

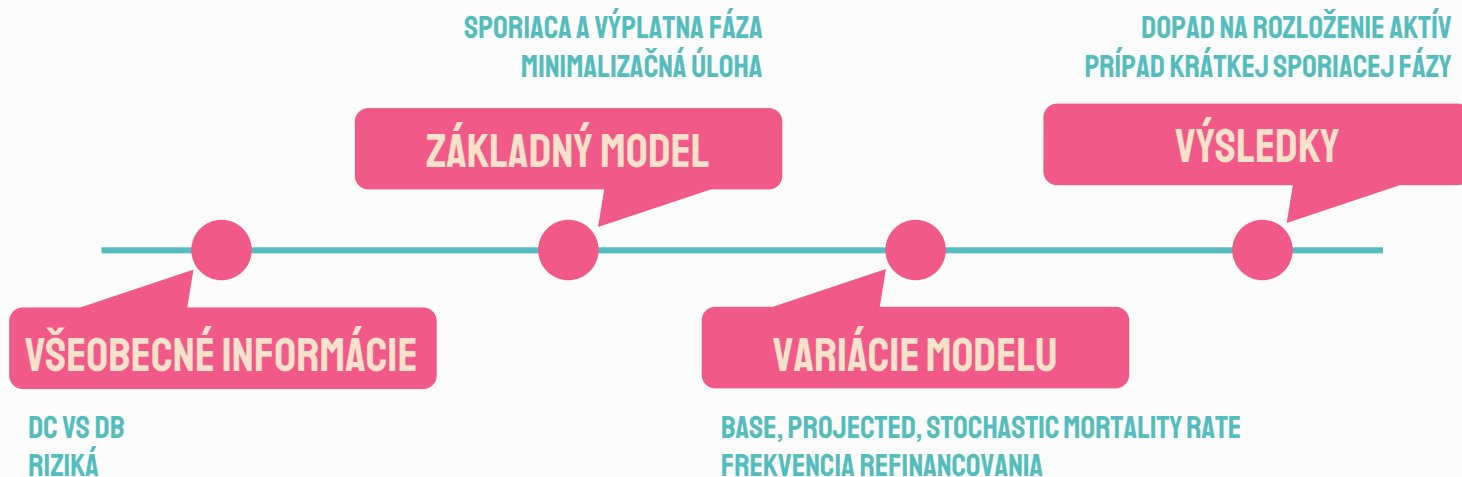


VPLYV RIZIKA DLHOVEKOSTI

Na alokáciu aktív v programe
so stanovenými príspevkami



UPCOMING GOALS



DC

PROGRAM SO STANOVENÝMI PRÍSPEVKAMI

Defined contribution plan



DC

PROGRAM SO STANOVENÝMI PRÍSPEVKAMI



SPORENIE

Pravidelne si odkladáme časť z výplaty



INVESTOVANIE

Alokujeme odložené peniaze do rôznych aktív a zhodnocujeme ich



DÔCHODOK

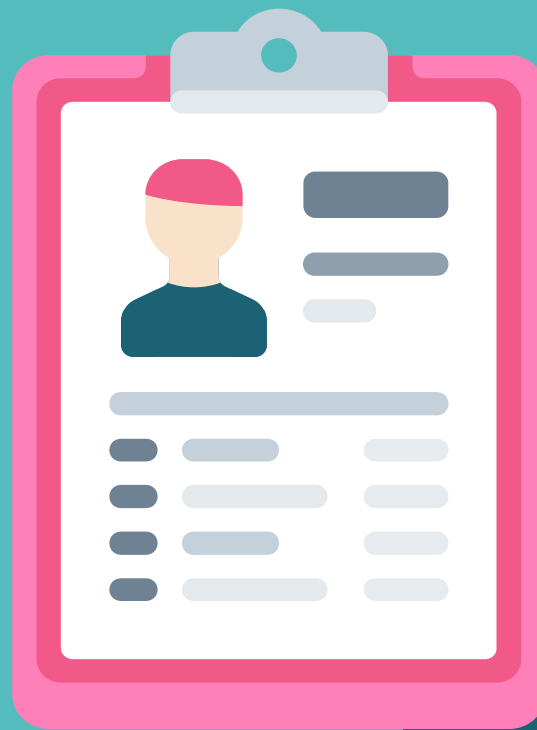
Za nazbierané peniaze si kúpime dôchodok



