UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE

FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY

CENTRALITA VRCHOLOV V SOCIÁLNEJ SIETI

Bakalárska práca

2017

Zuzana Ondrejáková

UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE

FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY

Centralita vrcholov v sociálnej sieti

Bakalárska práca

Študijný program:	Poistná matematika
Študijný odbor:	6211 Štatistika
Školiace pracovisko:	Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky
Školiteľ:	doc. RNDr. Beáta Stehlíková, PhD.

Bratislava 2017 **Zuzana Ondrejáková**

70489847

Univerzita Komenského v Bratislave
Fakulta matematiky, fyziky a informatiky

ZADANIE ZÁVEREČNEJ PRÁCE

Meno a priezvisko študenta: Zuzana Ondrejáková
Študijný program: poistná matematika (Jednoodborové štúdium, bakalársky I. st., denná forma)
Študijný odbor: štatistika
Typ záverečnej práce: bakalárska
Jazyk záverečnej práce: slovenský
Sekundárny jazyk: anglický

Názov: Centralita vrcholov v sociálnej sieti
Centrality of nodes in a social network

Cieľ: Práca bude obsahovať:
(1) Popis rôznych mier centrality vrcholov v sociálnych sieťach a ich výpočet v softvéri R
(2) Príklady analýz z článkov, v ktorých sa skúmali sociálne siete a centralita ich vrcholov - o aké siete išlo, aké miery centrality sa použili, aké výsledky sa získali.
(3) Anlayza niekoľkých vlastných príkladov, pričom aspoň niektoré zo sietí budú získané z vlastných dát (teda nie dáta priamo dostupné v tvare sietí, ale získané napríklad spracovaním vlastných dotazníkov, odkazov na stránkach a pod. - podľa vlastného výberu).

Vedúci: doc. RNDr. Beáta Stehlíková, PhD.
Katedra: FMFI.KAMŠ - Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky
Vedúci katedry: prof. RNDr. Daniel Ševčovič, CSc.

Dátum zadania: 24.10.2016

Dátum schválenia: 26.10.2016

doc. RNDr. Katarína Janková, CSc.
garant študijného programu

.... študent

.... vedúci práce

Poďakovanie

Touto cestou by som sa chcela úprimne poďakovať vedúcej mojej bakalárskej práce doc. RNDr. Beáte Stehlíkovej,PhD. za odbornú pomoc, prínosné pripomienky a za všetok čas a námahu, ktorú vynaložila, aby ma viedla pri písaní práce. Ďalej by som chcela poďakovať svojej rodine a priateľom, ktorí ma podporujú nie len pri písaní bakalárskej práce ale počas celého štúdia.

Abstrakt

ONDREJÁKOVÁ;, Zuzana : Centralita vrcholov v sociálnej sieti. [Bakalárska práca]. Univerzita Komenského v Bratislave. Fakulta matematiky, fyziky a informatiky; Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky. Vedúci bakalárskej práce: doc. RNDr. Beáta Stehlíková, PhD. : UK, 2017. 55 s.

Práca sa zaoberá problematikou týkajúcou sa dôležitosti uzlov v sieti. Hlavným cieľom tejto bakalárskej práce je vysvetliť a aplikovať miery centralít vrcholov na rôzne sociálne siete. V prvej kapitole sú predstavené základné pojmy z teórie grafov a najznámejšie miery centralít. Touto cestou sa snažíme voviesť čitateľa do danej témy. V druhej kapitole sú vysvetlené miery centralít na konkrétnej sociálnej sieti. Taktiež je vysvetlené zostavenie modelu siete a výpočty centralít vrcholov v štatistickom softvéri R. V nasledujúcej kapitole sa nachádza analýza dopravných sietí zobrazených na základe dát získaných vlastným spracovaním. V poslednej kapitole hľadáme lídrov teroristických organizácii pomocou metódy AHP a analýzy sociálnych sietí.

Kľúčové slová: analýza sociálnych sietí, miery centralít , sociálna sieť, AHP metóda

Abstract

ONDREJÁKOVÁ, Zuzana: Centrality of nodes in a social network. [Bachelor thesis]. Comenius University in Bratislava. Faculty of Mathematics, Physics and Informatics; The Department of Applied Mathematics and Statistics. Leader of bachelor thesis: doc. RNDr. Beáta Stehlíková, PhD., Bratislava: UK, 2017. 55 p.

The thesis deals with problems concerning the importance of nodes in a network. The main aim of this thesis is to explain and apply the centrality measures of nodes to different social networks. In the first chapter, the basic terms from the theory of graphs and the best-known centrality measures are presented. In this way we try to introduce the reader to the topic. In the second chapter, the centrality measures on a specific network are clarified. Also, the network's formation model and calculations of the centrality of the nodes in the statistical software R, are explained. The next chapter contains an analysis of transport networks displayed on the basis of data obtained by own processing. In the last chapter we look for leaders of terrorist organizations with the help of the AHP method and social network analysis.

Keywords: social network analysis, centrality measures, social network, AHP method

Obsah

Úvod

Už od narodenia je každý jeden z nás súčasťou sociálnej siete. Rodina je najtypickejším príkladom sociálnej siete, do ktorej patríme od začiatku, až po koniec nášho života. Nielen rodina, kolektív priateľov, rasové alebo náboženské príslušenstvá tvoria sociálnu sieť ale aj rozmanité oblasti ekonomiky, dopravy, priemyslu a mnoho ďalších odvetví. V skratke povedané siete sú všade okolo nás. V týchto sieťach sa vyskytuje kvantum druhov vzťahov ako priateľstvo medzi kamarátmi, obchodný vzťah medzi spoločnosťami, ktoré je možné skúmať a analyzovať. Vďaka existujúcim vzťahom dokážeme určiť, kto je najobľúbenejší, kto má najlepšie postavenie v sieti.

V tejto práci predstavíme dôležitosť jednotlivcov v rámci skupiny. Jednou z možností ako určiť dôležitosť jednotlivých členov v sieti sa dá vysvetliť prostredníctvom mier centralít, ktoré budeme vysvetľovať a aplikovať na rôzne druhy reálnych sietí.

Celá práca je rozdelená do štyroch kapitol. V prvej kapitole priblížime čitateľovi pojem sociálna sieť, dôležité pojmy z teórie grafov a najznámejšie miery centralít vrcholov potrebných pre nasledujúce kapitoly. Druhá kapitola pozostáva z vysvetlenia mier centralít na konkrétnej sieti. Programovanie v štatistickom softwéri R uľahčuje prácu so sieťami preto si predvedieme základne funkcie potrebné na zostavenie modelu siete a výpočty mier centralít vrcholov. Tretia kapitola je zameraná na analýzu dopravných sietí vytvorených na základe vlastného spracovania odkazov. Analýza dopravných sietí je dôležitým prístupom pre zabezpečenie nerovnosti v dopravných systémoch. Posledná štvrtá kapitola vysvetľuje metódu AHP, ktorá je spolu s mierami centralít aplikovaná na teroristcické siete v ktorých hľadáme vodcov teroristických organizácii, ktorý spáchali útoky na ostrov Bali a Spojené štáty. Je možné, že hľadanie vodcov teroristických organizácii pomocou AHP metódy v spojení s mierami centralít môže viesť k boju proti terorizmu.

1 Čo je sociálna sieť ?

Myšlienka sociálnej siete sa objavila už v roku 1890, keď nemeckí vedci pracovali na výskume sociálnych skupín [19]. Avšak, prvýkrát použil tento pojem až v roku 1954 londýnsky profesor J.A. Barnes, ktorý študoval sociálne väzby medzi rybármi v Nórsku [3]. Pojem sociálna sieť prebratý z anglického slova "social network", bol chápaný odlišne ako v súčastnosti. V súčasnosti si ľudia pod pojmom sociálna sieť predstavia nejakú komunitu ľudí, ktorí môžu pomocou webu medzi sebou komunikovať, nadväzovať nové priateľstvá a zdieľať spoločné zážitky. J.A Barnes ju definoval ako množinu subjektov, ktoré sú medzi sebou poprepájané rôznymi väzbami a vytvárajú celkovú sieť vzťahov.[1] Kde subjekty, inak nazývané aj vrcholmi alebo uzlami , predstavujú : rodiny, organizácie, osoby, krajiny a väzby medzi nimi označujú vzťahy ako : priateľstvo, príbuzenstvo, vzájomnú spoluprácu.

Celé naše fungovanie, či už v práci alebo v súkromí sa odohráva v nejakých sociálnych sieťach. Takisto, majú aj významnú úlohu pri riadení organizácií, rozhodovaní, spolupráci, riešení problémov a zdieľaní informácií. Na štruktúre sociálnej sieti sú založené aj politické, ekonomické a sociálne vzťahy.

Keďže sociálna sieť je chápaná ako systém vrcholov poprepájaných prostredníctvom hrán, môžeme povedať, že nadväzuje na teóriu grafov. Výsledkom je graf, zobrazujúci všetky prvky skúmaného sociálneho systému a ich vzťahy.

Vznik teórie grafov sa spája s významným matematikom Leonhardom Eulerom, ktorý pochádzal z pruského mesta Königsberg rozdeleného na štyri časti riekou Pregel, poprepájaných siedmimi mostmi. Tak začal riešiť problém ako prejsť cez všetky mosty bez toho, aby cez niektorý most prešiel dvakrát. Tento problém previedol na úlohu nakresliť graf jedným ťahom. Dokázal, že to nie je možné, lebo takáto možnosť existuje len vtedy, ak každý vrchol grafu má párny počet hrán a tým položil základy teórie grafov [8]. V súčasnosti je teória grafov veľmi

[1] Barnes, J. A. (1954). Class and committees in Norwegian island parish. Human Relations, 7, 39-58

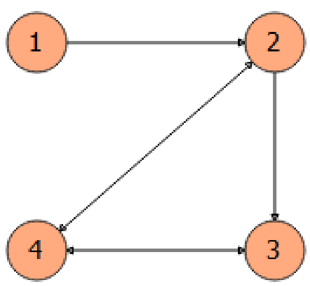
dôležitou súčasťou matematiky a tak isto je dôležitá aj v oblasti technológií, výpočtovej techniky a vedy.

1.1 Základné pojmy

Definícia 1.1 Definujme sieť $G = (N, E)$ určenú dvoma množinami, množinou vrcholov $N = \{ n_1, n_2, \dots , n_m \}$ a množinou hrán $E = \{ e_1, e_2, \dots , e_n \}$ a jej maticu susednosti A typu $n \times n$. Prvok matice $a_{ij} = 1$ ak existuje hrana spájajúca vrcholy ij a $a_{ij} = 0$ ak neexistuje žiadna hrana medzi vrcholmi i a j.

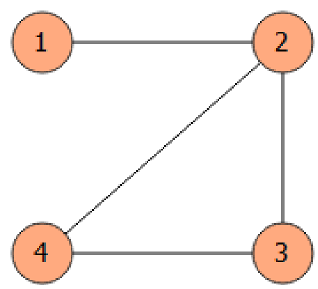
Ak existuje aspoň jedna dvojica vrcholov ij v sieti G pre ktoré platí $a_{ij} \neq a_{ji}$ hovoríme, že sieť je orientovaná.

Ak pre všetky vrcholy ij v sieti G platí $a_{ij} = a_{ji}$ hovoríme, že sieť je neorientovaná.



$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Obrázok č.1 Príklad orientovanej siete a jej matice susednosti

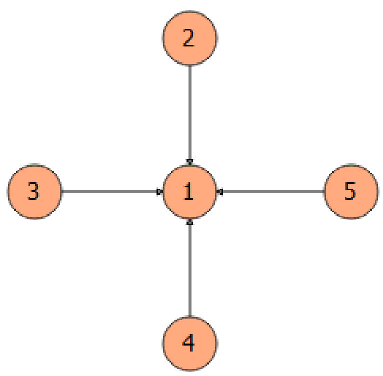


$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

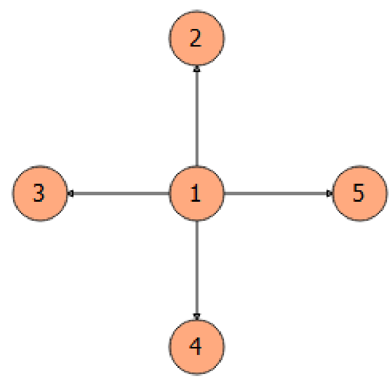
Obrázok č.2 Príklad neorientovanej siete jej matice susednosti

Definícia 1.2 Stupeň vrcholu i v grafe $G = (N, E)$ zodpovedá počtu priamych hrán obsahujúcich daný vrchol. V orientovanom grafe rozlišujeme dva typy stupňov :

- vstupný stupeň (In-degree) vrchola i ozn. $IdeG(i)$ - reprezentuje počet hrán vchádzajúcich do vrchola i,
- výstupný stupeň (Out-degree) vrchola i ozn. $OdeG(i)$ – reprezentuje počet hrán vychádzajúcich z vrchola i.



Obrázok č.3 Príklad vstupujúceho stupňa pre vrchol 1, $IdeG(1) = 4$



Obrázok č.4 Príklad vystupujúceho stupňa pre vrchol 1, $OdeG(1) = 4$

Definícia 1.3 Množinu všetkých vrcholov susednými s vrcholom *i* nazývame okolím vrchola i.

Definícia 1.4 Prechádzku z vrchola n_0 do vrchola n_k nazveme konečnou neprázdnou postupnosťou vrcholov $N = (n_0, n_1, \dots, n_k)$ a hrán $E = (n_0 n_1, n_2 n_3, \dots, n_{k-1} n_k)$, kde e_k je hrana spájajuca vrcholy n_{k-1} a n_k pre všetky k. Ak sa vrcholy n_k neopakujú, prechádzku nazývame cestou s dĺžkou $k - 1$.

Definícia 1.5 Hustota siete predstavuje vzájomné poprepájanie uzlov v sieti. Pri hustote 1 môžeme o sieti povedať, že jej uzly sú poprepájané na 100 % , to znamená, že každý uzol je spojený s každým. Matematicky povedané, je to pomer existujúcich hrán v sieti, ku všetkým možným hranám medzi uzlami. Hustotu siete môžeme vypočítať nasledovne

$$D = \frac{2e}{n(n-1)}.$$

Pričom *D* predstavuje hustotu siete, *e* je počet existujúcich hrán a *n* je počet vrcholov v sieti.

Definícia 1.6 Priemer siete je maximálna excentricita uzla alebo inak povedané " najdlhšia najkratšia" vzdialenosť medzi dvoma poprepájanými vrcholmi v sieti. Priemer je jednoducho definovaný ako maximum najkratšej vzdialenosti.

$$diam(G) = max_{i,j}\, d_G(i,j)$$

Defiícia 1.7 Excentricita vrcholu i je v prepojenej sieti maximálna vzdialenosť vrchola *i* medzi akýmkoľvek iným vrcholom j. V neprepojenej sieti má vrchol nekonečnú excentricitu. Maximálnu excentricitu nazývame aj priemerom siete a minimálnu zase polomerom siete.

$$exc(i) = max_{i,j} d_G(i,j)$$

Definícia 1.8 Koeficient zhlukovania uzla i popisuje ako sú navzájom poprepájaný jeho susedia. Pre lepšie pochopenie to môžeme vysvetliť ako priatelia mojich priateľov sú moji priatelia. Matematicky ho možno vyjadriť ako pomer počtu hrán existujúcich medzi susedmi ku celkovému počtu možných hrán medzi nimi.

