

Parciálne diferenciálne rovnice a ich aplikácie

Daniel Ševčovič



Vydavatel'stvo a tlač, s.r.o.

Parciálne diferenciálne rovnice a ich aplikácie

Daniel Ševčovič

Vydal doc. RNDr. Daniel Ševčovič, CSc.,
ako vysokoškolskú učebnicu vlastným nákladom vo vydavateľstve
IRIS, Vydavateľstvo a tlač, s.r.o.

© doc. RNDr. Daniel Ševčovič, CSc., 2008

Recenzent: RNDr. Eugen Viszus, CSc.

Jazyková úprava: RNDr. Andrea Ševčovičová, PhD.

ISBN 978-80-89238-14-9 (viaz.)

ISBN 978-80-89238-15-6 (brož.)

Obsah

Úvod	7
1 <i>Parciálne diferenciálne rovnice a matematické modelovanie</i>	10
1.1 Zákon zachovania hmoty	11
1.2 Rovnica vedenia tepla	15
1.3 Rovnica priečného kmitania struny	18
1.4 Black – Scholesov model	20
2 <i>Klasifikácia a rád parciálnych diferenciálnych rovníc</i>	25
2.1 Rád diferenciálnej rovnice	26
2.2 Rovnice prvého rádu	27
2.3 Klasifikácia rovníc druhého rádu	28
3 <i>Parciálne diferenciálne rovnice prvého rádu</i>	31
3.1 Homogénne rovnice prvého rádu	31
3.2 Nehomogénne a kvázilineárne rovnice	39
3.3 Príklady	44
4 <i>Parabolické parciálne diferenciálne rovnice</i>	45
4.1 Metóda Greenovej funkcie	46
4.1.1 Motivácia a hlavná myšlienka	46
4.1.2 Princíp porovnávania riešení	53
4.1.3 Princíp zhladzovania a ďalšie dôsledky	54
4.1.4 Nehomogénne parabolické rovnice	56
4.1.5 Prípad viacrozmernej oblasti	57
4.1.6 Aplikácia na Black – Scholesov model	58
4.1.7 Príklady	63
4.2 Fourierova metóda separácie premenných	65
4.2.1 Motivácia a hlavná myšlienka	65
4.2.2 Metóda hľadania riešenia pomocou separácie pre- menných	66

4.2.3	Príklady výpočtu riešenia použitím Fourierovej metódy	71
4.2.4	Princíp porovnávania riešení	74
4.2.5	Princíp zhladzovania riešenia	75
4.2.6	Nehomogénne rovnice	76
4.2.7	Príklady	80
5	<i>Eliptické parciálne diferenciálne rovnice</i>	83
5.1	Motivácia štúdia eliptických rovníc	83
5.2	Harmonické funkcie	86
5.3	Greenov vzorec	88
5.4	Greenova reprezentácia riešení	90
5.5	Princíp maxima	94
5.6	Metódy riešenia eliptických rovníc	97
5.7	Príklady	101
6	<i>Hyperbolické rovnice</i>	104
6.1	Rovnice na neohraničenom intervale	104
6.1.1	Príklady riešenia vlnovej rovnice na neohraničenom intervale	106
6.2	Vlastnosti riešení hyperbolickej rovnice	108
6.3	Rovnice na ohraničenom intervale	109
6.4	Príklady	114
7	<i>Niektoré vybrané aplikácie parciálnych diferenciálnych rovníc</i>	116
7.1	Parabolické rovnice a filtrácia signálu	116
7.2	Parabolické rovnice a filtrácia obrazu	118
7.3	Eliptické rovnice a základná veta algebry	123
	<i>Literatúra</i>	127
	<i>Register</i>	129