DB

PROGRAM SO STANOVENÝMI PÔŽITKAMI

Defined Benefits plan



DB

PROGRAM SO STANOVENÝMI PÔŽITKAMI



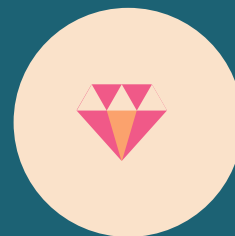
ISTOTA

Podmienky sa určia ešte pred dovŕšením dôchodkového veku



VZOREC

Výška dôchodku sa určí podľa dohodnutého vzorca



SLOBODA

Nie dôchodca, ale poskytovateľ musí zabezpečiť dostatok peňažných zdrojov na vyplácanie dôchodku



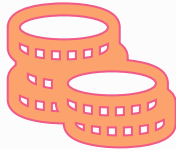
FINANČNÉ RIZIKÁ



ASSET RISK



SALARY RISK



INFLATION RISK



INTEREST RATE RISK

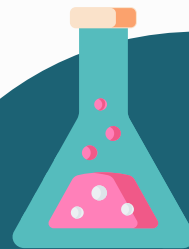


RIZIKO DLHOVEKOSTI



VLASTNÉ

Dožijem sa viac ako sa predpokladá



POPULÁCIE

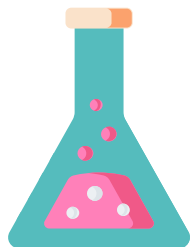
Zvýši sa pravdepodobnosť dlhovekosti v populácii



DOŽIVOTNÁ ANUITA



Pri zakúpení doživotnej anuity strácame riziko vlastnej dlhovekosti, teda riziko vyčerpania nasporenej sumy počas dôchodku.



Neocakávaný nárast pravdepodobnosti dožitia sa vysokého veku zapríčiní drahšiu cenu doživotnej anuity.



**DEFINED
CONTRIBUTION**



KTO NA SEBA PREBERÁ RIZIKO



PROGRAM	FINANČNÉ RIZIKÁ	RIZIKO DLHOVEKOSTI (VLASTNÉ)	RIZIKO DLHOVEKOSTI (POPULÁCIE)
DC Doživotá anuita	Dôchodca	Poskytovateľ	Dôchodca
DC Došasný dôchodok	Dôchodca	Dôchodca	Dôchodca
DB	Poskytovateľ	Poskytovateľ	Poskytovateľ



INVESTIČNÉ STRATÉGIE

4 DRUHY AKTÍV

Krátkodobé dlhopisy

Dlhodobé dlhopisy

Akcie

Index-linked gilts

4 STRATÉGIE INVESTOVANIA

5 rokov

10 rokov

20 rokov

Nemenit' váhy



INDEX-LINKED GILTS

INDEX-LINKED

Kupóny a nominálna hodnota
naviazané na mieru inflácie

Vyššia inflácia



Vyššia hodnota kupónu

GILTS

Veľmi malá pravdepodobnosť zlyhania, veľmi
malá ziskovosť

Senzitívne voči zmenám úrokových mier a
politickým zmenám v krajine

Malá alebo aj záporná korelácia s akciovým
trhom



DC MODEL

SPORIACA FÁZA

$$F(t) = [F(t-1) + C(t)] * \sum_{i=1}^k p_i(t-1) (1 + r_i(t-1))$$



VÝPLATNÁ FÁZA

$$\bar{F}(n) = RR_n * S_{x+n-1} * \ddot{a}_{x+n}$$



SPORIACA FÁZA

$$F(t) = [F(t - 1) + C(t)] * \sum_{i=1}^k p_i(t - 1) (1 + r_i(t - 1))$$



SPORIACA FÁZA

$$C(t) = c\% * S_{x+t-1}$$



VÝPLATNÁ FÁZA

$$\bar{F}(n) = RR_n * S_{x+n-1} * \ddot{a}_{x+n}$$



VÝPLATNÁ FÁZA

$$anuita = \frac{F(n)}{\ddot{a}_{x+n}} \quad RR_n = \frac{anuita}{S_{x+n-1}}$$



MINIMALIZAČNÁ ÚLOHA

$$\text{Min}_{c\%, p_i(t)} \{ \text{Var}[\bar{F}(n) - F(n)] + (E[\bar{F}(n) - F(n)])^2 \}$$

