

2-EFM-105/00 Teória nekooperatívnych hier

Domáca úloha 1

(Odvzdať do 6. novembra 2019)

1. Uvažujme túto diskretnú verziu hry Cournotovho duopolu s neúplnou informáciou: Firma 1 nepozná či firma 2 má vysoké alebo nízke náklady, dôsledkom čoho si nie je istá, akú funkciu výplat táto firma má. Predpokladajme, že firma 1 má presvedčenie, že firma 2 má vysoké náklady s pravdepodobnosťou  $1/3$  a nízke náklady s pravdepodobnosťou  $2/3$ . Firma 2 pozná svoje náklady a pozná apriórne presvedčenie firmy 1, aké náklady má firma 2. Ako zvyčajne, obe firmy sa rozhodujú o úrovni svojej produkcie, ktorá môže byť vysoká alebo nízka. Firmy majú takéto výplaty:

		FIRMA 2	
		Vysoká	Nízka
FIRMA 1	Vysoká	1, 1	2, 3
	Nízka	0, 2	1, 2

		FIRMA 2	
		Vysoká	Nízka
FIRMA 1	Vysoká	1, 1	0, 0
	Nízka	2, 0	1, -1

- Opíšte Harsanyiho transformáciu tejto hry (prípadne nakreslite herný strom transformovanej hry)!
- Vytvorte asociovanú hru k tejto hre!
- Nájdite Bayesovo – Nashovo ekvilibrium hry!
- Uvažujme všeobecnejšiu formu tejto hry, kedy presvedčenie firmy 1, že firma 2 je  $p$ ,  $p \in (0,1)$ . Aké je Bayesovo-Nashovo ekvilibrium tejto hry?

2. Učiteľ zadal domácu úlohu študentovi, ktorý môže byť odpisovať ( $O$ ) alebo byť čestný ( $C$ ). Učiteľ môže rozhodnúť buď študenta skontroluje, či odpisuje ( $K$ ) alebo neskontroluje ( $N$ ). Učiteľ je buď „dobrák“ alebo „prísny“, pričom bimaticity výplat (kde študent je riadkový hráč a učiteľ je stĺpcový hráč) zodpovedajúce jednotlivým typom učiteľa sú nasledujúce:

		UČITEĽ	
		$K$	$N$
ŠTUDENT	$O$	0, 1	2, 0
	$C$	1, 2	1, 3

		UČITEĽ	
		$K$	$N$
ŠTUDENT	$O$	0, 1	2, 0
	$C$	1, 4	1, 3

Študent nepozná typ učiteľa, avšak má presvedčenie, že je prísny s pravdepodobnosťou  $q \in (0,1)$ .

- Predpokladajte, že  $q \geq 1/2$  a nájdite množinu Bayesových Nashovych ekvilibrií tejto hry v čistých stratégiách.

(b) Teraz predpokladajte, že  $q < 1/2$ . Existuje nejaké Bayesovo Nashovo ekvilibrium tejto hry v čistých stratégiách? Existuje nejaké Bayesovo Nashovo ekvilibrium tejto hry v zmiešaných stratégiách?

3. Uvažujte hru Cournotovho ekvilibria na trhu homogénneho statku s inverznou funkciou dopytu  $p(Q)=a-Q$ , kde  $Q = q_1+q_2$  je agregovaná produkcia na trhu. Obe firmy majú rovnakú funkciu nákladov  $C_i(q_i)=cq_i$ , avšak neistý je dopyt: môže byť vysoký ( $a = a_H$ ) s pravdepodobnosťou  $\gamma$  alebo nízky ( $a = a_L$ ) s pravdepodobnosťou  $1-\gamma$ . Navyše, informácia je asymetrická: Firma 1 vie, či dopyt je vysoký alebo nízky; firma 2 len vie, že dopyt je vysoký s pravdepodobnosťou  $\gamma$  and nízky s pravdepodobnosťou  $1-\gamma$ . Obe firmy simultánne volia objemy svojej produkcie. Nájdite Bayesovo Nashovo ekvilibrium tejto hry v čistých stratégiách!