1.2 Analýza sociálnych sietí

Analýza sociálnych sietí vychádza z predpokladu dôležitosti vzťahov medzi interaktívnymi jednotkami. Jednotkou analýzy v sieťovej analýze nie je jednotlivec, ale subjekt pozostávajúci zo súboru jednotlivcov a ich prepojení. Perspektíva sociálnej siete zahŕňa teórie, modely a aplikácie vyjadrené z hľadiska vzťahových koncepcií alebo procesov.

Štruktúra SNA sa skladá zo subjektov (vrcholov) ako sú ľudia, veci, organizácie a väzieb (rozličných vzťahov alebo interakcií), ktoré ich spájajú. Nástup moderného myslenia a výpočtovej techniky uľahčil postupný vývoj konceptu sociálnej siete vo forme zložitých sietí, založených na grafoch s mnohými typmi uzlov a väzieb. Tieto siete sú kľúčom k postupom a iniciatívam zahŕňajúce riešenie problémov.

SNA vystupuje ako dôležitá technika v rozmanitých oblastiach modernej sociológie, antropológie, geografie, ekonómie a biológie. Zameriava sa skôr na vzťahy medzi aktérmi než na atribúty aktérov. Štruktúra siete taktiež ovplyvňuje podstatné výsledky SNA. Sociálne siete sú charakterizované aj osobitnou metodikou zahŕňajúcou techniky zhromažďovania údajov, štatistickú analýzu, vizuálnu reprezentáciu atď.

1.3 Centrality vrcholov

Celú túto časť sme spracovali na základe knihy [11] a článkov [4] a [9].

Centralita vrcholov, alebo identifikácia, ktoré vrcholy sú viac "centrálne" ako ostatné, bola kľúčovou otázkou pre analýzu siete. Freeman (1978) tvrdil, že centrálne vrcholy sú "v centre diania". Ako príklad svojej myšlienky použil sieť skladajúcu sa z piatich uzlov.

Tvrdil, že stredný vrchol má tri výhody oproti ostatným vrcholom:

- má viac hrán,
- môže dosiahnuť všetky ostatné rýchlejšie,
- kontroluje tok medzi ostatnými.

Na základe týchto troch aspektov Freeman sformuloval tri odlišné miery centralít vrcholov: stupeň, blízkosť a stredovú medzipolohu [9]. Na ďalšom spôsobe ako merať centralitu sa podieľal Bonacich, ktorého myšlienkou bolo, že meranie dôležitosti vrcholu je určené tým, ako dôležité sú jeho susedné vrcholy [4]. Na tomto princípe funguje centralita vlastného vektora.

1.3.1 Centralita stupňa

Za prvý, najjednoduchší a najzákladnejší spôsob, ako zistiť polohu vrchola v sieti je považovaná centralita stupňa. Centralita stupňa udáva počet priamych väzieb k ostatným vrcholom v sieti. Vrchol, ktorý má väčší stupeň (má väčší počet priamych väzieb na ostatné vrcholy) sa považuje za viac centrálny ako ostatné, čiže je z hľadiska pozície zvýhodnený oproti ostatným.

V orientovanej sieti rozlišujeme dva typy centralít vrchola i :

- in-degree centralita ozn. $deg-(i)$ – je počet priamych hrán smerujúcich k hlavnému vrcholu i,
- out-degree centralita ozn. $deg+(i)$ – je počet priamych hrán vychádzajúcich z hlavného vrcholu i.

In- degree je dobrým ukazovateľom popularity v sieti a out-degree predstavuje pospolitosť.

Centralita stupňa $Cd\ (i\ ;\ g)$ vrchola i v sieti g je definovaná nasledovne

$$C_d(i;g) = \frac{d_i(g)}{n-1} = \frac{|N_i(g)|}{n-1},$$

kde $Ni(g)$ označujeme ako susedstvo uzla i v sieti g (t.j. množina uzlov s ktorou uzol i má hranu) $N_i(g) = \{j \in V; g_{ij} = 1\}$, $d_i(g)$ je stupeň vrchola i , n je celkový počet vrcholov v sieti a platí $0 \leq C_d(i;g) \leq 1$.

1.3.2 Centralita blízkosti

Centralita blízkosti je ďalší uhol pohľadu, ktorý charakterizuje centrálne postavenie vrchola v grafe . Hovorí o tom, ako jednoducho môže vrchol dosiahnuť ostatné vrcholy, avšak nemusí byť medzi nimi priama väzba ako pri centralite stupňa. Matematicky, blízkosť možno vypočítať súčtom minimálnych vzdialeností ku všetkým ostatným vrcholom.

Centralita blízkosti $C_C(i;g)$ vrchola i v sieti g je definovaná nasledovne

$$C_c(i;g) = \frac{n-1}{\sum_{i\neq j} l(i,j;g)},$$

kde $l(i,j;g)$ reprezentuje dĺžku najkratšej cesty meranou počtom hrán medzi vrcholmi i a j a n je celkový počet vrcholov v grafe g.

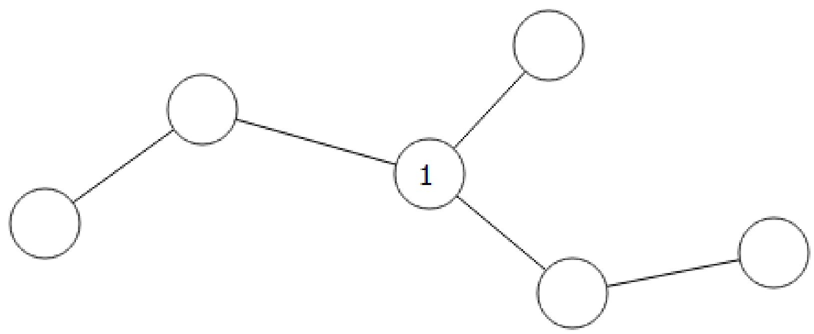
Vrcholy, ktoré majú vysokú hodnotu tejto centrality majú najmenší súčet vzdialeností ku všetkým ostatným vrcholom. Najväčšiu blízkosť má vrchol, od ktorého je možné dostať sa ku všetkým ostatným vrcholom .

Za ďalšiu možnosť merania centrality blízkosti sa považuje decay centralita. Decay centralita je založená na meraní blízkosti medzi zvoleným vrcholom a každým ďalším vrcholom v sieti, váženým parametrom tlmenia (decay parameter). Presnejšie je centralita daného vrchola i v grafe g definovaná ako

$$\sum_{i\neq j} \delta^{l(i,j)},$$

pričom $\delta \in (0,1)$ je parameter tlmenia a $l(i,j)$ je vzdialenosť medzi vrcholmi i a j. Ak $l(i,j)$ je rovné nekonečnu, je známe že medzi vrcholmi i a j neexistuje žiadna cesta.

Pre lepšie pochopenie aplikujeme decay centralitu pre vrchol 1 v sieti zobrazenej na Obrázku č.5.



Obrázok č. 5 Príklad Decay centrality

$$\sum_{j=2}^{6} \delta^{l(1,j)} = \delta^2 + \delta^1 + \delta^1 + \delta^1 + \delta^2 = 3\delta^1 + 2\delta^2$$

Ak zoberieme $\delta = 0{,}25$, dostaneme pre vrchol 1 hodnotu centrality rovnú 0,875. Pre parameter tlmenia $\delta = 0{,}5$ dostaneme centralitu rovnú 2 a pre $\delta = 0{,}75$ dostneme 3,375.

Pri výpočtoch sme si mohli všimnúť, že čím väčší parameter tlmenia sme dosadili, tým väčšia centralita nám vyšla. V prípade, ak sa δ blíži k 1, centralita meria veľkosť komponentu v ktorom leží daný vrchol. Čím bližšie je δ k 0, centralita poukazuje na väčšiu váhu bližších vrcholov oproti vzdialenejším.

1.3.3 Centralita stredovej medzipolohy

Centralita stredovej medzipolohy je založená na tom, ako dôležitý je vrchol z hľadiska prepojenia ďalších vrcholov. Pre daný vrchol určuje, koľko ciest medzi dvojicami ostatných vrcholov prechádza práve daným vrcholom.

Centralita stredovej medzipolohy $C_b(i;g)$ vrchola i v sieti g je definovaná nasledovne

$$C_b(i;g) = \frac{2}{(n-1)(n-2)} \sum_{k\neq j; i\in\{k.j\}} \frac{P_i\,(kj)}{P(kj)},$$

kde $P(kj)$ označuje celkový počet najkratších ciest z vrchola k do j a $P_i(kj)$ označuje celkový počet najkratších ciest z vrchola k do j prechádzajúcich cez vrchol i. Ak je pomer $P_i(kj)/P(kj)$ blízko 1, potom leží na väčšine najkratších ciest, prechádzajúcich z vrchola k do j. Inak je pomer blizko 0 a v tom prípade vrchol i nie je taký rozhodujúci pre k a j.

Stredová medzipoloha je najväčšia, ak cesty medzi všetkými dvojicami ostatných vrcholov budú prechádzať daným vrcholom.

1.3.4 Centralita vlastného vektora

Centralita vlastného vektora je založená na myšlienke, že vrchol je "dôležitý" ak jeho susedia sú tiež dôležitý, čo znamená, že je závislá od počtu susedných uzlov a ich hodnoty centrality. V porovnaní s centralitou stupňa , ktorá berie do úvahy iba počet priamych väzieb , centralita vlastného vektora berie do úvahy aj nepriame väzby v sieti.

Centralita vlastného vektora C_{eig} vrchola i v grafe g je definovaná nasledovne

$$\lambda C_{eig}(i) = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} C_{eig}(j),$$

pričom môže byť vyjadrená aj pomocou maticového tvaru

$$AC_{eig} = \lambda C_{eig},$$

kde λ je vlastné číslo prislúchajúce vlastnému vektoru C_{eig} a A je matica susednosti.

Centralita vlastného vektora vyhodnocuje relatívnu dôležitosť všetkých uzlov v sieti tým, že váži pripojenia na veľmi dôležité uzly viac, ako pripojenie k uzlom nízkeho významu. Keďže graf G je neorientovaný a bez slučky, matica susednosti A je symetrická a všetky diagonálne vstupy sú 0. Centrálna vlastnosť vektora môže byť vypočítaná nájdením hlavného vlastného vektora matice susednosti A . Vo všeobecnosti bude veľa rôznych vlastných hodnôt λ pre ktoré existuje riešenie vlastného vektora. Avšak dodatočná požiadavka, že všetky vstupy vo vlastnom vektore sú pozitívne, znamená (podľa vety Perron-Frobenius), že iba najväčšia vlastná hodnota generuje požadované meranie centrálnej polohy.

Bonacich (1978) dodatočne prezentoval zmenu centrality vlastného vektora pridaním dvoch parametrov (α, β), kvôli kontrole lokálnych a globálnych faktorov. Táto centralita je často známa pod názvom Bonacich power centrality a je vyjadrená pomocou nasledovného vzťahu

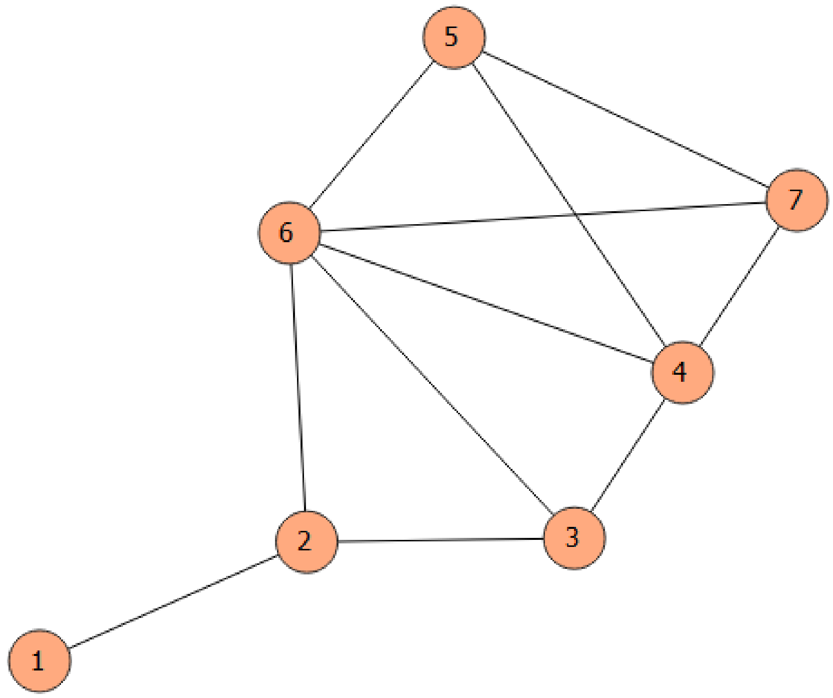
$$C(\beta) = \alpha(I - \beta A)^{-1} A1 \, , \tag{6}$$

pričom α je normalizačná konštanta, ktorá váži význam stupňa uzla, β poukazuje na dôležitosť centrality susedov, A je matica susednosti, I je matica identity a 1 je jednotková matica . Po prvé, ak $\beta = 0$, potom $C\,(\beta)$ je zmenšená na indegree, zatiaľ čo ak $\alpha = 0$, potom $C\,(\beta)$ sa zmenší na predchádzajúci výpočet centrality vlastného vektora. Vo všeobecnosti sa zohľadňuje vysoká hodnota β, aby sa globálne zachytili záležitosti štruktúry siete (vaši priatelia, priatelia vašich priateľov a tak ďalej).

2 Vlastné spracovanie sociálnych sietí

2.1 Sieť VK Tvrdošín

V tejto časti si pre lepšie pochopenie vysvetlíme miery centralít z Kapitoly 1 na konkrétnej sieti. Sieť máme vytvorenú na základe vlastného pohľadu na priateľstvá medzi hráčkami vo volejbalovom klube Tvrdošín. Naša sieť pozostáva z $n = 7$ vrcholov, pričom vrcholy v našej sieti zobrazujú hráčky volejbalového klubu a hrany spájajúce tieto vrcholy predstavujú priateľstvá medzi nimi. Hrany v sieti sú neorientované, čiže celá naša sieť je neorientovaná.



Obrázok č. 6 Sociálna sieť VK Tvrdošín

2.1.1 Centralita stupňa

Z obrázka je nám známe, že počet vrcholov $n = 7$. Aby sme mohli vypočítať centralitu stupňa každého vrchola, potrebujeme poznať počet priamych väzieb jednotlivých vrcholov s ostatnými. Napríkad pre vrchol 6 máme päť priamych väzieb s ostatnými vrcholmi, pretože vrchol 5 je priamo spojený s vrcholom 1,2,3,4 a 5, čiže stupeň vrchola $di(g) = 5$. Centralitu stupňa, vrchola 6 vypočítam dosadením do známeho vzťahu $di(g)/(n-1) = 5/(7-1) = 0.833$. Podobne postupujeme aj pri ostatných vrcholoch.

Tabuľka č. 1 Centralita stupňa siete VK Tvrdošín

Hráčka 1	Hráčka 2	Hráčka 3	Hráčka 4	Hráčka 5	Hráčka 6	Hráčka 7
0,167	0,500	0,500	0,667	0,500	0,833	0,500

Z vypočítaných hodnôt sme zistili, že Hráčka 1 má najmenšiu centralitu stupňa čo znamená, že má najmenej priamych väzieb z ostatnými volejbalistkami a teda môžeme povedať, že

Hráčka 1 nemá dobré priateľské vzťahy s ostatnými spoluhráčkami. Opakom je však Hráčka 6, ktorá má najväčšiu centralitu stupňa.

