Riešiteľský seminár
1. séria úloh

1. Nech $\{x_n\}_{n=1}^{\infty}$ je postupnosť zadaná vzťahmi:
   $x_1 = 0$, $x_2 = 2$, $x_3 = 3$ a $x_{n+3} = x_n + x_{n+1}$ pre všetky $n \in \mathbb{N}$.
   Dokážte, že pre každé prvočíslo p platí $p \mid x_p$.

2. Nech $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ je postupnosť kladných reálnych čísel taká, že $a_n \leq a_{2n} + a_{2n+1}$ pre všetky $n \in \mathbb{N}$. Dokážte, že $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ diverguje.

3. Pre každé reálne číslo x_1 definujeme postupnosť $\{x_n\}_{n=1}^{\infty}$ predpisom
   $$x_{n+1} = x_n \left(x_n + \frac{1}{n} \right)$$
   pre všetky $n \in \mathbb{N}$. Dokážte, že existuje práve jedno x_1 také, že $0 < x_n < x_{n+1} < 1$ platí pre všetky $n \in \mathbb{N}$.

4. Dokážte, že každý konvexný päťuholník s vrcholmi v mrežových bodoch má obsah aspoň $\frac{5}{2}$.

5. Dokážte, že neexistujú 4 body v rovine také, že všetky ich vzájomné vzdialenosti sú nepárne celé čísla.

Termín: do 14. novembra 1996

Riešiteľský seminár
1. séria úloh

1. Nech $\{x_n\}_{n=1}^{\infty}$ je postupnosť zadaná vzťahmi:
   $x_1 = 0$, $x_2 = 2$, $x_3 = 3$ a $x_{n+3} = x_n + x_{n+1}$ pre všetky $n \in \mathbb{N}$.
   Dokážte, že pre každé prvočíslo p platí $p \mid x_p$.

2. Nech $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ je postupnosť kladných reálnych čísel taká, že $a_n \leq a_{2n} + a_{2n+1}$ pre všetky $n \in \mathbb{N}$. Dokážte, že $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ diverguje.

3. Pre každé reálne číslo x_1 definujeme postupnosť $\{x_n\}_{n=1}^{\infty}$ predpisom
   $$x_{n+1} = x_n \left(x_n + \frac{1}{n} \right)$$
   pre všetky $n \in \mathbb{N}$. Dokážte, že existuje práve jedno x_1 také, že $0 < x_n < x_{n+1} < 1$ platí pre všetky $n \in \mathbb{N}$.

4. Dokážte, že každý konvexný päťuholník s vrcholmi v mrežových bodoch má obsah aspoň $\frac{5}{2}$.

5. Dokážte, že neexistujú 4 body v rovine také, že všetky ich vzájomné vzdialenosti sú nepárne celé čísla.

Termín: do 14. novembra 1996