$$= \text{Min}_{c\%, p_i(t)} \{ E[(\bar{F}(n) - F(n))^2] \}$$

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^k p_i(t) = 1 \text{ (váhy aktív)} \\ 0 \leq p_i(t) \leq 1, \forall i = 1, 2, \dots, k \end{cases}$$

- Optimalizácia – použité simulačné metódy
- Minimalizuje rozptyl simulácií okolo vopred zvoleného dôchodkového cieľa s príslušnými ohraničeniami na váhy aktív v portfóliu

INAK POVEDANÉ MINIMALIZUJE SA RIZIKO, ŽE DANÁ OSOBA NEBUDE SCHOPNÁ DOSIAHNUŤ SVOJ DÔCHODKOVÝ CIEĽ



MODELOVANIE DLHOVEKOSTI

3 typy úmrtnostných mier

STOCHASTIC MORTALITY RATE

BASE MORTALITY RATE

PROJECTED MORTALITY RATE



BASE MORTALITY RATE

- Základná úmrtnostná miera
- Tabuľkové hodnoty kalibrované na historických dátach
- Použitá tabuľka – historické obdobie 1991-1994 VB (PMA92)

$$q_x = 1 - p_x = 1 - \exp\left(-\int_0^1 \mu_{x+s} ds\right)$$

$$\mu_x = GM(r, s)(t), r = 2, s = 3$$

$$GM(2,3)(t) = a_1 + a_2 t + \exp(b_1 + b_2 + b_3(2t^2 - 1))$$

- q_x - základná úmrtnostná miera
- p_x - pravdepodobnosť prežitia
- μ_x - sila úmrtnosti



PROJECTED MORTALITY RATE

$$q_{x,t} = q_{x,0} * RF_{x,t}$$

$$RF_{x,t} = a(x) + [1 - a(x)] * [1 - f(x)]^{t/20}$$

$$a(x) = \begin{cases} c, & x \leq 60 \\ 1 + (1 - c) \frac{x - 10}{11/5}, & 60 \leq x \leq 110 \\ 1, & x \geq 110 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} h, & x \leq 60 \\ \frac{(100 - x) * h + (x - 60)/k}{50}, & 60 \leq x \leq 110 \\ k, & x \geq 110 \end{cases}$$

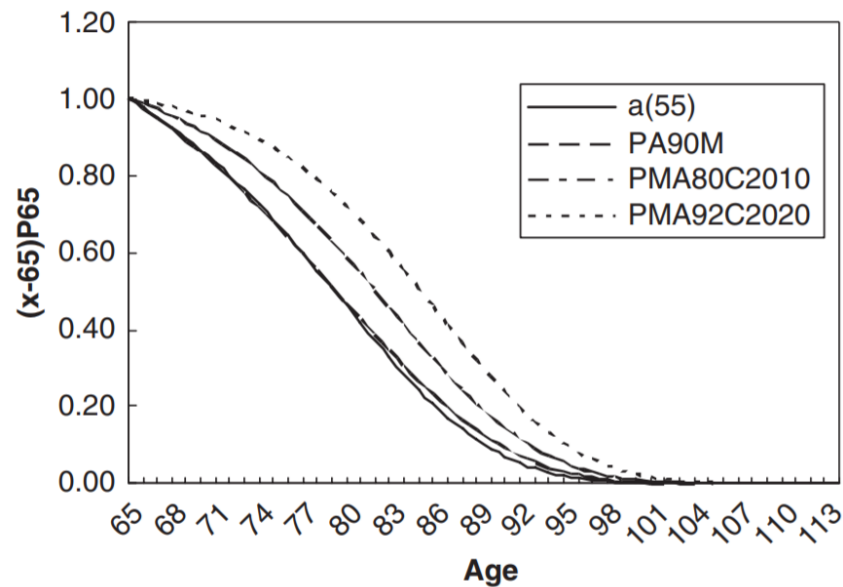
- $q_{x,t}$ - predstavuje pravdepodobnosť úmrtia do jedného roku osoby vo veku x a v čase t
- Odzrkadľuje zlepšenie životnej úrovne
- Transformovaná základná úmrtnostná miera pomocou redukčného faktora $RF_{x,t}$
- $RF_{x,t}$ je z intervalu $(0,1)$, monotónna a nerastúca funkcia času
- $t = 0$ predstavuje časové obdobie, z ktorého bola vykalibrovaná základná úmrtnostná miera