2.1.2 Centralita blízkosti

Pri centralite blízkosti je potrebné zistiť počet najkratších ciest vrcholov s ostatnými, pri počte vrcholov $n = 7$. Zistíme to najskôr pre vrchol 6 o ktorom nám je už známe že má päť priamych ciest (ktoré sú zároveň aj najkratšie) a jednu cestu pozostávajúcu z dvoch väzieb. Po dosadení do známeho vzorca $(n-1)/\sum j \neq i \;\; l(i,j;g) = 6/(1+1+1+1+1+2)$ nám vyšla centralita blízkosti rovná 0,85714.

Tabuľka č. 2 Centralita blízkosti siete VK Tvrdošín

Hráčka 1	Hráčka 2	Hráčka 3	Hráčka 4	Hráčka 5	Hráčka 6	Hráčka 7
0,429	0,667	0,667	0,667	0,600	0,857	0,600

Podľa tabuľky sme zistili, že najväčší stupeň blízkosti dosiahla Hráčka 6. Znamená to, že sa môže ľahko spriateliť aj s ostatnými spoluhráčkami s ktorými doteraz nemala také priateľské vzťahy. Hráčka s najväčšiou centralitou blízkosti má veľký vplyv na to, čo sa v sieti odohráva.

2.1.3 Centralita stredovej medzipolohy

Aby sme mohli určiť centralitu stredovej medzipolohy pre jednotlivé vrcholy, potrebujeme zistiť počet najkratších ciest medzi ostatnými vrcholmi, prechádzajúcimi a neprechádzajúcimi cez vrchol pre ktorý počítame centralitu.

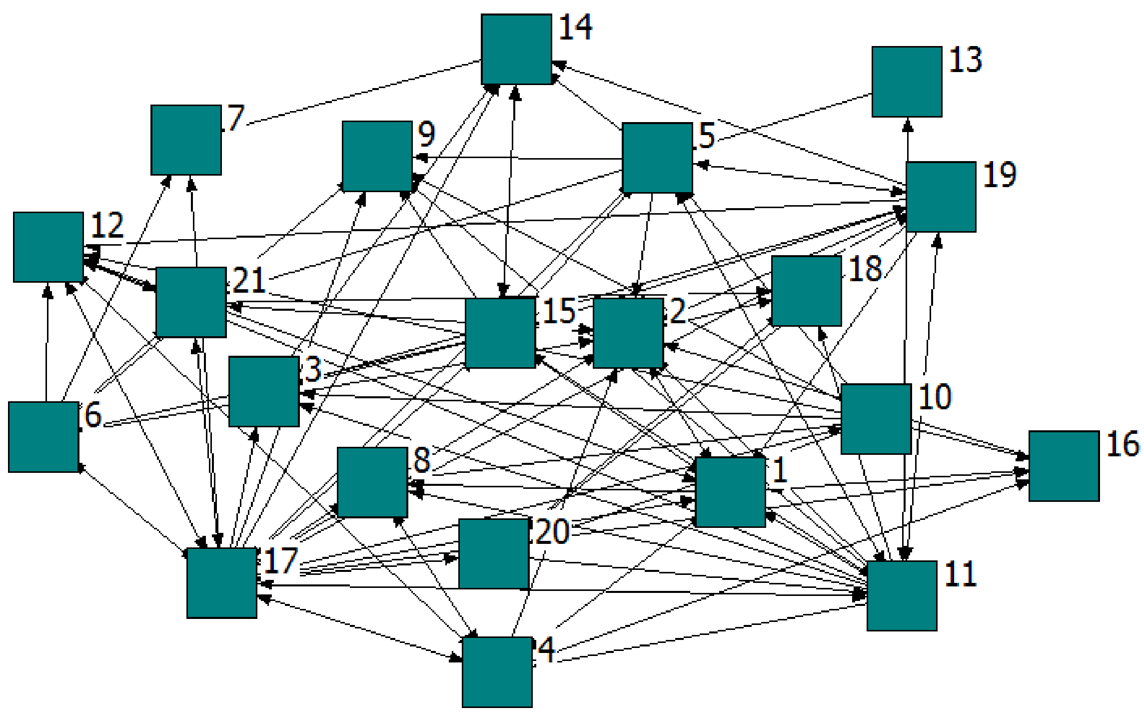
Tabuľka č.3 Centralita stredovej medzipolohy siete VK Tvrdošín

Hráčka 1	Hráčka 2	Hráčka 3	Hráčka 4	Hráčka 5	Hráčka 6	Hráčka 7
0,000	0,333	0,067	0,067	0,000	0,400	0,000

Najväčšiu stredovú medzipolohu dosiahla podľa vyššie uvedených výpočtov Hráčka 6. Hráčky s vysokou medzipolohou majú dobré informácie o dianí vo volejbalovom klube. Taktiež môžu pôsobiť ako prepojenie medzi ostatnými hráčkami. Najmenšiu stredovú medzipolohu podľa výpočtov majú Hráčka 1,5 a 7 rovnú 0 čo znamená, že cez tieto vrcholy neprechádzajú žiadne cesty spájajúce iné dva vrcholy.

2.2 Porovnanie siete z dvoch rôznych pohľadov

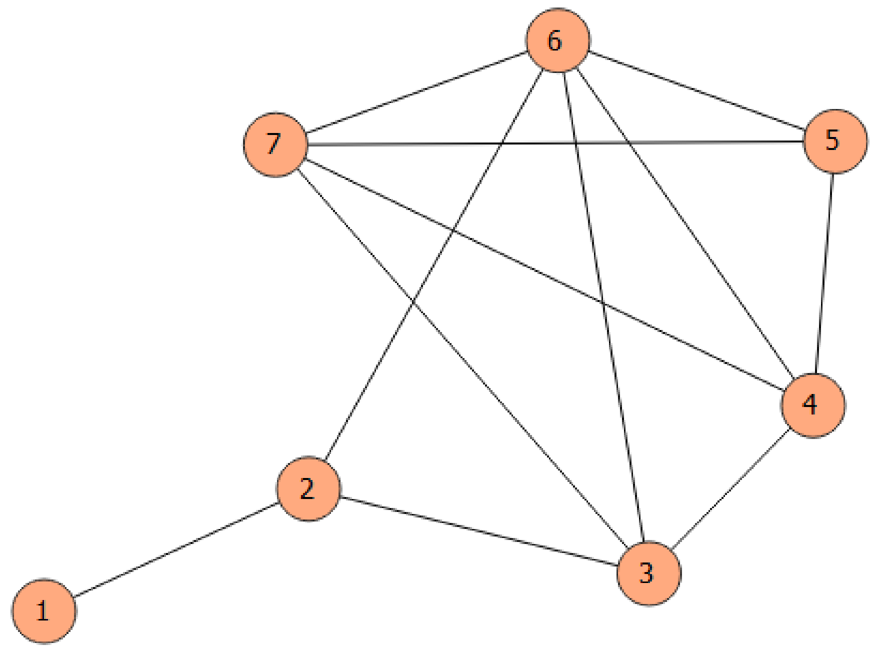
Zostavenie siete z odlišných pohľadov popisuje vo svojej práci [13] Krackhardt. Sieť vytvoril na základe zamestnancov pracujúcich v malej firme s výrobou strojov. Z pomedzi 100 zamestnancov vybral 21, ktorí boli súčasťou manažmentu a dal im vyplniť dotazník. Jednou z otázok bolo “ Kto je priateľ s XY ?”. Na základe otázok zostavil jednotlivé siete, kde jednou zo sietí bola aj sieť priateľstiev medzi manažérmi.



Obrázok č.7 Sieť priateľstiev medzi manažérmi

(Zdroj : [20], vlastné spracovanie)

V tejto časti zostavíme sieť z iného pohľadu na priateľstvá medzi hráčkami a vypočítame miery centralít. Po výpočte ich porovnáme s mierami centralít získaných zo siete z prvého pohľadu.



Obrázok č.8 Sieť VK Tvrdošín z iného pohľadu

Tabuľka č. 4 Miery centralít siete VK Tvrdošín z iného pohľadu

	Hráčka 1	Hráčka 2	Hráčka 3	Hráčka 4	Hráčka 5	Hráčka 6	Hráčka 7
Centralita stupňa	0,167	0,500	0,667	0,667	0,500	0,833	0,667
Centralita blízkosti	0,429	0,667	0,750	0,667	0,600	0,857	0,667
Centralita stredovej medzipolohy	0,000	0,333	0,133	0,022	0,000	0,289	0,022

Pri pozorovaní oboch sietí je značný rozdiel iba v priamom prepojení medzi Hráčkou 7 a Hráčkou 3, kde v prvej sieti nie sú priamo prepojené. Po výpočtoch mier centalít nám vyšla centralita stupňa z oboch hľadísk pohľadu na priateľstvá medzi hráčkami podobná. Najväčšiu centralitu stupňa dosiahla Hráčka 6 a najmenšiu zase Hráčka 1. Teda najlepšie vzťahy s hráčkami volejbalového klubu má Hráčka 6, môžeme o nej teda hovoriť ako o priateľskom type človeka. Rozdiel vo výpočtoch nám nastal pri Hráčke 7 a 3. Z dôvodu vzájomného prepojenia sa im zväčšil počet priamych väzieb s ostatnými hráčkami a teda sa im zväčšila aj centralita stupňa v druhej sieti. Pri centralite blízkosti nám vyšlo opäť to isté ako pri centralite stupňa. Výraznejšia zmena nastala pri centralite stredovej medzipolohy, kde v prvej sieti dosiahla najväčšiu centralitu Hráčka 6 a v druhej ju zase dosiahla Hráčka 2. Z druhého pohľadu na priateľstvá má teda najlepší prehľad o dianí v klube Hráčka 2. S najmenšou centralitou stredovej medzipolohy rovnou nule skončili v oboch prípadoch hráčky 1 a 5. Rozdiel nám nastal v tom, že v prvej sieti skončila s nulovou centralitou aj Hráčka 7, kde v druhej sieti už neskončila na poslednom mieste. Zmena nám nastala ešte pri hráčkach 3 a 4 , ktoré mali v prvom prípade rovnakú centralitu v porovnaní s druhým.

Z celkového hľadiska porovnania rovnakých sietí vytvorených z dvoch rozdielnych pohľadov, môžeme povedať, že nenastali až také veľké zmeny. Pohľad na priateľstvá medzi hráčkami z dvoch hľadísk, bol takmer rovnaký. Výrazná zmena nastala iba v priamom prepojení medzi hráčkami 3 a 7, ktorá čiastočne pozmenila výsledky. Vždy to tak nemusí byť, príkladom je článok [13] v ktorom zozbierané dáta vytvorili kognitívnu sociálnu štruktúru. Tri typy zhlukovania kognitívnych sociálnych štruktúr Slices, Locally Aggregated Structures (LAS) a Consensus Structures (CS) sa riadia vlastnými kritériami, vytvorenými podľa toho akú odpoveď chcú dostať. Tieto štruktúry popísal Krackhardt na sociálnej sieti, ktorú získal pomocou dotazníka na otázku “Za kým by XY išiel po radu ohľadom práce? “. V Tabuľke č.5 vytvorenej Krackhardtom vidíme, že ak sa pozrieme ako sieť vnímal zamestnanec č. 3 podľa rezu(slices), tak jeho in-degree bol 12, ak sa ale zobrala existencia hrany v prípade, že o nej bola presvedčená viac ako polovica ľudí, tento stupeň klesol na 3 (LAS) a keď sa ako kritérium zobralo to, že o hrane musia byť presvedčení obaja zúčastnení, tak dokonca klesol na nulu(CS). Nie vždy sú to také extrémne rozdiely, ale nie je to vždy také podobné ako v našom príklade.

Tabuľka č.5 Miery centralít podľa troch kognitínych sociálnych štruktúr (Zdroj : [13], vlastné spracovanie)

	Rezy(slices)			LAS			CS		
k	In-degree	Out-degree	Betweenness	In-degree	Out-degree	Betweenness	In-degree	Out-degree	Betweenness
1	18	6	2,81	12	4	10,97	1	5	0,67
2	20	3	43,67	18	2	18,23	18	5	56,66
3	12	15	11,06	3	9	1,29	0	5	0
4	12	12	2,71	6	7	2,07	4	4	3,09
5	9	15	6,36	3	10	3,69	3	5	0,78
6	2	1	0,33	0	1	0	3	4	4,43
7	13	8	5,01	11	6	8,8	10	5	12,09
8	1	8	2,29	1	7	0,87	1	4	0,63
9	10	13	26,17	4	9	8,76	2	5	0
10	13	14	19,42	8	5	4,53	2	1	0
11	14	3	40,78	9	3	3,15	7	4	3,07
12	8	2	0,93	3	1	0	2	2	0
13	0	6	9,38	0	6	0,2	0	7	0,17
14	19	4	17,01	10	4	2,76	12	5	10,32
15	12	20	81,15	3	9	0,7	0	5	0
16	0	4	2,83	0	4	0,11	1	5	3
17	1	5	14,63	0	5	0,28	0	5	4,43
18	17	17	19,64	15	12	13,95	16	5	38,26
19	4	11	12,22	2	10	1,44	3	6	2,07
20	12	12	63,35	6	7	1,6	2	4	0,42
21	18	11	7,86	15	8	31,59	8	4	14,53

2.3 Zostavenie modelu v softvéri R

Na zostavenie sociálnej siete v štatistickom softvéri R je nevyhnutná práca s balíkom igraph, kde hlavným cieľom knižnice igraph je poskytovanie funkcií potrebných pre analýzu sietí. Na začiatok musíme balík nainštalovať príkazom *install.package (“igraph”)* a následne na to ho načítať príkazom *library (igraph).* Sieť zostavíme pomocou matice susednosti typu $n \times n$, kde hodnoty matice $a_{ij} = 0$ alebo $a_{ij} = 1$ určujú, či daný vrchol je priamo spojený s ostatnými alebo nie a pomocou funkcie *graph_from_adjacency_matrix().* Táto funkcia obsahuje tri hlavné argumenty :

- *Adj* – argument, ktorému priradíme maticu susednosti,
- *mode* – špecifikuje typ siete, či ide o orientovanú alebo neorientovanú sieť (pre orientovanú sieť musí byť použitý príkaz *mode = "directed"* a pre neorientovanú sieť *mode = "undirected"*),
- *weighted* – učuje či sieť je vážená alebo nie priradením logických spojok(pre váženú sieť má tvar *weighted = TRUE* a pre neváženú *weighted = FALSE*).

Nakoniec už iba vykreslíme graf pomocou funkcie *plot(graph).*

Centralita stupňa

Centralitu stupňa vrcholov v štatistickom softvéri R vypočítame pomocou funkcie *degree()* pozostávajúcej zo štyroch argumentov. Prvým argumentom je premenná *graph,* ktorá ukladá náš objekt siete, ktorý chceme analayzovať. Ďalším argumetom v príkaze je *mode = c("in", "out" ," total")* podľa toho, akú centralitu stupňa chceme počítať. V neorientovanej sieti môžeme tento argument vynechať. Tretí argument *loops = TRUE* počíta slučky v sieti. Posledným argumentom v príkaze je *normalized* , ktorému priradíme logické spojky TRUE alebo FALSE . Ak je *normalized = TRUE* potom výsledok je vydelený $n - 1$, pričom *n* je počet vrcholov v grafe.

