



MARTIN MOJŽIŠ

O priliehavosti matematiky

Sériu rozhovorov o úlohe matematiky v ekonómii sme ťažko mohli začať niekým iným, ako zakladateľom študijného programu Ekonomická a finančná matematika na bratislavskom matfyzu. Ťažko sa na túto tému nájde niekto povolanejší ako Pavel Brunovský.

v prvom rade chcem využiť príležitosť spýtať sa človeka, ktorý má skúsenosti s čistou matematikou, ale aj s matematikou v prírodných a technických vedách, a napokon aj s matematikou v ekonómii: ako sa líši použitie matematiky v týchto oblastiach?

Okrem matematiky, ktorá vychádza zo svojich vnútorných potrieb, existuje aj čosi, čo by som nazval matematikou na objednávku. Ak by som to mal rozlíšiť na nejakom historickom príklade, tak grécka matematika spadala do tej prvej kategórie, bola to čisto špekulatívna záležitosť. Na dru-

hej strane mezopotámska alebo egyptská matematika boli matematiky na objednávku. Úlohou bolo, napríklad, počítanie veľkosti plôch poľnohospodárskych pozemkov pre účely výpočtu daní. Táto matematika na objednávku bola menej rigorózna a často nepresná. Je napríklad známe, že

Matematik Pavel Brunovský.

Egyptania zle počítali plochu trojuholníka. Ale v tých situáciách, v ktorých to používali, bola odchýlka od správneho výsledku zanedbateľná. Páči sa mi bonmot, že čistá matematika robí to, čo sa dá, tak ako treba, a aplikovaná to, čo treba, tak ako sa dá. No a v prípade aplikácií môžu byť značné rozdiely v tom, čo by som nazval priliehavosťou použitej matematiky.

...pod priliehavosťou sa myslí to, či príslušná matematika alebo matematický model vystihuje opisovanú realitu?

Áno. V prvom rade ide o to, či predpoklady zodpovedajú realite. A potom, samozrejme, aj o to, či realite zodpovedajú závery. Overovanie súladu s realitou sa prekvapujúco často zanedbáva, a to nielen v ekonómii, kde sa experimenty robia dosť ťažko. Toto overovanie často chýba aj tam, kde sa dá robiť pomerne ľahko, vrátane inžinierskych aplikácií. Keď sme pred rokmi počítali dynamiku tlakov a prietokov vo vodovodnej sieti Bratislavy, vychádzali sme z inžinierskych formuliek, ktoré sme našli v knihách a o ktorých sme sa nevedeli dopátrať, do akej miery zodpovedajú realite. Nikde sme nenašli porovnanie teórie s reálnym svetom. Nakoniec sme my matematici urobili overovací experiment na malom piatom tlakovom pásme na Kolibe.

...podme späť k ekonómii a skúsme ju rozdeliť na makroekonómiu, mikroekonómiu a financie. Aká matematika sa používa v týchto oblastiach a nakoľko je priliehavá?

Je to trochu inak. Teoretická ekonómia sa spravidla delí na mikro, makro, teóriu hier a ekonometriu. Výpočtové financie sú dosť oddeleným svetom. Náš študijný program je svetovou raritou v tom, že ich spája a môžem s hrdosťou povedať, že naši absolventi tým bodujú aj v zahraničí. Pretože medzi ekonómiou a financiami je, samozrejme, veľký prienik. Ale je pravda, že v používanej matematike a jej priliehavosti je medzi spomínanými oblasťami zreteľný rozdiel.

...tak začnime makroekonómiou. Aká sa tam používa matematika a aká je jej priliehavosť?

Makroekonómia sa pozerá na ekonomiku akosi zvonku. Snaží sa nájsť zákonitosti

opisujúce ekonomiku ako celok. V základnej teórii sa používa pomerne jednoduchá matematika na úrovni nanajvyššieho ročníka inžinierskeho štúdia. Priliehavosť závisí od predpokladov, z ktorých sa vychádza. V prípade klasickej predkeynesiánskej makroekonómie sú tie predpoklady pre mňa zrozumiteľné a jednoznačné. Ale s keynesiánskou ekonómiou som mal vždy problém. Tam sú tie predpoklady a východiská sformulované tak čudne, že som sa cez to vlastne nikdy poriadne neprehrýzol. Dokonca mám pocit, a potvrdili mi to aj kolegovia keynesiánci, že dodnes neexistuje nijaká jednoznačná a všeobecne prijatá matematická formulácia keynesiánskej makroekonómie.

...ale to je dosť prekvapujúce. Nesvedčí to o akomsi intelektuálnom neporiadku v tejto formulácii makroekonómie?

