Veta 8. (Luzin) *Nech je $K \subset \mathbb{R}^n$ kompaktná a λ označuje Lebesgueovu mieru v $\mathbb{R}^n$. Ak je $f : K \to \overline{\mathbb{R}}$ λ-merateľná a konečná s.v., potom pre každé $\varepsilon > 0$ existuje otvorená množina $G \subset \mathbb{R}^n$ tak, že $\lambda(G) < \varepsilon$ a reštrikcia $f|_{K\setminus G}$ je spojitá (konečná) funkcia.*

Dôkaz. Uvažujme všetky otvorené intervaly v $\mathbb{R}$, ktorých koncové body sú racionálne čísla, a zoraďme tieto intervaly do postupnosti $U_1, U_2, \dots$. Zvoľme tiež $\varepsilon > 0$ a položme $F_0 = \emptyset$. Z Vety 6 plynie, že existuje otvorená množina G_0 tak, že $f^{-1}(-\infty) \cup f^{-1}(\infty) \subset G_0$ a $\lambda(G_0) < \varepsilon/2$. Z Vety 6 tiež plynie, že existujú otvorené množiny G_j a kompaktné množiny F_j tak, že

$$F_j \subset f^{-1}(U_j) \subset G_j \qquad \text{a} \qquad \lambda(G_j \setminus F_j) < \varepsilon 2^{-j-1}, \qquad j = 1, 2, \dots.$$

Množina $G := \bigcup_{j=0}^{\infty}(G_j \setminus F_j)$ je otvorená a $\lambda(G) < \varepsilon$. Položme $Y := K \setminus G$. Reštrikcia $f|_Y$ je zrejme konečná funkcia, lebo $G_0 \subset G$. Ďalej platí $Y \cap G_j = Y \cap F_j$, a teda

$$Y \cap f^{-1}(U_j) = Y \cap G_j, \qquad j = 1, 2, \dots.$$

Pretože každá otvorená množina v $\mathbb{R}$ sa dá napísať ako zjednotenie množín zo systému $\{U_j\}$ a množiny $Y \cap G_j$ sú otvorené v Y, sú vzory otvorených množín pri zobrazení $f|_Y : Y \to \mathbb{R}$ otvorené, a teda $f|_Y : Y \to \mathbb{R}$ je spojitá.

Dôsledok. *Za predpokladov Luzinovej vety pre každé $\varepsilon > 0$ existuje $\varphi : K \to \mathbb{R}$ spojitá tak, že $\lambda(\{x \in K : \varphi(x) \neq f(x)\}) < \varepsilon$.*

Dôkaz. Stačí použiť Tietzeho vetu o rozšírení spojitého zobrazenia $f|_{K\setminus G}$ na množinu K.