Centralita blízkosti

Centralitu blízkosti vrcholov počítame pomocou funkcie *closeness().* Funkcia closeness obsahuje takisto štyri hlavné argumenty. Argumenty *graph* a *mode* sú rovnaké ako pri centralite stupňa, zmena nastane v treťom argumente *weights,* ktorým je voliteľný pozitívny vektor váhy pre výpočet váženej blízkosti. Posledným argumentom je *normalized*. Normalizácia sa vypočíta vynásobením základnej blízkosti $n - 1$, kde n je počet vrcholov v sieti.

Opäť platí, že funkcia *betweenness()* potrebuje na výpočet centrality stredovej medzipolohy vrcholov štyri argumenty: *graph, weights , directed* a *normalized*. Novým argumentom je pri tejto centralite *directed* , ktorý určuje smer hrán v sieti.

Centralita vlastného vektora

Funkcia *eigenvector()* počíta centralitu vlastného vektora vrcholov pomocou štyroch hlavných argumentov, ktorými sú *graph, directed, weights* a *options = arpack_defaults*. *Arpac_defaults* je prepojenie do knižnice *arpack* slúžiacej na riešenie výpočtov vlastných vektorov.

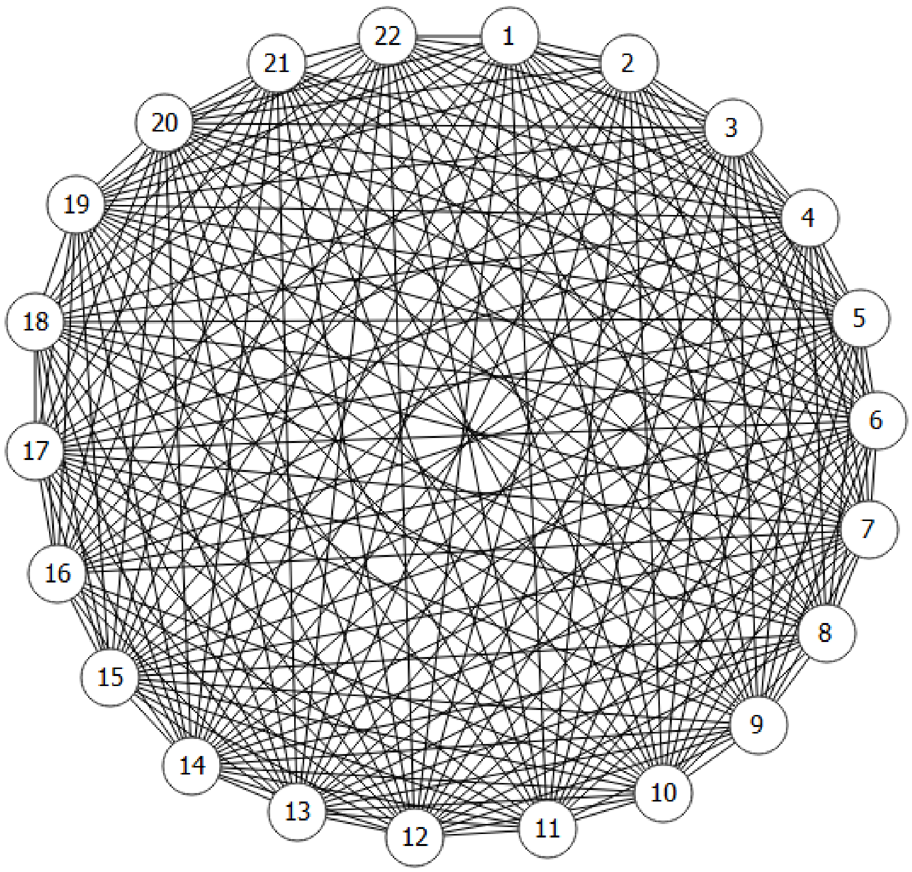
Na Obrázku č.9 môžeme vidieť názornú ukážku zostrojenia siete VK Tvrdošín a výpočtov mier vrcholov v štatistickom softvéri R.

```
>Adj<-matrix(
  c(0,1,0,0,0,0,0,
   1,0,1,0,0,1,0,
   0,1,0,1,0,1,0,
   0,0,1,0,1,1,1,
   0,0,0,1,0,1,1,
   0,1,1,1,1,0,1,
   0,0,0,1,1,1,0),
  nrow=7,
  ncol=7,
  byrow = TRUE)
>graph<-graph.adjacency(Adj,mode="undirected")
 plot(graph)
>degree(graph,loops=FALSE,normalized=TRUE)
>closeness(graph,weights=NULL,normalized=TRUE)
>betweenness(graph,weights=NULL,normalized=TRUE)
>eigen_centrality(graph,weights=NULL,option=arpack_defaults,)
```

Obrázok č.9 Zostrojenie a výpočty centralít vrcholov siete VK Tvrdošín v štatistickom softvéri R

2.4 Sieť poistných matematikov na sociálnej sieti Facebook

Na Obrázku č.10 máme vytvorenú sieť poistných matematikov s $n = 22$. Sieť je zostrojená na základe vzájomného priateľstva medzi študentmi poistnej matematiky na sociálnej sieti Facebook. Hrany v sieti sú neorientované, keďže keď jeden zo študentov má v priateľoch druhého tak aj druhý má toho prvého. Pomocou známych mier centralít vypočítame jednotlivé centrality a budeme ich analyzovať. Vypočítame ich pomocou programu UCINET, ktorý slúži na vizualizáciu a analýzu sietí.



Obrázok č. 10 Sieť poistných matematikov na sociálnej sieti Facebook

Pre sieť poistných matematikov sme vypočítali aj hustotu siete aby sme zistili ako sú poprepájané dané vrcholy medzi sebou. Hustota nám vyšla 0,96104 čo je 96 %, môžeme teda tvrdiť, že vrcholy sú navzájom dobre poprepájané. Pri výpočtoch jednotlivých mier centralít sme zistili, že väčšina študentov má centralitu stupňa 1 čo znamená, že majú na sociálnej sieti Facebook medzi priateľmi všetkých študentov poistnej matematiky. Najmenšiu centralitu stupňa dosiahla iba jedna študentka, Študentka 21 s počtom priamych hrán 18 a centralitou stupňa 0,857. Z toho nám je jasné, že Študentka 21 nemá v priateľoch na Facebooku troch ľudí. Centralita blízkosti nám vyšla rovnako ako centralita stupňa. Zmena nastala iba pri výpočtoch centrality stredovej medzipolohy, kde pre študentov, ktorý majú všetkých spolužiakov v priateľoch vyšla centralita 0,002 a pre zvyšných 0,001. Študenti s centralitou stredovej medzipolohy rovnej 0,002 majú dobrý prehľad o dianí v krúžku poistná matematika a majú rýchly prístup k informáciám v oblasti školy.

3 Dopravné siete

Verejná doprava je nevyhnutnou súčasťou mestského dopravného systému. Cestovanie verejnou dopravou by malo byť rýchlejšie, pohodlnejšie, cenovo dostupné. Pre zabezpečenie nerovnosti v dopravných systémoch je životne dôležité analyzovať sieť tvorenú dopravnými trasami. To uľahčuje odhalenie kritických miest v sieti a prináša aplikácie nových protiopatrení ako rozšírenie cesty, postavenie novej križovatky, prepojenie mesta s iným mestom atď. Podrobná analýza charakteru siete a rozsahu prepojenia medzi uzlami pomocou rôznych mier centralít, poskytuje cenné informácie o tom, ako reštrukturalizovať siete na optimalizáciu pripojenia a zníženia prekážky a preťaženia.

3.1 Centrality v dopravnej sieti

Analýza sociálnych sietí je najpoužívanejšia metóda v dopravných sieťach. Pomocou jednotlivých mier centralít dokáže reštrukturalizovať a skonštruovať optimálnu sieť.

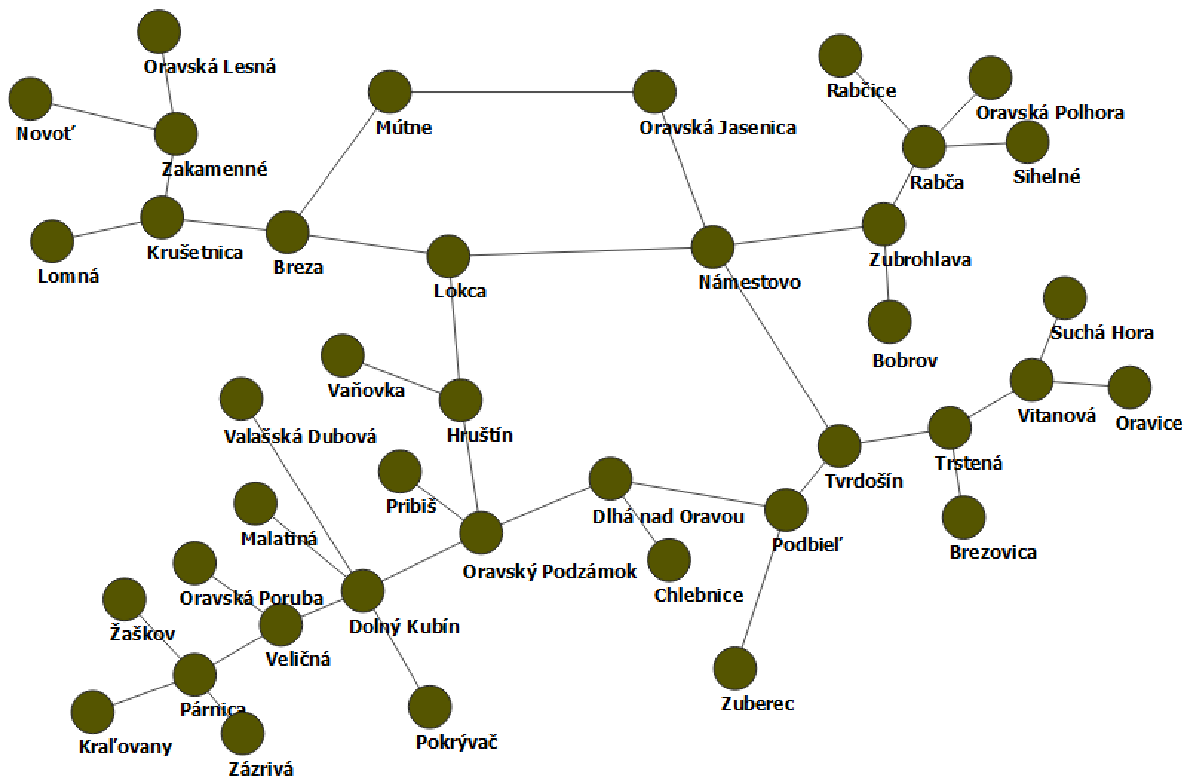
Centralita stupňa je v dopravnej sieti chápaná ako topologický index, vyjadrujúci hodnotu miest, ktoré môžu byť dosiahnuté bez prestupov.

Centralita blízkosti odráža stupeň blízkosti od jednej stanice na všetky ostatné v dopravnej sieti. Čím väčšiu hodnotu centrality blízkosti dosiahne stanica tým väčší má vplyv a širší rozsah služieb.

Centralita stredovej medzipolohy je rozhodujúca pre verejnú dopravu , pretože dokáže dobre zachytiť dôležitosť prestupových uzlov v rámci siete. Identifikuje stanice s vysokou dopravou a preťažením. Centralita stredovej medzipolohy môže byť aplikovaná nie len na vrcholy ale aj na hrany v sieti, pomocou ktorej by sme dokázali určiť dôležitosť trasy.

3.2 Autobusová sieť na Orave

Pre dôležitosť verejnej dopravy sme sa rozhodli zostrojiť sieť autobusovej dopravy na Orave, vytvorenej na základe vlastného spracovania zo stránky [2]. Vrcholy v sieti predstavujú zastávky v mestách a dedinách na Orave a hrany spájajúce vrcholy trasu autobusu medzi mestami (dedinami). V našej sieti neberieme ohľad na priamy spoj z jedného miesta do druhého, kvôli veľkému vzájomnému prepojeniu vrcholov a taktiež neberieme do úvahy všetky mestá na Orave. Mesto resp. dedinu sme zahrnuli do siete iba vtedy, ak daný vrchol predstavuje začiatok a koniec trasy, alebo sa v ňom dá prestúpiť na iný smer a ponechali sme hrany z predchádzajúcej trasy. Autobusová sieť je neorientovaná, keďže napr. autobus idúci z Tvrdošína do Námestova ide aj z Námestova do Tvrdošína . Sieť autobusovej dopravy môžeme vidieť na Obrázku č.11.



Obrázok č.11 Sieť autobusovej dopravy na Orave

Na základe niektorých definícii z podkapitoly 1.1 sme charakterizovali sieť autobusovej dopravy na Orave (viď Tabuľka č. 6)

Nízka hodnota hustoty siete (0.05256) naznačuje, že naša sieť obsahuje nedostatok priamych spojení medzi mestami. Takisto aj koeficient zhlukovania nám vyšiel nízky, lepšie povedané nulový, čo ukazuje, že žiadne z miest nie je dosiahnuteľná od iného prostredníctvom prekonania malého počtu miest. Pri počte 40 vrcholov nám vyšla priemerná vzdialenosť medzi prepojenými mestami resp. dedinami 10 čo znamená, že v priemere sa z jedného stanoviska do druhého dostaneme prekonaním piatich miest.

Tabuľka č.6 Charakteristiky siete autobusovej dopravy na Orave

Počet vrcholov v sieti	40
Počet hrán v sieti	41
Hustota siete	0,0525
Priemer siete	10
Koeficient zhlukovania	0
Priemerná vzdialenosť	5,1179

Na dopravnú sieť sme aplikovali jednotlivé miery centralít. Na základe výpočtov sme zistili, že najlepšiu centralitu stupňa (0.128) dosiahlo mesto Dolný Kubín. Z hľadiska najväčšej centrality stupňa ho môžeme považovať za najcentrálnejšie. Najmenšiu centralitu stupňa (0.014) dosiahlo až 21 miest. Sú to väčšinou odľahlé dediny, ktoré majú len jednu priamu väzbu s inou dedinou či mestom.

Najväčšiu hodnotu centrality blízkosti dosiahla dedina Lokca (0.291). Kvôli najväčšej hodnote centrality blízkosti má najmenší súčet vzdialenosti k ostatným vrcholom, teda je dobré situovaná a je možné sa z nej dostať čo najrýchlejšie k ostatným narozdiel od Novote a Oravskej Lesnej, ktoré dosiahli najmenšiu centralitu blízkosti (0.149) .

Hodnota centrality stredovej medzipolohy nám vyšla najvyššia pre Oravský podzámok (0.476). Čiže keď Oravský Podzámok má najväčšiu centralitu stredovej medzipolohy tak väčšina ciest medzi všetkými dvojicami ostatných vrcholov bude prechádzať týmto vrcholom. Môžeme ju teda považovať za najpreťaženejšie mesto.