PRECHOD OD DETERMINISTICKEJ MIERY K STOCHASTICKEJ

- PMA80C2010 – projected mortality rate z obdobia 1979-1982 na rok 2010
- PMA92C2020 – projected mortality rate z obdobia 1991- 1994 na rok 2020

**ROZDIEL MEDZI NIMI JE PRÍLIŠ VEĽKÝ NA
RELATÍVNE KRÁTKE OBDOBIE MEDZI NIMI**



Aj najlepšie deterministicky
konštruované predikcie môžu
byť zlé

RIEŠENIE

Stochastické modely
(napr. Lee-Yang model)



STOCHASTIC MORTALITY RATE

$$\widehat{q}_{x,t} = q_{x,t} * \exp\left(Y(t) - \frac{1}{2}t\sigma_X^2 - \frac{1}{2}\sigma_Y^2\right)$$

$$X(t) = X(t-1) + Z_X(t)$$

$$Y(t) = X(t) + Z_Y(t)$$

$Z_X(t), Z_Y(t)$ sú iid z $N(0, \sigma_X^2)$, resp. $N(0, \sigma_Y^2)$

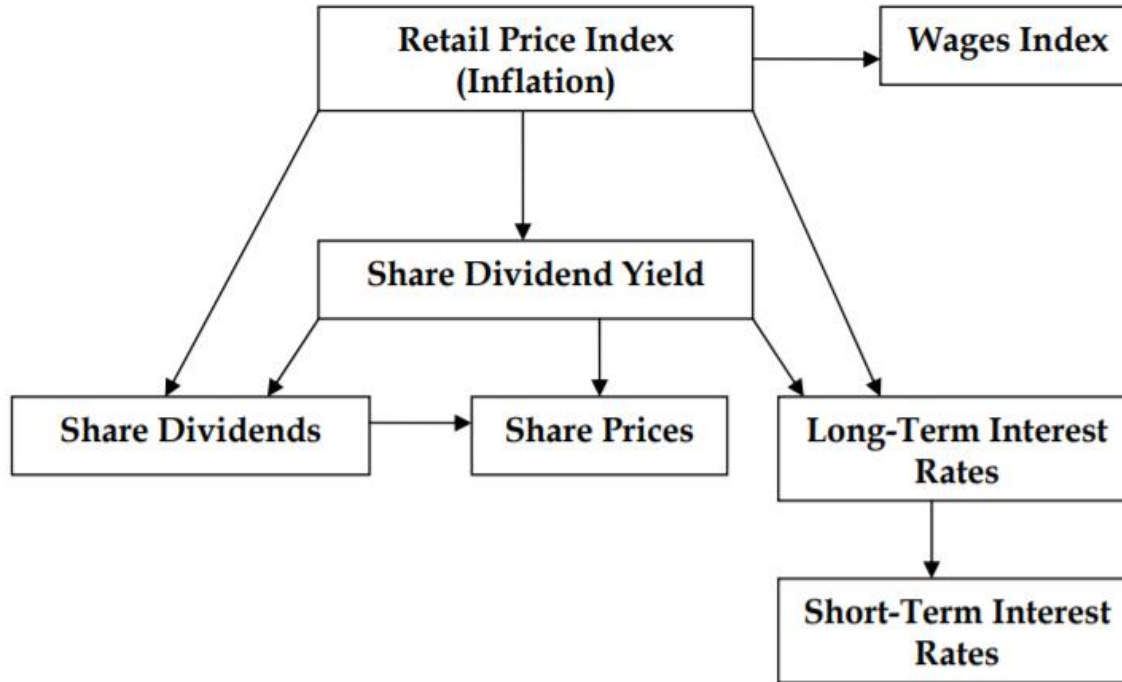
- $X(t)$ sa správa ako Random walk a predstavuje celkový drift (posun) úmrtnostnej miery medzi jednotlivými rokmi
- $Y(t)$ naopak závisí od $X(t)$ a zachytáva zmeny úmrtnostných mier špecifické pre jednotlivé roky
 - Napríklad vplyv pandémie (pre budúci rok by bol zahrnutý vplyv koroná vírusu)
- $X(0) = 0$

