
Cvičenie 8

Úlohy s ohraničeniami.

1. Úloha so zmiešaným ohraničením na stavovú a riadiacu premennú

Daná je nasledovná úloha optimálneho riadenia:

$$\begin{aligned} \max \int_0^1 x(t) dt, \\ \dot{x}(t) &= x(t) + u(t), \\ x(0) &= 0, \\ x(1) &\text{ volné,} \\ u(t) &\in [-1, 1], \\ x(t) + u(t) &\leq 2. \end{aligned}$$

- (i) Pokúste sa odhadnúť riešenie.
- (ii) Sformulujte PPM pre túto úlohu. Ohraničenia na riadenie (vrátane čistých ohraničení) začleňte do Lagrangeovej funkcie.
- (iii) Overte, či je splnená podmienka regularity.
- (iv) Ukážte, že podmienky PPM sú splnené s $\psi^0 = 0$.
- (v) Ukážte, že riešenie

$$\begin{aligned} u(t) &= \begin{cases} 1 & \text{ak } t \in [0, \ln 2] \\ 1 + 2 \ln 2 - 2t & \text{ak } t \in (\ln 2, 2] \end{cases} \\ x(t) &= \begin{cases} e^t - 1 & \text{ak } t \in [0, \ln 2] \\ 1 - 2 \ln 2 + 2t & \text{ak } t \in (\ln 2, 2] \end{cases} \end{aligned}$$

spĺňa podmienky PPM.

- (vi) Ukážte, že pri riešení uvedenom v časti (v) sú multiplikátory prislúchajúce ohraničeniam na riadenie nespojité.

2. Úloha s ohraničením na koncový stav v tvare nerovnosti

Nájdite riadenie a jeho odozvu, ktoré spĺňajú podmienky PPM pre nasledovnú úlohu:

$$\min \int_0^2 x(t) dt,$$

$$\dot{x}(t) = u(t),$$

$$x(0) = 1,$$

$$x(2) \geq 0,$$

$$u(t) \in [-1, 1].$$