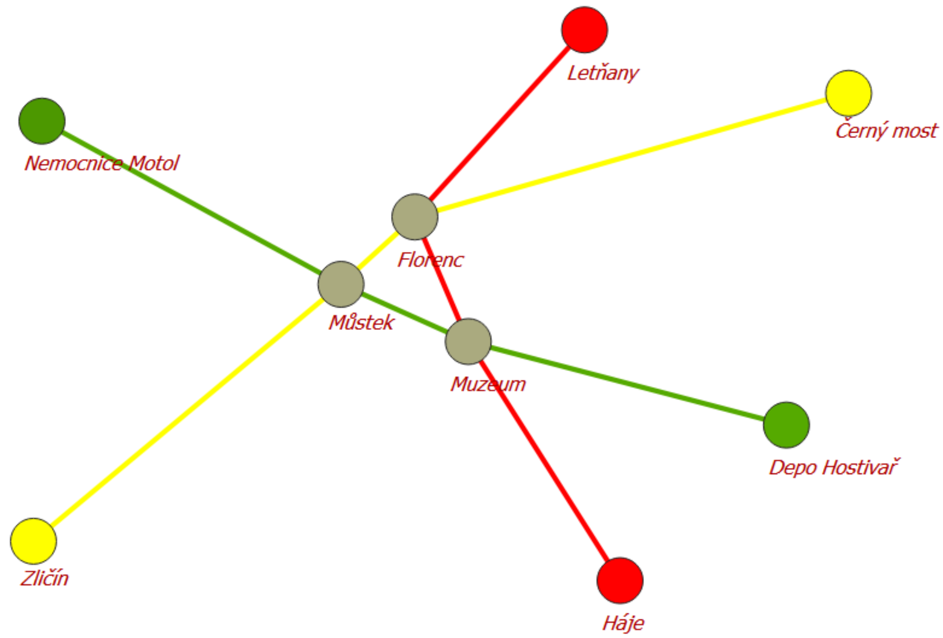
Konečné poradie mier centralít pre sieť môžeme vidieť v Tabuľke č.7 v ktorej sa nachádza len prvých 10 miest s najvyššími mierami centralít.

Tabuľka č.7 Centrality miest siete autobusovej dopravy na Orave

Poradie	Centralita stupňa	Centralita blízkosti	Centralita stredovej medzipolohy
1	Dolný Kubín	Lokca	Oravský Podzámok
2	Oravský Podzámok	Námestovo	Lokca
3	Námestovo	Hruštín	Námestovo
4	Rabča	Oravský Podzámok	Dolný Kubín
5	Párnica	Tvrdošín	Hruštín
6	Hruštín	Podbieľ	Tvrdošín
7	Lokca	Dlhá nad Oravou	Breza
8	Dlhá nad Oravou	Breza	Zubrohlava
9	Podbieľ	Dolný Kubín	Veličná
10	Tvrdošín	Zubrohlava	Trstená

3.3 Dopravná sieť metra v Prahe

V dopravnej sieti metra v Prahe, máme na rozdiel od autobusovej prepravy na Orave, viditeľné priame spojenia medzi stanicami, keďže metro znázornené na Obrázku č.12 má len tri linky a deväť vrcholov. Vrcholy v sieti zobrazujú len nástupné, výstupné a prestupujúce stanice znázornené sivou farbou. V skutočnosti má metro v Prahe až 58 staníc, my však budeme brať do úvahy len deväť. Sieť metra v Prahe sme zostavili pomocou stránky [14].



Obrázok č. 12 Sieť metra v Prahe

(Zdroj:[14], vlastné spracovanie)

Po použití mier centralít na sieť metra v Prahe sme zistili že najväčšiu centralitu stupňa, blízkosti a stredovej medzipolohy dosiahli 3 stanice. Patria tam stanice, ktoré sú považované za prestupné stanice (Florenc, Muzeum, Můstek). Podľa definícii centralít môžeme tieto tri stanice považovať z hľadiska centrality stupňa ako stanice s najmenším počtom prestupov pri dosiahnutí cieľovej destinácie. Z hľadiska centrality blízkosti ich môžeme považovať za najvplyvnejšie stanice a s najširším rozsahom služieb v oblasti dopravy. Centralita stredovej medzipolohy nám ukazuje, že prestupové stanice sú najpreťaženejšie z celej siete. Číselné hodnoty jednotlivých mier centralít môžeme vidieť v Tabuľke č.8.

Tabuľka č.8 Centrality staníc siete metra v Prahe

Názvy staníc	Centralita stupňa	Centralita blízkosti	Centralita stredovej medzipolohy
Muzeum	0,500	0,667	0,464
Florenc	0,500	0,667	0,464
Můstek	0,500	0,667	0,464
Letňany	0,125	0,421	0.000
Nemocnice motol	0,125	0,421	0.000
Černý most	0,125	0,421	0.000
Zličín	0,125	0,421	0.000
Háje	0,125	0,421	0.000
Depo Hostivař	0,125	0,421	0.000

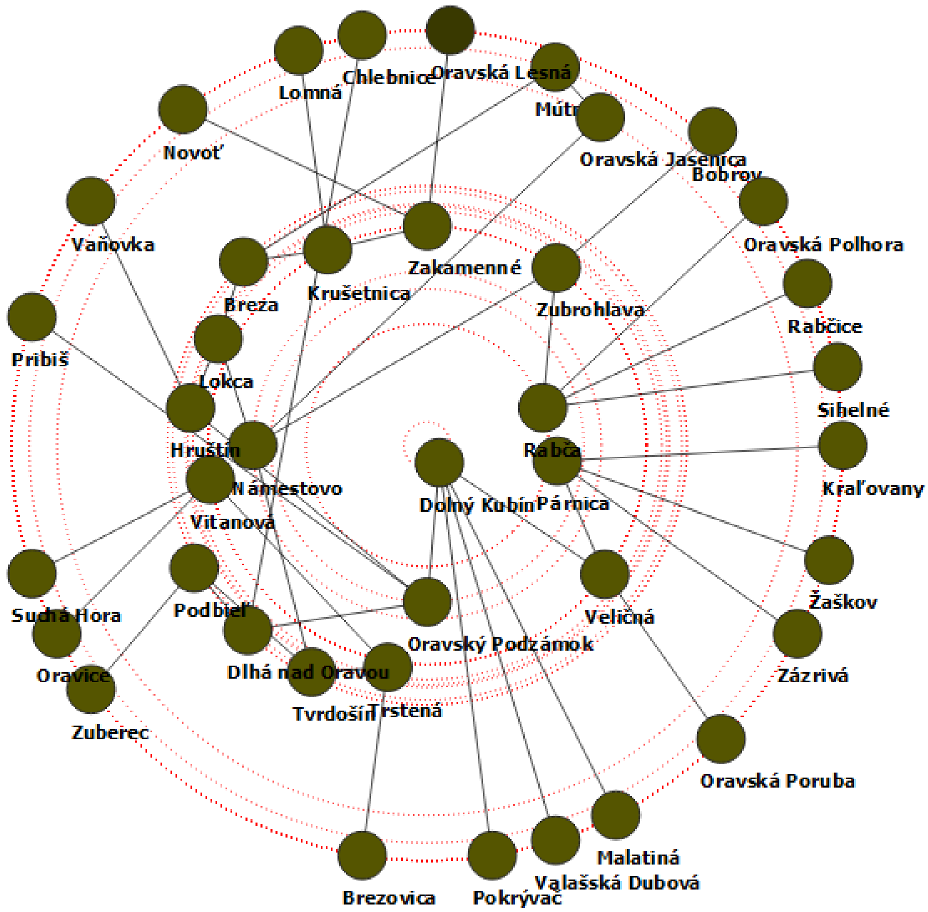
3.4 Stress centrality

Stress centrality je ďalšou z metód charakterizovania postavenia vrchola v sieti. Pre vrchol i je stress centralita vyjadrená ako celkový počet najkratších ciest medzi všetkými vrcholmi v sieti, prechádzajúcich cez daný vrchol i. Matematicky ju možno definovať ako

$$C_s(i) = \sum_{k \neq j \neq i} P_i(kj),$$

pričom, $P_i(kj)$ je celkový počet najkratších ciest prechádzajúcich z vrchola k do vrchola j cez vrchol i. Maximálnu stress centrality dosiahne uzol keď je jediným v sieti, cez ktorý prechádzajú všetky najkratšie cesty medzi zostávajúcimi $(n-1)$ vrcholmi.

Na sieť autobusovej dopravy sme aplikovali stress centrality. Po výpočtoch sme zistili, že najväčšiu stress centrality má Dolný Kubín. Dolný Kubín je jediné mesto s najväčším počtom najkratších ciest spájajúcich ostatné mestá v sieti. Na Obrázku č.13 je zobrazená sieť autobusovej dopravy na Orave z ktorej je zrejmá veľkosť danej centrality všetkých vrcholov. Mestá ležiace najbližšie k stredu majú najväčšiu a mestá ležiacej najďalej od stredu majú najnižšiu stress centralitu.



Obrázok č.13 Stress centralita autobusovej siete Oravy

4 Teroristické siete

V kapitole 4 predstavíme siete dvoch odlišných teroristických organizácii. Vrcholy týchto sietí budú predstavovať jednotlivých teroristov organizácie a hrany spájajúce vrcholy vzťahy medzi nimi. V každej organizácii budeme hľadať vodcu skupiny a budeme sa snažiť usporiadať teroristov podľa významnosti. Pri hľadaní vodcu a usporiadaní budeme čerpať z článku [16] v ktorom sa využívala Analýza sociálnych sietí (SNA) a Analytický hierarchický proces (AHP) na teroristickej sieti. Skôr ako začneme s hľadaním, si v nasledujúcej časti priblížime neznámu metódu AHP.

4.1 AHP metóda

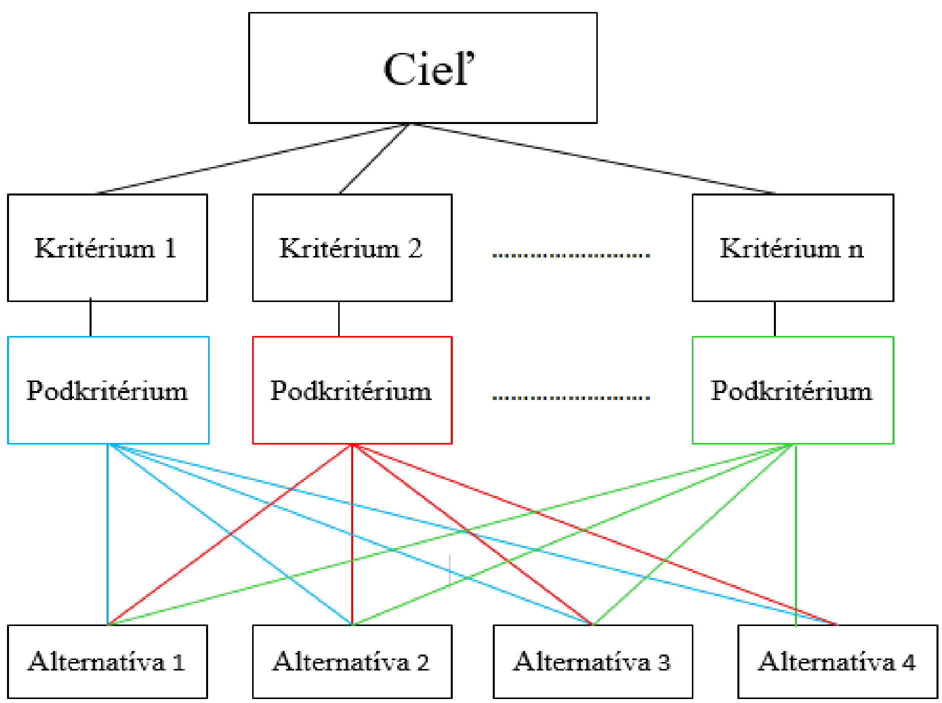
Celú túto časť sme spracovali na základe : [18],[1] a[17]

Za vznik analytického hierarchického procesu sa zaslúžil T. L. Saaty, preto je metóda AHP často nazývaná aj ako Saatyho metóda. Od vzniku až po súčasnosť prešla niekoľkými procesmi zdokonalenia a v súčasnosti patrí medzi najpopulárnejšie metódy viackriteriálneho rozhodovania. Metóda AHP je často dôležitá pri rozhodovaní v rozmanitých oblastiach, ako v štátnej správe, zdravotníctve, školstve, poľnohospodárstve, doprave a tiež má veľký význam pri hodnotení firiem, spoločností, či organizácii.

Metóda AHP umožňuje rozhodovateľovi riešiť zložitejší problém rozložením na problémy menšieho charakteru, vďaka čomu má väčší prehľad o probléme a to mu uľahčuje lepšie pochopenie a subjektívne hodnotenie problému. Metóda rozhodovania ponúka najoptimálnejšie riešenie zo všetkých možných riešení a môžeme ju definovať pomocou nasledujúcich krokov :

- Hierarchia

V prvom kroku rozdelíme problém do hierarchickej štruktúry AHP, zloženej z troch časti : cieľa, kritérií a alternatív. Najznámejším spôsobom zobrazenia hierarchie je diagram, pripomínajúci rodokmeň, s cieľom na vrchole. V strednej časti diagramu sa nachádzajú kritéria, ktoré musia byť navzájom dobre porovnateľné. V nutných prípadoch sú kritéria rozvetvené na podkritéria a tie môžu byť rozvetvené na ďalšie podkritéria a tie na ďalšie, až kým nie sú dostatočné pochopiteľné. Poslednú, spodnú časť hierarchie, tvoria alternatívy medzi ktorými budeme hľadať tú najvýhodnejšiu, spĺňajúcu zvolený cieľ.



Obrázok č. 14 Hierarchická štruktúra metódy AHP

- Kvantitatívne párové porovnávanie (Saatyho metóda)

Po zostavení hierarchickej štruktúry AHP, navzájom porovnáme všetky možné dvojice kritérií, pomocou celočíselnej bodovej Saatyho stupnice zobrazenej na Obrázku č.15. Porovnávanie kritérií pomocou Saatyho stupnice nie je vôbec jednoduché. Aby sme dokázali objektívne priradiť dôležitosť podľa stupnice musíme mať dostatočné informácie o probléme a kritériach. Vo väčšine prípadov sa zostavujú dotazníky, vďaka ktorým dokážeme s väčšou istotou priradiť dôležitosť kritériám.

Intenzita dôležitosti párového porovnania	Definície
1	kritéria sú rovnako dôležité
3	prvé kritérium je menej významné než druhé
5	prvé kritérium je viac významné než druhé
7	prvé kritérium je preukázateľne významnejšie než druhé
9	prvé kritérium je absolútne významnejšie než druhé
2,4,6,8	jemnejšie rozlišenie veľkosti preferencii dvojic kritérii

Obrázok č.15 Saatyho bodová stupnica

(Zdroj : [6] , vlastné spracovanie)

Porovnané hodnoty kritérií sa zapíšu do štvorcovej matice typu $n \times n$ tzv. Saatyho matice $S = s_{ij}$ pre $i, j = 1,2, \dots, n$. Saatyho rozhodovacia matica je symetrická podľa hlavnej diagonály, čo zrýchľuje a uľahčuje výpočty. Pre prvky Saatyho matice platí :

$$s_{ii} = 1,$$

$$s_{ij} \in < 1{,}9 > \text{ ak } i \text{ je preferované pred } j,$$

$$s_{ji} = \frac{1}{s_{ij}} \text{ pre všetky } i,$$

kde s_{ii} sú prvky na diagonále rovné 1 (kritéria sú porovnané samé so sebou) a s_{ij} predstavuje približný pomer váh kritérií . Po zostavení Saatyho matice, potrebujeme vypočítať váhy kritérií.

Definícia Majme dané kritéria $K_1, K_2, \dots, K_n$. Potom $v_1, v_2, \dots, v_n$ pre ktoré platí $v_i \in R$ a $v_i \geq 0$ pre $i = 1,2, \dots n$ nazveme váhami kritérii $K_1, K_2, \dots, K_n$, ak pre každé $i, j = 1,2, \dots, n$ platí, že $v_i \geq v_j$, práve vtedy keď K_i je preferovanejšie pred K_j. Pokiaľ váhy spĺňajú podmienku $\sum_{i=1}^{n} v_i = 1$ hovoríme , že váhy $v_1, v_2, \dots, v_n$ sú normalizované.