Dá sa ukázať cez momenty jednotlivých procesov a vzorca pre $E(e^X)$, kde X je náhodná premenná, že $E(\widehat{q}_{x,t}) = q_{x,t}$

Teda $\widehat{q}_{x,t}$ je nevychýlený odhad pre $q_{x,t}$



WILKIEHO MODEL



VSTUPNÉ PREDPOKLADY

Budúci dôchodca začal pracovať v 25 rokoch a do dôchodku odchádza v 65 rokoch

Nástupný ročný plat ako 1 jednotka platu

Nárast platu sa drží Wilkieho modelu

Miera náhrady: $RR = 80\%$

POSTUP

BASE MORTALITY RATE

Výsledky získane pomocou základnej úmrtnostnej miery sú použité ako benchmark



STOCHASTIC MORTALITY RATE

Vplyv dlhovekosti sa zisťuje pomocou výsledkov, ktoré vzniknú použitím stochastickej úmrtnostnej miery



SIMULÁCIE – ZÁKLADNÁ ÚMRTNOSTNÁ MIERA

Table 1 Optimal asset allocation and contribution rate for investment strategy 1 with base mortality table

Asset classes	Time to change asset allocation							
	0	5	10	15	20	25	30	35
Short-term bond (%)	0	0	0	0	1.07	2.29	3.80	24.23
Long-term bond (%)	100	44.63	31.45	18.90	14.99	11.75	8.89	0
Index-linked gilt (%)	0	51.39	68.55	80.31	83.94	85.73	87.31	73.00
Stock (%)	0	3.98	0	0.79	0	0.23	0	2.77

Optimal contribution rate = 16.55%.

Tracking error = 360.55.

Table 3 Optimal asset allocation and contribution for investment strategy 3 with base mortality table

Asset classes	Time to change asset allocation	
	0	20
Short-term bond (%)	1.62	13.91
Long-term bond (%)	20.77	1.30
Index-linked gilt (%)	77.61	83.41
Stock (%)	0	1.37

Optimal contribution rate = 16.37%.

Tracking error = 404.23.

Table 2 Optimal asset allocation and contribution for investment strategy 2 with base mortality table

Asset classes	Time to change asset allocation			
	0	10	20	30
Short-term bond (%)	0	1.40	4.56	17.86
Long-term bond (%)	49.61	21.19	10.83	0
Index-linked gilt (%)	50.39	77.41	84.50	80.05
Stock (%)	0	0	0.11	2.09

Optimal contribution rate = 16.58%.

Tracking error = 384.45.

Table 4 Optimal asset allocation and contribution for investment strategy 4 with base mortality table

Static investment strategy	
Short-term bond (%)	13.06
Long-term bond (%)	2.12
Index-linked gilt (%)	84.79
Stock (%)	0.03

Optimal contribution rate = 16.37%.

Value of objective function = 421.24.



