchlejšieho vyťaženia zásob ropy v danej oblasti vrátane likvidácie pomocného technického vybavenia. Nájdite syntézu optimálneho riadenia pre túto úlohu.

2. Singulárne riadenie.

Študent sa rozhoduje, akú časť svojho času by mal venovať štúdiu a akú časť zárobkovej činnosti (brigáde). Časť venovanú vzdelávaniu označme u . Brigáda mu pomôže zvýšiť aktuálny príjem, avšak vzdelávanie je investíciou zvyšujúcou príjem v budúcnosti. Úroveň vedomostí študenta x je okrem času stráveného štúdiom ovplyvňovaná aj mierou samozabúdania $\delta > 0$.

Túto úlohu možno sformulovať nasledovne:

$$\begin{aligned} \max \int_0^T ax(1-u) dt, \quad T \text{ dané} \\ \dot{x} &= u - \delta x, \\ x(0) &= 0, \\ x(T) &\text{ voľné}, \\ u &\in [0, 1], \end{aligned}$$

kde $a > 0$ je dané. Nájdite pre túto úlohu hodnotu singulárneho riadenia a hodnotu jeho odozvy.