Možno som tomu jednoducho nevenoval dosť času a úsilia. Ale trvám na tom, že učebnice makroekonómie aj od renomovaných autorov sú písané neporiadne a bez účty k čitateľovi – prinajmenšom tie, čo sa mi dostali do rúk. Predovšetkým mi chýba „rozdielová“ metóda – teda precízne vymedzenie paralel a rozdielov medzi jednou a druhou, alternatívnou teóriou.

...ako je to možné, keď ide o takú elementárnu matematiku?

Neviem, ale znovu musím zdôrazniť, že chyba môže byť aj vo mne. K ekonómii som sa dostal až nedávno a preto mi v nej chýba to, čomu v matematike vravíme matematický folklór. To sú veci, ktoré sa človek nikde nedočíta, ale dostanú sa k nemu jednoducho tým, že sa v tom prostredí pohybuje. Ja som sa takmer celý život pohyboval v prostredí matematiky a tam som ten folklór do seba nasal. Ale v ekonómii mi chýba.

...prejdime k mikroekonómii. Aká sa tam používa matematika?

Mikroekonómia sa pozerá na ekonomiku z pohľadu jednotlivých aktérov, čiže firiem a spotrebiteľov. Týmto aktérom sa hovorí agenti, čo je podľa mňa otrocký a zlý preklad z angličtiny, ktorý v slovenčine človeku hneď evokuje 007 alebo ŠtB. Lepší som však nenašiel, a tak ich občas nazývam hobbistami. Matematiky je tam o čosi viac ako v makroekonómii, ale väčšinou nie až tak veľmi. Čerešničkou na torte sú výsledky o všeobecnej rovnováhe, ktoré využívajú sofistikovaný matematický nástroj viet o pevnom bode. Niektoré dôkazy klasikov Arrowa a Debreua sú naozaj „ingenious“. Pre matematiku je mikroekonómia príťažlivá predovšetkým svojimi myšlienkovými postupmi. Vychádza z niekoľkých zrozumiteľných a prijateľných axiém o firmách a spotrebiteľoch, z ktorých deduktívne odvodzuje zaujímavé závery o správaní ekonómie ako celku. Treba dodať, že do mik-



PAVELBRUNOVSKÝ / Jedinný slovenský matematik, ktorý mal pozvanú (tj. organizátormi vyžiadajú) prednášku na Medzinárodnom kongrese matematikov. Ako hostujúci profesor pôsobil na univerzitách vo Viedni, Paríži, Michigane a Tokiu. Je držiteľom štátneho vyznamenania Pribinov kríž. Zo starších úspechov stojí za zmienku titul majstra Československa v orientačných pretekoch za roky 1955, 1956 a 1958.

roekonómie sa niekedy zahŕňa aj teória hier, ktorá dala vznik samostatnej matematickej disciplíny.

...a ako je to s priliehavosťou tejto matematiky? Nie je to tak, že v sofistikovanej matematike záleží v predpokladoch na každom detaile a mnohé z týchto predpokladov nezodpovedajú celkom realite?

Je to tak. Napríklad v minulom čísle týždňa spomínaná tranzitívnosť relácie indierencie sa naozaj dá sponchybní psychologickými experimentmi, veď práve za to dostal Kahneman Nobelovu cenu. Ale celkovo by som povedal, že hoci priliehavosť matematiky v mikroekonómii nedosahuje úroveň prírodných vied, predsa len je vyššia ako v makroekonómii.

...a ako je to vo financiách?

Tam sú úlohy väčšinou lepšie formulované ako v ekonómii. Úloha stanoviť cenu opcie, teda práva kúpiť nejakú akciu o rok za určitú cenu má určite jednoznačnejšiu a menej subjektívnu formuláciu ako úloha, čo sa stane s ekonomikou krajiny, ak sa zdvihne daň. Takže priliehavosť je zrejme vyššia ako v ekonómii, čo umožňuje zapojiť do výpočtov oveľa náročnejšiu matematiku. Tieto výpočty potom vedú k hodnoverným číselným výsledkom. Pri dlhodobých prepočtoch sa však nedá obísť bez často subjektívnych prognóz. To sa týka napríklad analýz dôchodkového systému, či už z hľadiska dopadov na štátny rozpočet, alebo na jednotlivého poistenca.

...tieto subjektívne prognózy však môžu často významným spôsobom ovplyvňovať výsledky a v istom zmysle znehodnocovať použitú rigoróznú matematiku...

Je pravda, že modely obsahujú subjektívne prvky, napríklad v podobe voľby typu „produkčných funkcií“. To, nakoľko výsledky závisia od tejto voľby, sa dá skúmať „parametrickými štúdiami“. Tým myslím, že problematické predpoklady nahradíme alternatívnymi a zistíme, čo to spraví s výsledkami. Či sa zmenia len málo, alebo viac, alebo či nebudaj neprídeme k celkom protichodným záverom. A podobne, ako v prípade vodovodov, sa mi zdá, že to trápi skôr matematikov ako ekonómov. ●