PRE VŠETKY 4 INVESTIČNÉ STRATÉGIE PLATÍ

Najväčšia časť investícií spadá do investovania do index-linked gilt

DÔVOD

Rast mzdy je priamo úmerný rastu inflácie vo Wilkieho modeli, takéto investovanie predstavuje zaistenie sa proti rastu inflácie

Približovaním sa dôchodkovému veku možno pozorovať rast proporcií investovaných do krátkodobých dlhopisov a Index-linked giltov, naopak klesajú proporcie investované do dlhodobých dlhopisov

DÔVOD

Na začiatku akumuláčnej fázy investujeme agresívnejšie a na konci úmernejšie, čím sa zaistujeme proti riziku likvidity (nemuseli by sme byť schopní predat' dlhodobý dlhopis)

HODNOTA ÚČELOVEJ FUNKCIE JE VÝRAZNE ROZDIELNA

Častejšie prehodnocovanie rozloženia aktív môže viesť k väčšej pravdepodobnosti, že dosiahneme dôchodkový cieľ

DÔVOD

Častejšie rebalancovanie vedie k tomu, že budúci dôchodca na začiatku akumulačnej fázy investuje viac do dlhodobých dlhopisov, čím dosahuje vyšší zisk

DOPAD DLHOVEKOSTI NA OPTIMÁLNE ROZLOŽENIE AKTÍV



SKÚMANÉ DVA PRÍPADY VPLYVU DLHOVEKOSTI NA ROZLOŽENIE AKTÍV

01

Miera príspevkov je **ZAFIXOVANÁ** na optimálnej hodnote dosiahnutej použitím základnej úmrtnostnej miery pri prvej investičnej stratégii, akumulačná fáza je **40 ROKOV**

02

Miera príspevkov je **OPTIMALIZOVANÁ** s váhami aktív, akumulačná fáza je iba **20 ROKOV**



PRVÝ PRÍPAD

- Optimálne rozloženie váh sa výrazné mení prechodom od základnej miery až po stochastickú úmrtnostnú mieru
 - Postupným prechodom z jednej miery na druhú stúpa podiel investovaný do rizikovejších aktív, napríklad: **NÁRAST PODIELU INVESTOVANÉHO DO AKCIÍ AK UVAŽUJEME STOCHASTICKÚ ÚMRTNOSTNÚ MIERU**
- Výrazne stúpa tracking error
 - To je priamym dôsledkom toho, že na zaistenie sa proti akejsi „životnej neistote“ investujeme oveľa agresívnejšie po celú dobu akumuláčnej fázy ak uvažujeme stochastickú mieru oproti základnej
 - Agresívnejšie investovanie je omnoho významnejšie ako iba pri častejšom rebalancovaní portfólia pri základnej úmrtnostnej miere