Definícia Majme nenormalizované váhy $w_1, w_2, \dots, w_n$ potom normalizované váhy vieme dostať pomocou vzorca

$$v_i = \frac{w_i}{\sum_{j=1}^{n} w_j}.$$

Váhy kritérií vieme dostať pomocou štyroch známych metód :

- metóda vlastného vektora
- metóda geometrického priemeru (logaritmická metóda najmenších štvorcov)
- metóda umocňovania
- metóda priemeru normalizovaných hodnôt.

Medzi najpoužívanejšie patrí metóda vlastného vektora (vlastnej hodnoty) a metóda geometrického priemeru, ktoré si bližšie priblížime v nasledujúcej časti.

4.1.1 Metóda vlastného vektora

Veta 1. Nech P je kladná recipročná matica typu, $n \times n$ s prvkami zapísanými pomocou tvaru $p_{ij} = \frac{w_i}{w_j}$ pre každé $i, j = 1,2, \dots, n$ a $w_i, w_j > 0$ kde $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)^T$. Potom n je vlastné číslo matice P a w je k nemu príslušný vlastný vektor, tj. $Pw = nw$.

Veta 2. Nech P je kladná štvorcová matica typu $n \times n$, a $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)^T$ je vektor s kladnými zložkami. Potom platí

$$\lambda_{max} = \lambda_n = n,$$

a pre všetky ostatné vlastné čísla platí

$$\lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_{n-1} = 0.$$

Nech platí Veta 1. a Veta.2, ktoré hovoria že n je jediné nenulové vlastné číslo matice W a že pokiaľ by sme túto maticu poznali , tak váhy kritérií $K_1, K_2, \dots, K_n$, môžeme hľadať ako zložky vlastného vektora w prislúchajúcemu $\lambda_{max} = n$. Pretože Saatyho matica S je aproximácia matice $W = \frac{w_i}{w_j}$, budeme nenormované váhy kritérií hľadať ako riešenie n rovníc o n neznámych.

$$Sw = \lambda_{max} w,$$

ktorú vieme vyjadriť aj v tvare

$$(S - \lambda_{max} I)w = 0,$$

kde I je jednotková matice typu $n \times n$ a 0 je nulový stĺpcový vektor s n prvkami. Pričom je známe, že čím viac sa bude λ_{max} blížiť k n tým viac sa bude blížiť matica S k W.

4.1.2 Metóda geometrického priemeru

Pri určovaní váh kritérií môžeme vychádzať z podmienky, že v_i/v_j je skutočný pomer váh odhadovaný pomocou hodnoty s_{ij}, ktorá sa len minimálne líši od skutočného pomeru v_i/v_j pre každé $i, j = 1,2,3, \dots, n$. Pokiaľ $v_1, v_2, v_3, \dots, v_n$ budeme považovať za normované váhy kritérií môžeme ich hľadať minimalizovaním súčtov štvorcov a následným zlogaritmovaním :

$$\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \left(ln s_{ij} - \ln\left(\frac{v_i}{v_j}\right)\right)^2 \rightarrow \min \qquad (1)$$

za podmienky

$$\sum_{i=1}^{n} v_i = 1, \quad v_i > 0, i = 1,2,3, \dots, n$$

Dostali sme sa tak k metóde najmenších logaritmických štvorcov. Riešením rovnice (1) je geometrický priemer matice S, ktorý je jednoduchší na počítanie. Podrobnejšie je to ukázané v článku [5].

$$g_i = \sqrt[n]{\prod_{j=1}^{n} s_{ij}} \;\; ; \;\; i,j = 1,2, \dots , n \qquad (8)$$

$$v_i = \frac{g_i}{\sum_{i=1}^{n} g_i} \;\; ; \;\; i = 1,2, \dots , n \qquad (9)$$

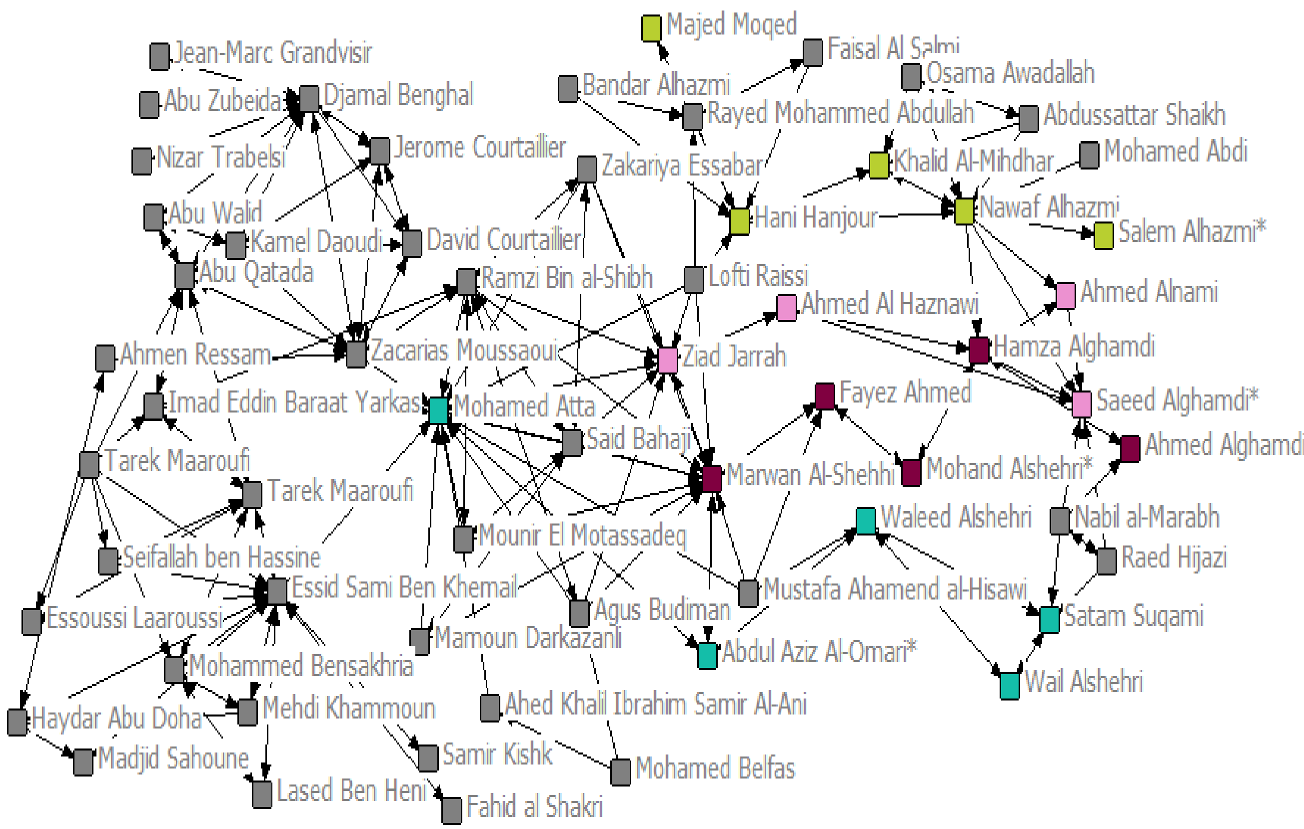
g_i – geometrický priemer i-teho riadka Saatyho matice

v_i – normovaná váha i-teho kritéria

n – počet ktitérií

4.2 Teroristický útok 9/11

Teroristický útok 9/11 bol jedným z najtragickejších útokov v Spojených štátoch, uskutočnený dňa 11. septembra 2001, teroristickou organizáciou Al-Qaeda na štyroch miestach. Na Obrázku č.16 je zobrazená sieť teroristického útoku, kde vrcholy predstavujú 63 teroristov a vzťahy medzi nimi sú zobrazené orientovanými hranami . Teroristi sú znázornení pomocou rôznych farieb, podľa toho na akom mieste spáchali útok. Sieť 9/11 sme získali na základe dát uvedených na stránke [6].



let UA#93 Pennsylvania   let AA#77 Pentagon   let AA#11 WTC North

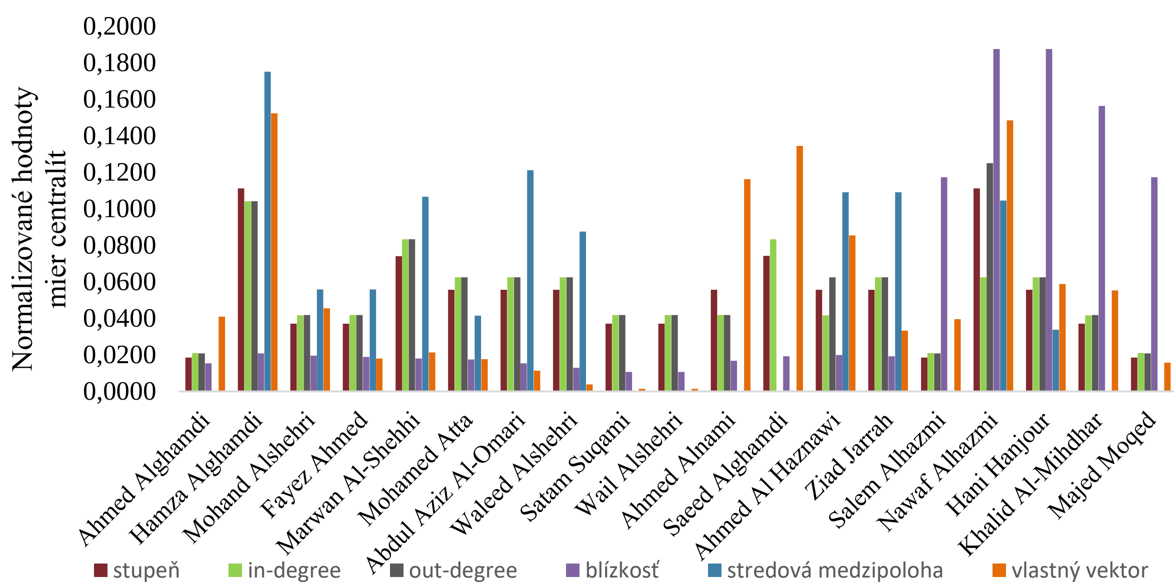
let UA#175 WTC South   ostatní teroristi

Obrázok č.16 Teroristická sieť 9/11

Na rozdiel od článku [16] sa v tejto práci budeme zaoberať len hlavnými 19. členmi teroristickej organizácie, medzi ktorými budeme hľadať kľúčového člena tejto skupiny, pomocou analytického hierarchického procesu (AHP), spojeného s analýzou sociálnych sietí (SNA). Analýza sociálnych sietí ponúka niekoľko opatrení nájsť kľúčového člena alebo centrálny uzol v rámci siete a poradie uzlov v sieti pomocou výpočtu mier centralít. Na výpočet použijeme nasledujúce miery centralít : stupeň, in-degree, out-degree, blízkosť, stredovú medzipolohu a vlastný vektor. Všetky hodnoty centralít sú normalizované medzi 0 a1 kvôli ďalšiemu použitiu v AHP. Normalizované hodnoty sú uvedené v Tabuľke č.9 resp. na Obrázku č.17.

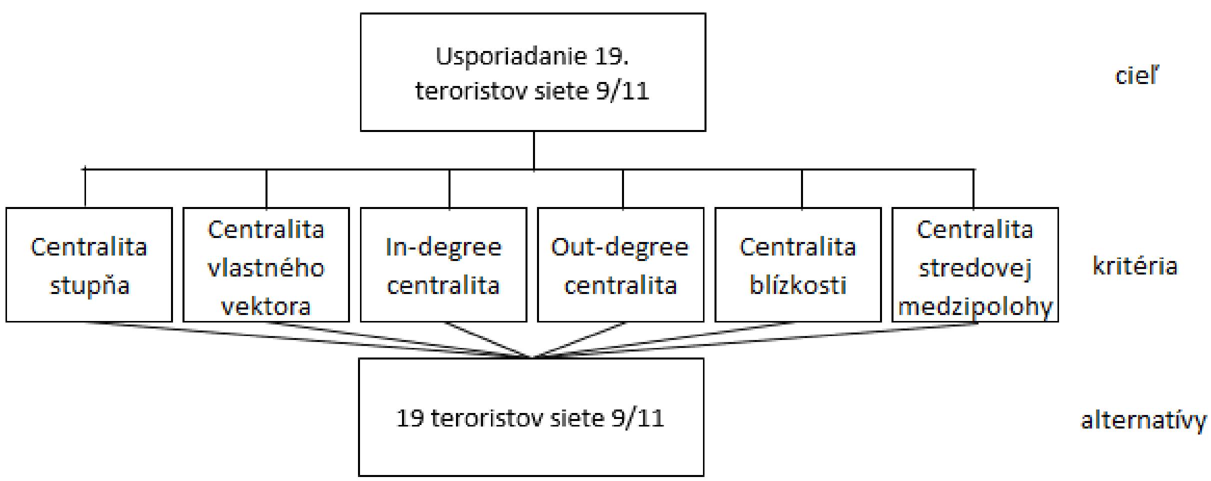
Tabuľka č.9 Miery centralít siete 9/11

Centrality Teroristi	Stupeň	in-degree	out-degree	blízkosť	stredová medzipoloha	vlastný vektor
Ahmed Alghamdi	0,0185	0,0208	0,0208	0,0154	0,0000	0,0408
Hamza Alghamdi	0,1111	0,1042	0,1042	0,0208	0,1751	0,1523
Mohand Alshehri	0,0370	0,0417	0,0417	0,0195	0,0558	0,0455
Fayez Ahmed	0,0370	0,0417	0,0417	0,0188	0,0558	0,0179
Marwan Al-Shehhi	0,0741	0,0833	0,0833	0,0180	0,1066	0,0214
Mohamed Atta	0,0556	0,0625	0,0625	0,0174	0,0415	0,0176
Abdul Aziz Al-Omari	0,0556	0,0625	0,0625	0,0154	0,1212	0,0113
Waleed Alshehri	0,0556	0,0625	0,0625	0,0128	0,0875	0,0038
Satam Suqami	0,0370	0,0417	0,0417	0,0107	0,0000	0,0013
Wail Alshehri	0,0370	0,0417	0,0417	0,0107	0,0000	0,0013
Ahmed Alnami	0,0556	0,0417	0,0417	0,0167	0,0000	0,1162
Saeed Alghamdi	0,0741	0,0833	0,0000	0,0191	0,0000	0,1344
Ahmed Al Haznawi	0,0556	0,0417	0,0625	0,0199	0,1091	0,0854
Ziad Jarrah	0,0556	0,0625	0,0625	0,0191	0,1091	0,0333
Salem Alhazmi	0,0185	0,0208	0,0208	0,1172	0,0000	0,0396
Nawaf Alhazmi	0,1111	0,0625	0,1250	0,1875	0,1044	0,1485
Hani Hanjour	0,0556	0,0625	0,0625	0,1875	0,0337	0,0587
Khalid Al-Mihdhar	0,0370	0,0417	0,0417	0,1563	0,0000	0,0553
Majed Moqed	0,0185	0,0208	0,0208	0,1172	0,0000	0,0157



Obrázok č.17 Normalizovné miery centralít siete 9/11

Jednotlivé hodnoty každej miery nám môžu pomôcť pri identifikácii dôležitosti uzla v porovnaní s ostatnými, ale nie sú schopné identifikovať rovnaký uzol ako kľúčového člena. Napríklad Hani Hanjour je v sieti identifikovaný ako kľúčový člen podľa centrality blízkosti ale podľa centrality stredovej medzipolohy je kľúčovým členom Hamza Alghamdi. Preto pre získanie jednotného poradia uzlov použijeme metódu AHP. Na Obrázku č.18 môžeme vidieť model rozhodovania pre navrhnutú metódu. Vyššie uvedené centrality sú považované za kritéria a 19 teroristov zo siete za alternatívy. Po zostavení hierarchickej štruktúry metódy AHP potrebujeme porovnať všetky dvojice kritérií. Vzhľadom k nedostatku informácií o kritériach ich nemôžeme medzi sebou svojvoľne porovnať a tak použijeme porovnávaciu maticu z článku [16] v ktorej je každému kritériu priradený stupeň od 1-9 podľa Saatyho stupnice. Párovú porovnávaciu maticu môžeme vidieť v Tabuľke č.10.