POROVNANIE ROZLOŽENIA VÁH

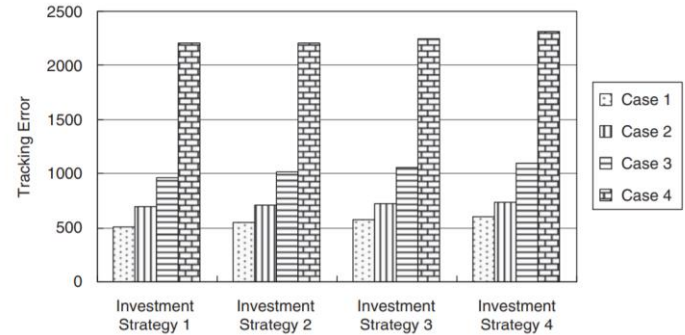
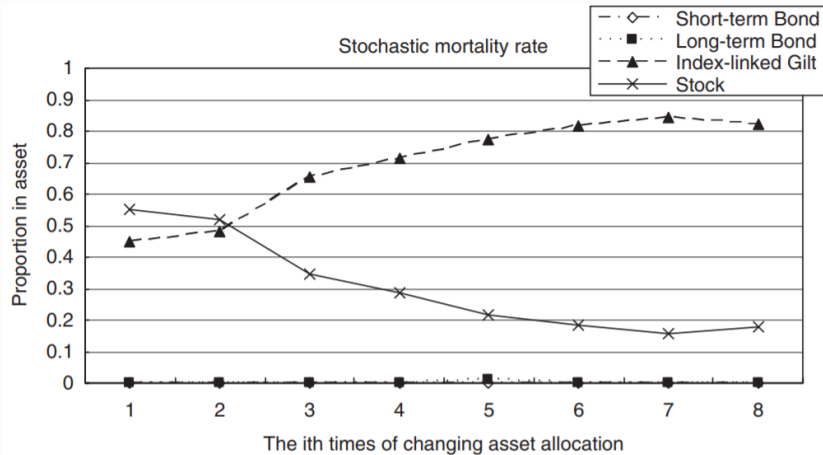
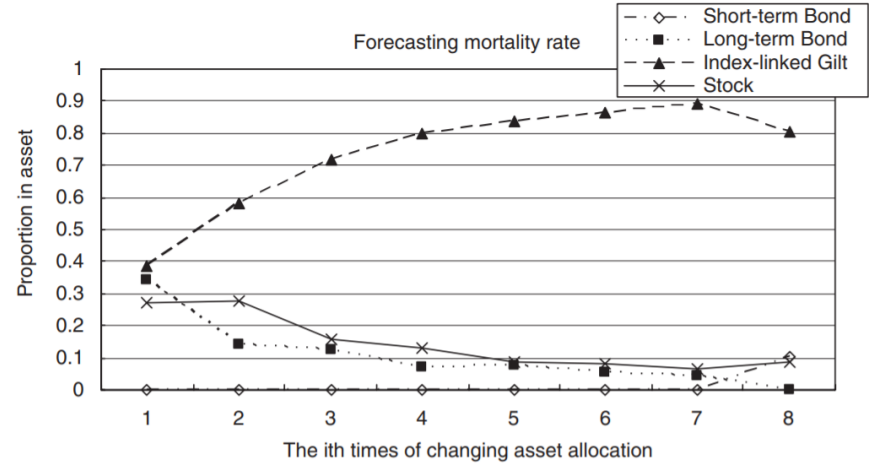
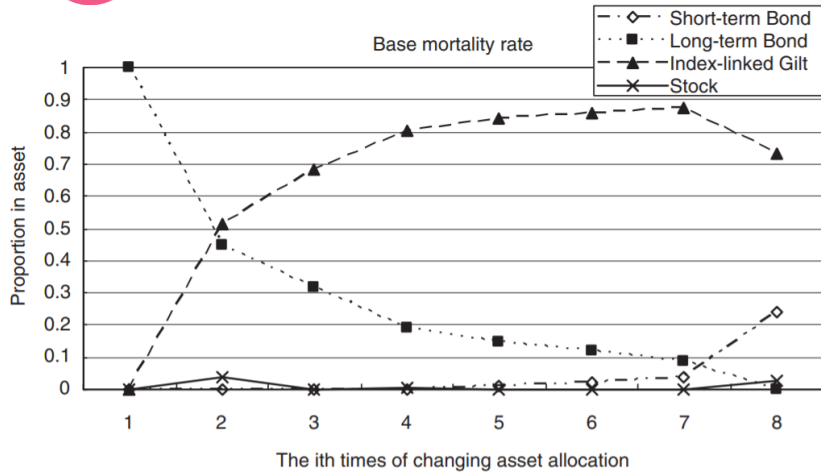
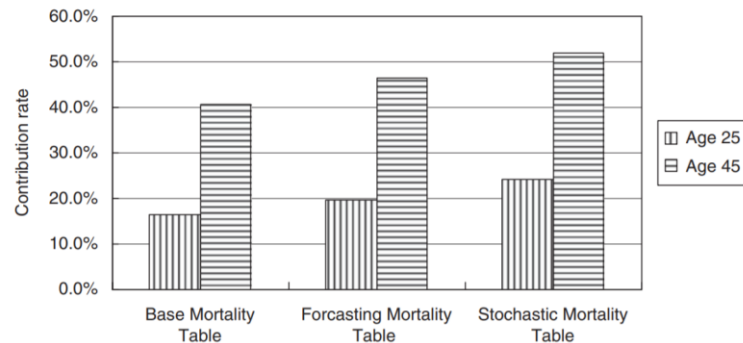
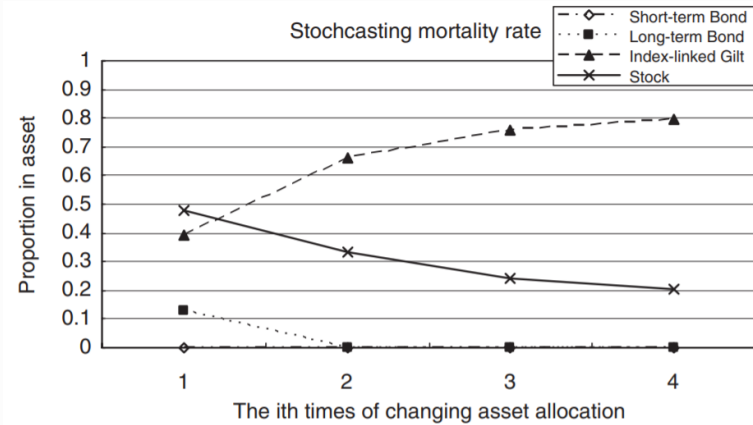
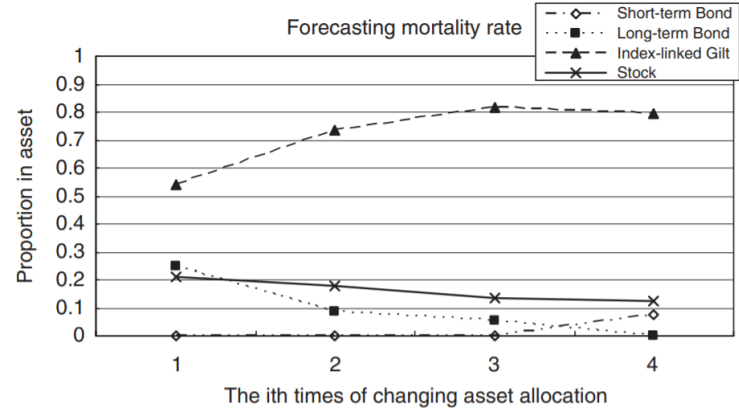
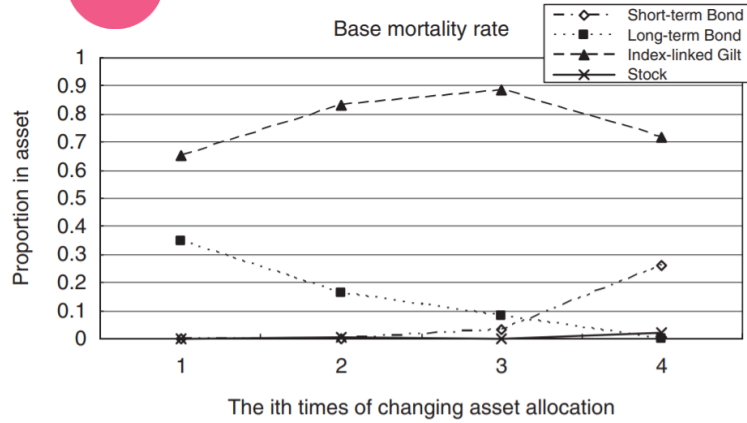