Obrázok č.18 Hierarchická štruktúra metódy AHP pre sieť 9/11

Tabuľka č.10 Párové porovnanie kritérií (Zdroj: [16] , vlastné spracovanie)

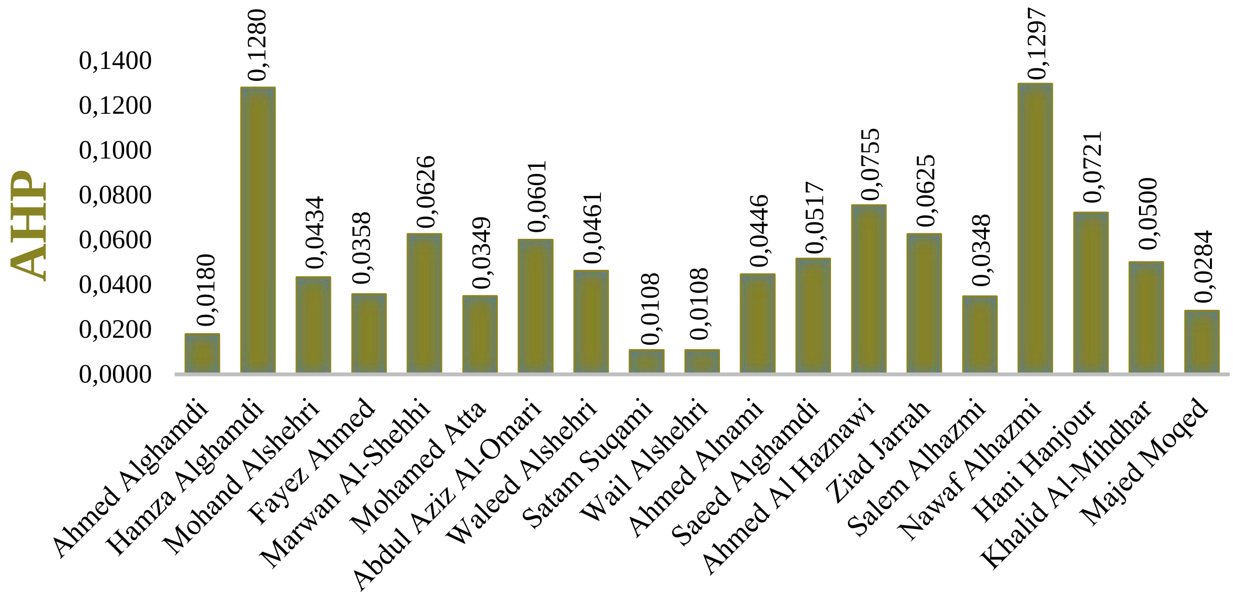
	Stupeň	Vlastný vektor	In-Degree	Out-Degree	Blízkosť	Stredová medzipoloha
Stupeň	1	1/4	2	2	1/2	¼
Vlastný vektor	4	1	4	4	2	½
In-Degree	1/2	1/4	1	1	1/3	¼
Out-Degree	1/2	1/4	1	1	1/3	¼
Blízkosť	2	1/2	3	3	1	½
Stredová medzipoloha	4	2	4	4	2	1

Pre 6 kritérií a 19 alternatív použijeme metódu geometrického priemeru na výpočet váhy kritérií (vo forme matice typu 6 x 1). Vypočítané váhy kritérií môžeme vidieť v Tabuľke č.11.

Tabuľka č.11 Rozhodovacie váhy kritérií

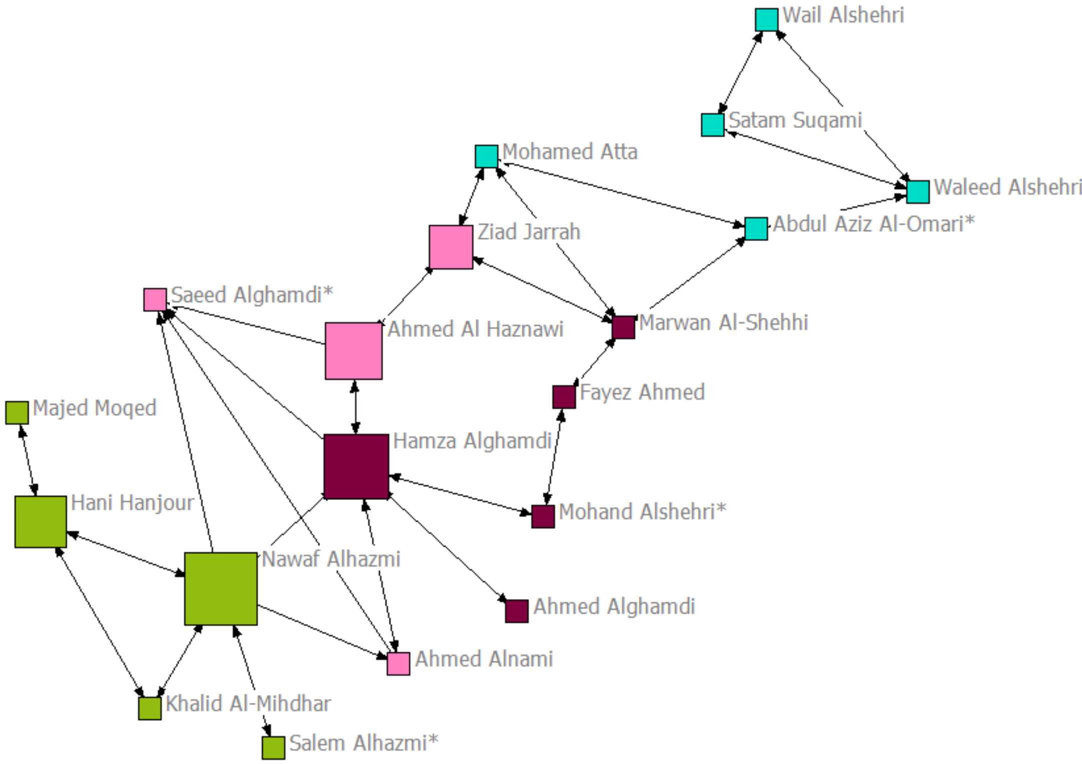
Kritéria	Váha kritérií
Stupeň	0,0947
Vlastný vektor	0,2699
In-Degree	0,0621
Out-Degree	0,0621
Blízkosť	0,1692
Stredová medzipoloha	0,3419

Aby bolo možné vyhodnotiť konečné poradie teroristov v sieti, tak váhy kritérií sa sčítajú s normalizovanými hodnotami mier centralít každého teroristického uzla pomocou jednoduchého maticového násobenia. Výsledné hodnoty konečného usporiadania môžeme vidieť na Obrázku č.19.



Obrázok č.19 Konečné AHP pre vrcholy siete 9/11

Na základe výpočtov sme zistili, že Nawaf Alhazmi s najvyšším AHP je považovaný za najdôležitejšieho člena, vodcu teroristického útoku 9/11. Medzi ďalších kľúčových členov patria Hamza Alghamdi, Ahmed Al Haznawi, Hani Hanjour a Ziad Jarrah. Výsledok predstavuje celkové poradie teroristických uzlov na základe subjektívneho hodnotenia uvažovaných šiestich kritérií.

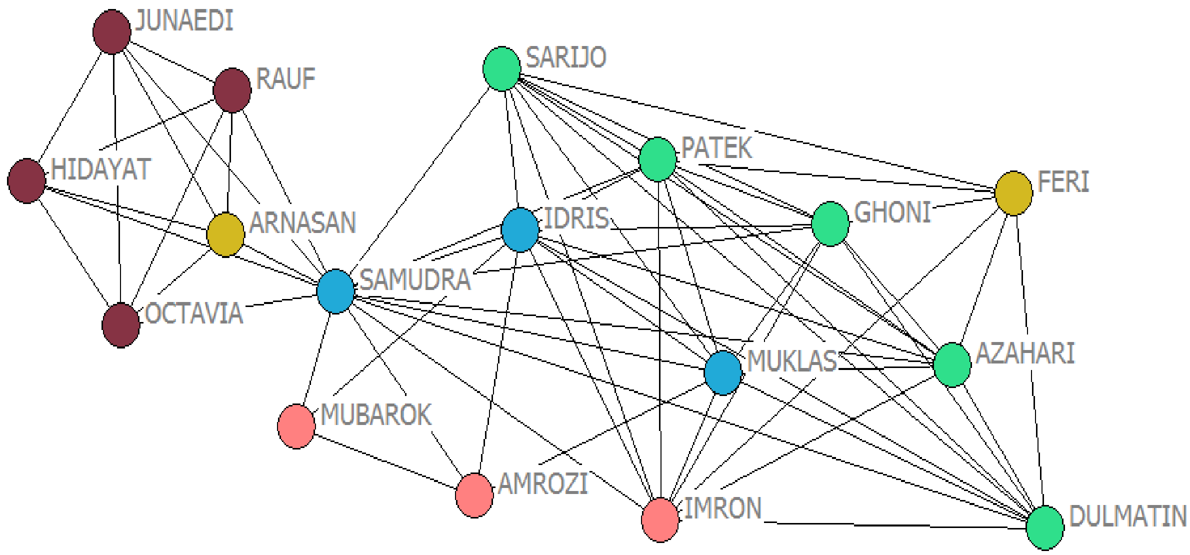


Obrázok č. 20 Vizualizácia sociálnej siete výsledného hodnotenia pomocou AHP pre sieť 9/11

4.3 Teroristický útok Bali

V turistickej štvrti Kuta na indonézskom ostrove Bali, došlo 12.10.2002 k teroristickému atentátu, sprostredkovanému členmi teroristickej organizácie Jemaah Islamiyah. Členov teroristickej organizácie, môžeme vidieť na obr. zobrazených pomocou vrcholov v sieti a vzťahy medzi nimi sú zobrazené hranami, ktoré sú neorientované, čiže môžeme povedať, že budeme pracovať s neorientovanou sieťou. Každý vrchol je vyfarbený inou farbou, podľa toho kde spáchali útok. Sieť teroristov sme získali na základe dát uvedených na stránke [7].

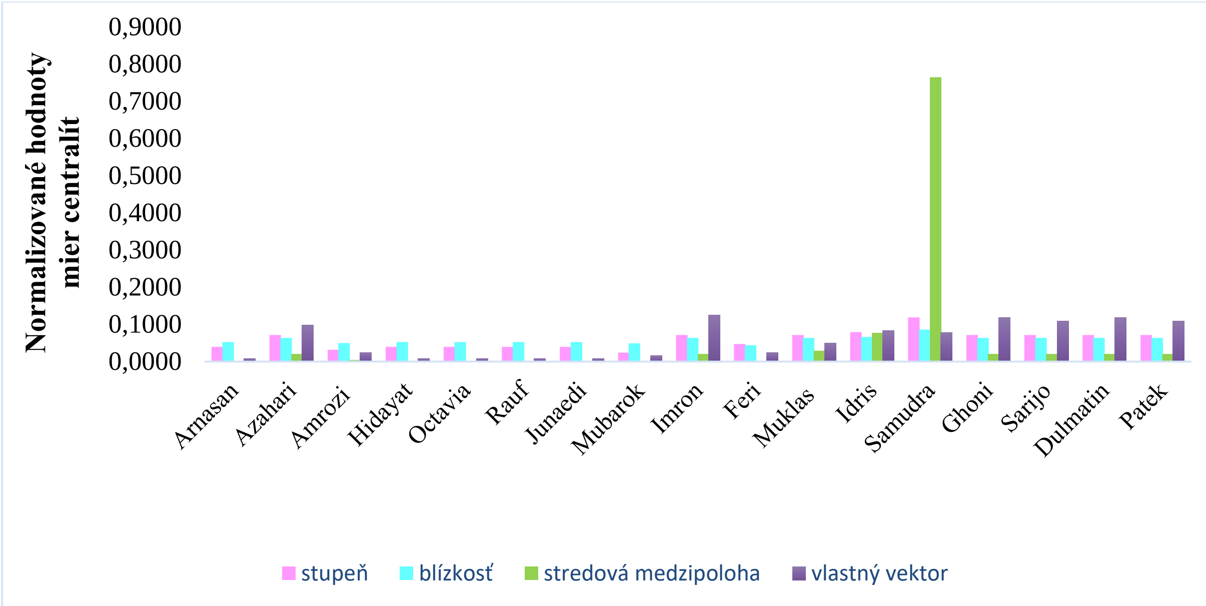
Medzi členmi teroristickej organizácie budeme hľadať lídra skupiny pomocou už známych metód AHP a SNA. Na určenie lídra, musíme najprv vypočítať miery centralít teroristov. Na rozdiel od siete 9/11 použijeme len štyri miery centralít: stupňa, blízkosti, vlastného vektora a stredovej medzipolohy. Centrality In-degree a Out-degree nepoužijeme kvôli tomu, že naša sieť je neorientovaná a pri výpočte týchto dvoch centralít by nám vyšli rovnaké hodnoty ako pri centralite stupňa, čo by bolo zbytočné. Vypočítané normované miery centralít pre každého člena sú zobrazené v Tabuľke č.12. Na Obrázku č.22 môžeme vidieť u koho vyšla centralita najvyššia resp. najnižšia.