Figure 3. Tracking error comparison (age 25 years). *Notes:* Case 1: Projecting mortality table; optimal contribution rate. Case 2: Projecting mortality table; deterministic contribution rate. Case 3: Stochastic mortality table; optimal contribution rate. Case 4: Stochastic mortality table; deterministic contribution rate.

DRUHÝ PRÍPAD

- Dochádza k výraznému nárastu optimálnej hodnoty miery príspevkov pri všetkých troch použitých úmrtnostných mierach
- Dôvod je intuitívny. Aby sme dosiahli dôchodkový cieľ rýchlejšie pri kratšom časovom horizonte je nutné výrazne navýšiť práve mieru príspevkov
- Zvýšenie miery príspevkov na druhú stranu vedie k o trochu menej agresívnejšiemu rebalancovaniu portfólia oproti prvému prípadu, keď daná miera bola zafixovaná





ČO SI Z PREZENTÁCIE TREBA ODNIESŤ

ČO JE TO RIZIKO
DLHOVEKOSTI

01

STOCHASTICKÉ
ÚMRTNOSTNÉ MIERY

02

INVESTOVAŤ
AGRESÍVNEJŠIE
DO AKCIÍ, ABY SME
POKRYLI RIZIKO
DLHOVEKOSTI

03

ČASTO
REFINANCOVAŤ

04



ĎAKUJEME

Alex Babiš
Eduard Bučko