Obrázok č. 21 Teroristická sieť organizácie Jemaah Islamiyah

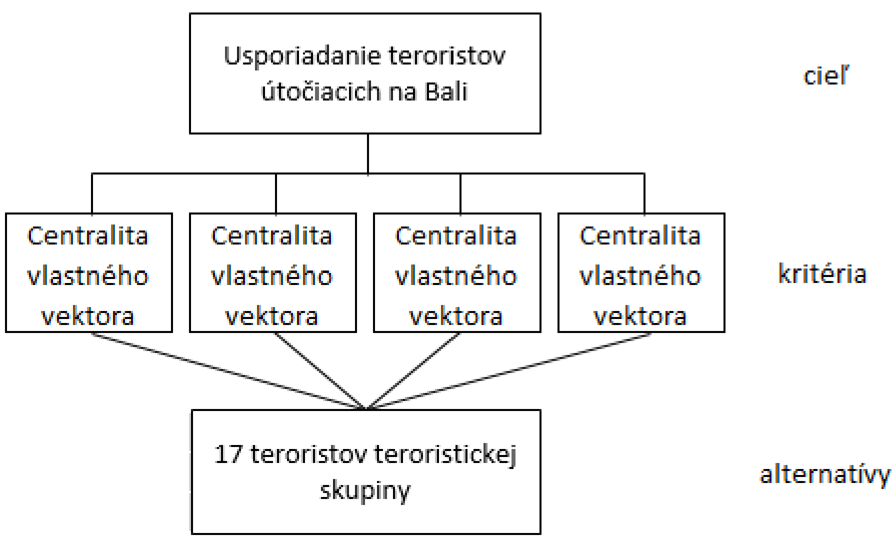
Tabuľka č.12 Miery centralít organizácie Jemaah Islamiyah

Centrality Teroristi	Stupeň	blízkosť	stredová medzipoloha	vlastný vektor
Arnasan	0,0397	0,0521	0,0000	0,0083
Azahari	0,0714	0,0634	0,0208	0,0981
Amrozi	0,0317	0,0503	0,0042	0,0250
Hidayat	0,0397	0,0521	0,0000	0,0083
Octavia	0,0397	0,0521	0,0000	0,0083
Rauf	0,0397	0,0521	0,0000	0,0083
Junaedi	0,0397	0,0521	0,0000	0,0083
Mubarok	0,0238	0,0486	0,0000	0,0166
Imron	0,0714	0,0634	0,0208	0,1253
Feri	0,0476	0,0442	0,0000	0,0252
Muklas	0,0714	0,0634	0,0292	0,0501
Idris	0,0794	0,0663	0,0771	0,0837
Samudra	0,1190	0,0858	0,7646	0,0785
Ghoni	0,0714	0,0634	0,0208	0,1187
Sarijo	0,0714	0,0634	0,0208	0,1095
Dulmatin	0,0714	0,0634	0,0208	0,1187
Patek	0,0714	0,0634	0,0208	0,1095



Obrázok č.22 Normalizované miery centralít teroristickej organizácie Jemaah Islamiyah

Na obrázku č.22 si môžeme všimnúť, že Samudra má najvyššiu centralitu stupňa, blízkosti a aj stredovej medzipolohy. Centralitu vlastného vektora už nemá najvyššiu, preto nevieme s istotou povedať, či Samudra je lídrom skupiny a tak použijeme metódu AHP aby sme sa presvedčili či je alebo nie je lídrom resp. aby sme sa dozvedeli kto je lídrom skupiny. Aby sme mohli začať s výpočtami musíme zostrojiť hierarchickú štruktúru metódy AHP, kde predstavíme naše kritéria, alternatívy a náš cieľ, ktorý budeme chcieť dosiahnuť.



Obrázok č.23 Hierarchická štruktúra teroristickej organizácie Jemaah Islamiyah

Po zostrojení hierarchickej štruktúry použijeme párovú porovnávaciu maticu z článku [16], keďže kvôli nedostatku informácii ich nemôžeme porovnať. Naša párová matica však bude zmenšená o dve kritéria a to o in-degree a out-degree. Saatyho maticu môžeme vidieť v Tabuľke č.13 spolu s váhami kritérií vypočítaných na základe metódy geometrického priemeru.

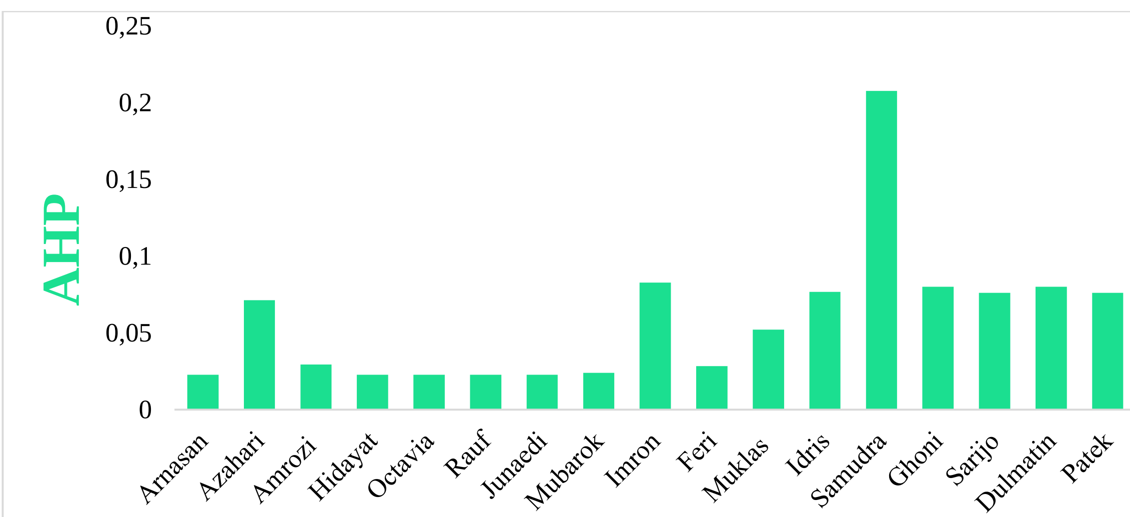
Tabuľka č.13 Párová porovnávacia matica s váhami kritérií

	Stupeň	Vlastný vektor	In-Degree	Out-Degree	Blízkosť	Stredová medzipoloha
Stupeň	1	1/4	2	2	1/2	¼
Vlastný vektor	4	1	4	4	2	½
In-Degree	1/2	1/4	1	1	1/3	¼
Out-Degree	1/2	1/4	1	1	1/3	¼
Blízkosť	2	1/2	3	3	1	½
Stredová medzipoloha	4	2	4	4	2	1

Normalizované váhy kritérií z Tabuľky č. 13 použijeme na konečný výpočet a určenie poradia teroristov. Jednoduchým maticovým násobením s mierami centralít pre každého teroristu zvlášť, dostaneme konečné výsledky AHP zobrazené v Tabuľke č.14 a na Obrázku č.24.

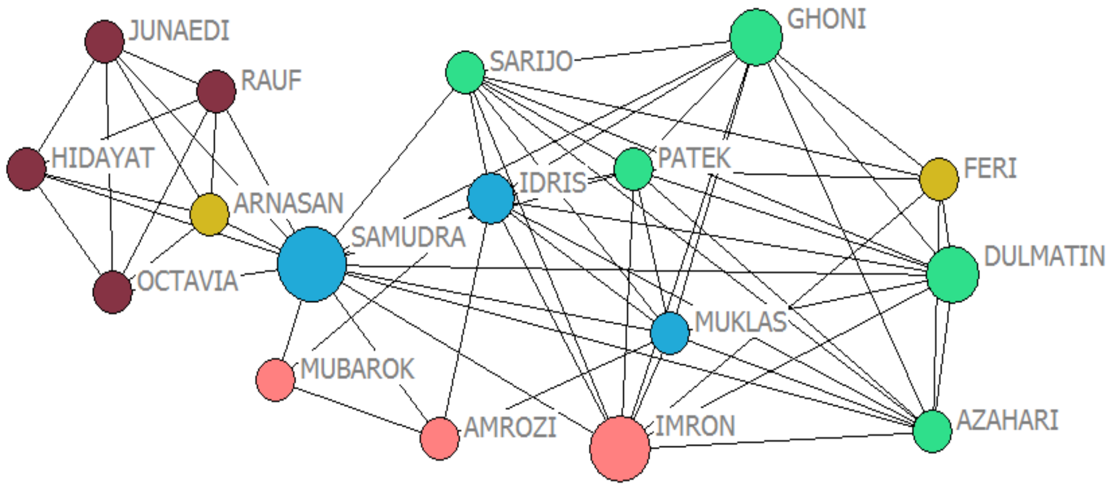
Tabuľka č.14 Konečné AHP a usporiadanie teroristov útočiacich na Bali

Teroristi	AHP	Poradie
Arnasan	0,022862	10
Azahari	0,071342	6
Amrozi	0,029515	10
Hidayat	0,022862	10
Octavia	0,022862	10
Rauf	0,022862	10
Junaedi	0,022862	10
Mubarok	0,023969	9
Imron	0,082956	2
Feri	0,028421	8
Muklas	0,052272	7
Idris	0,076867	4
Samudra	0,20774	1
Ghoni	0,08012	3
Sarijo	0,076185	5
Dulmatin	0,08012	3
Patek	0,076185	5



Obrázok č.24 Konečné AHP pre teroristov útočiacich na Bali

Na základe výpočtov sme získali lídra organizácie Jemaah Islamiyah. Lídrom celého útoku bol Samudra s najväčším AHP, ktoré sa výrazne líši od AHP ostatných členov skupiny. Medzi ďalších významnejších členov patril Imron a s rovnakým AHP Dulmatin a Ghoni. Pre lepšiu ukážku môžeme na Obrázku č.25 vidieť piatich kľúčových teroristov.



Obrázok č.25 Vizualizácia sociálnej siete výsledného hodnotenia pomocou AHP pre sieť teroristickej organizácie Jemaah Islamiyah

4.4 Zhrnutie

SNA je jedným z najmocnejších a najefektívnejších analytických nástrojov pre štúdium rôznych zložitých teroristických sietí a organizácii. Miery centralít, často slúžia na identifikáciu kľúčových členov, vodcov a poradia teroristov na základe rôznych teroristických sietí . Pre získanie celkového poradia slúži kombinácia AHP s SNA. AHP je účinná technika pre identifikáciu kľúčových členov a celkového poradia uzlov v rôznych sociálnych sieťach, na základe niekoľkých kritérií a subjektívneho porovnania medzi nimi.

V našej práci sme analyzovali teroristické siete za použitia AHP a existujúcich mier centralít SNA. Hoci údaje použité v tejto štúdii sú malé (17 a19 uzlov), môžu byť aplikované aj na veľké dáta.

Záver

Témou práce bola centralita vrcholov v sociálnej sieti s cieľom vysvetlenia dôležitosti vrcholov pomocou mier centralít.

Obsahom prvej kapitoly bol pojem sociálna sieť a základné definície z teórie grafov, ktoré sme využívali v nasledujúcich kapitolách. Taktiež sme sa oboznámili s najzákladnejšími centralitami vrcholov ako centralitou stupňa, blízkosti, stredovej medzipolohy a vlastného vektora.

Vysvetlením známych mier centralít sme sa zaoberali v druhej kapitole na konkrétnom príklade siete VK Tvrdošín zostrojenej z vlastného pohľadu na priateľstvá medzi hráčkami. Zistili sme, že hráčka 6 dosiahla najväčšie miery centralít, čiže vrchol 6 bol v sieti považovaný za najdôležitejší na rozdiel od vrchola 1 s najmenšími mierami centralít. Vysvetlenie programovania v štatistickom softvéri R nám uľahčilo prácu pri zostavení modelu siete VK Tvrdošín a výpočtoch mier centralít. Sieť VK Tvrdošín sme zostavili ešte raz ale na základe iného ponímania priateľstiev medzi hráčkami, ktoré sme navzájom porovnali. Ako ukážku zostavenia siete z odlišných pohľadov sme zobrazili sieť získanú Krackhardtom na základe dotazníkov. Pre lepší obraz mier centralít sme zostrojili ešte sieť poistných matematikov na sociálnej sieti Facebook v ktorej výsledkom nebol iba jeden vrchol, ktorý bol v sieti považovaný za najdôležitejší.

V tretej kapitole sme vytvorili autobusovú dopravnú sieť na Orave a sieť metra v Prahe. Na siete sme aplikovali miery centralít a základné charakteritiky sietí. V sieti metra v Prahe sme pomocou aplikovania mier centralít na stanice zistili, že najpreťaženejšie a najdôležitejšie stanice sú tri prestupové stanice pri ktorých nám vyšli najväčšie hodnoty centrality stupňa, blízkosti a stredovej medzipolohy. Oboznámili sme sa aj s novou mierou centrality vrcholov, Stress centrality.

V poslednej, štvrtej kapitole sme čerpali z článku [16], kde sme pomocou metódy AHP a metódy SNA hľadali lídrov dvoch odlišných teroristických organizácii. Na začiatku poslednej kapitoly sme si vysvetlili metódu AHP potrebnú pre nasledovnú aplikáciu na teroristické siete. Najprv sme hľadali lídra teroristickej skupiny Al-Qaeda v orientovanej sieti 9/11 hijackers, ktorý spáchali útok na Spojené štáty a potom sme pomocou rovnakého postupu hľadali lídra teroristickej organizácie Jemaah Islamiyah v neorientovanej sieti, ktorý spáchali útok na ostrov

Bali. Zistili sme že lídrom teroristickej organizácie Al-Qaeda bol Nawaf Alhazmi a lídrom teroristickej organizácie Jemaah Islamiyah bol Samudra.

Zoznam použitej literatúry

[1] AHP Její silné a slabé stránky, dostupné na internete (6.3.2015) http://theses.cz/id/5j4i3e/Jandova_-_AHP_Jeji_silne_a_slabe_stranky.pdf

[2] Arriva Liorbus a.s., dostupné na initernete (2009) http://www.arrivaliorbus.sk/

[3] Barnes, J. A. (1954). Class and committees in Norwegian island parish. Human Relations, 7, 39-58

[4] Bonacich, P. (2007). Some unique properties of eigenvector centrality. Social networks, 29(4), 555-564.

[5] Crawford, G., Williams C. (1985): The Analysis of Subjective Judgment Matrices, The Rand Corporation, California

[6] Datasets–UCINET softwer, dáta siete 9/11 Hijackers, dotupné na internete (31.8.2016) https://sites.google.com/site/ucinetsoftware/datasets/covert-networks/911hijackers

[7] Datasets–UCINET softwer, data siete Jemaah Islamiyah Koschade, dotupné na internete (31.8.2016) https://sites.google.com/site/ucinetsoftware/datasets/covert-networks/jemaahislamiyahkoschade

[8] Duncan, J. W. (2003). Six degrees: The Science of a Connected Age. W. W. Norton and Company. ISBN 0-393-04142-5.

[9] Freeman L. C.(1979). Centrality in Social Networks: Conceptual Clarification. Social Networks, 215-239

[10] Ishizaka, Alessio, and Markus Lusti (14.4 2006). "How to derive priorities in AHP: a comparative study." Central European Journal of Operations Research : 387-400

[11] Jackson, M. O. (2010). Social and Economic Networks. Princeton University Press. ISBN 978-0691148205.

[12] Jirovský Lukáš (2010) Teorie grafů, Praha, dostupné na internete: http://teorie-grafu.cz

[13] Krackhardt, D. (1987): Cognitive Social Structures, Social Networks 9, 109-134

[14] Metro Praha, dostupné na internete http://www.metro-praha.info/prazske-metro-mapa/

[15] Network centrality of metro systems, dostupné na internete (2012), https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC3391279/

[16] Ranking terorrist nodes of 9/11 network analysis anlytical hierarchy process with social network Analysis, dostupné na internete (2016), http://www.isahp.org/uploads/isahp16_proceeding_1155428.pdf

[17] Saaty, T.L.(2010): Fundamentals of Decision Making and Priority Theory With the Analytic Hierarchy Process, RWS Publications, Pittsburg

[18] The analytic hierarchy process—what it is and how it is used, dostupné na internete (1987) http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0270025587904738

[19] Tönnies, Ferdinand (1887). Gemeinschaft und Gesellschaft, Leipzig: Fues's Verlag (Translated, 1957 by Charles Price Loomis as Community and Society, East Lansing: Michigan State University Press.)

[20] UCINET IV Datasets, dáta k výskumu Davida Krackhardta, dostupné na internete (20.3.2016): http://vlado.fmf.uni-lj.si/pub/networks/data/ucinet/ucidata.htm#krackof

[21] Znám, Š.(1982): Kombinatorika a teória grafov, Univerzita Komenského, Bratislava