AR(2) - stacionarita

- Porovnáme koeficienty pri L^j na oboch tranách (9):

$$\psi_j - \alpha_1\psi_{j-1} - \alpha_2\psi_{j-2} = 0,$$

$$\psi_0 = 1,\ \psi_1 = \alpha_1$$

- Podmienka stacionarity: Kvôli splneniu podmienky $\sum \psi_j^2 < \infty$ musia byť korene charakteristickej rovnice

$$\lambda^2 - \alpha_1\lambda - \alpha_2 = 0$$

  v absolútnej hodnote menšie ako 1

- Inak povedané: korene rovnice

$$\alpha(L) = 1 - \alpha_1 L - \alpha_2 L^2 = 0$$

  musia byť v absolútnej hodnote väčšie ako 1, t. j. mimo jednotkového kruhu

- To isté vyšlo predtým pre AR(1): koreň $\alpha(L) = 0$ mimo jednotkového kruhu

AR(2) - stacionarita

- Porovnáme koeficienty pri L^j na oboch stranách (9):

$$\psi_j - \alpha_1\psi_{j-1} - \alpha_2\psi_{j-2} = 0,$$

$$\psi_0 = 1,\ \psi_1 = \alpha_1$$

- Podmienka stacionarity: Kvôli splneniu podmienky $\sum \psi_j^2 < \infty$ musia byť korene charakteristickej rovnice

$$\lambda^2 - \alpha_1\lambda - \alpha_2 = 0$$

  v absolútnej hodnote menšie ako 1

- Inak povedané: korene rovnice

$$\alpha(L) = 1 - \alpha_1 L - \alpha_2 L^2 = 0$$

  musia byť v absolútnej hodnote väčšie ako 1, t. j. mimo jednotkového kruhu

- To isté vyšlo predtým pre AR(1): koreň $\alpha(L) = 0$ mimo jednotkového kruhu

AR(2) - momenty

- Autokovariancie: znovu môžeme predpokladať nulovú strednú hodnotu, t. j.

$$
\begin{aligned}
x_t &= \alpha_1 x_{t-1} + \alpha_2 x_{t-2} + u_t \quad \Big/ \times x_{t-s},\ E[.] \\
E[x_{t-s}x_t] &= \alpha_1 E[x_{t-s}x_{t-1}] + \alpha_2 E[x_{t-s}x_{t-2}] + E[x_{t-s}u_t]
\end{aligned}
$$

- Pre $s = 0, 1, 2$ dostaneme:

$$
\begin{aligned}
\gamma(0) &= \alpha_1\gamma(1) + \alpha_2\gamma(2) + \sigma^2 \\
\gamma(1) &= \alpha_0\gamma(0) + \alpha_2\gamma(1) \\
\gamma(2) &= \alpha_0\gamma(1) + \alpha_2\gamma(0)
\end{aligned}
$$

  - sústava rovníc $\rightarrow \gamma(0) = Var[x_t], \gamma(1), \gamma(2)$

- Pre $s \geq 2$ - diferenčná rovnica:

  (10) $\quad \gamma(s) - \alpha_1\gamma(s-1) - \alpha_2\gamma(s-2) = 0,$

  začiatočné podmienky z predchádzajúceho bodu

AR(2) - momenty

- Autokovariancie: znovu môžeme predpokladať nulovú strednú hodnotu, t. j.

$$
\begin{aligned}
x_t &= \alpha_1 x_{t-1} + \alpha_2 x_{t-2} + u_t \quad \Big/ \times x_{t-s},\ E[.] \\
E[x_{t-s}x_t] &= \alpha_1 E[x_{t-s}x_{t-1}] + \alpha_2 E[x_{t-s}x_{t-2}] + E[x_{t-s}u_t]
\end{aligned}
$$

- Pre $s = 0, 1, 2$ dostaneme:

$$
\begin{aligned}
\gamma(0) &= \alpha_1\gamma(1) + \alpha_2\gamma(2) + \sigma^2 \\
\gamma(1) &= \alpha_1\gamma(0) + \alpha_2\gamma(1) \\
\gamma(2) &= \alpha_1\gamma(1) + \alpha_2\gamma(0)
\end{aligned}
$$

  - sústava rovníc $\rightarrow \gamma(0) = Var[x_t], \gamma(1), \gamma(2)$

- Pre $s \geq 2$ - diferenčná rovnica:

  (10) $\quad \gamma(s) - \alpha_1\gamma(s-1) - \alpha_2\gamma(s-2) = 0,$

  začiatočné podmienky z predchádzajúceho bodu

AR(p) proces - momenty

- Stredná hodnota:
  označíme $\mu = E[x_t]$ a spravíme strednú hodnotu z ľavej aj pravej strany (11):

  $$\mu = \delta + \alpha_1 \mu + \ldots + \alpha_p \mu \;\Rightarrow\; \mu = \frac{\delta}{1 - \alpha_1 - \ldots - \alpha_p}$$

  aj teraz: stredná hodnota má rovnaké znamienko ako parameter δ
- Variancia, autokovariancie - nech $\delta = 0$

$$\begin{aligned} x_t &= \alpha_1 x_{t-1} + \ldots + \alpha_p x_{t-p} + u_t \;\Big/\; \times x_{t-s},\ E[.] \\ \gamma(s) &= \alpha_1 \gamma(s-1) + \ldots \alpha_p \gamma(t-s) + E[u_t x_{t-s}] \end{aligned}$$

AR(p) proces - momenty

- Stredná hodnota:
  označíme $\mu = E[x_t]$ a spravíme strednú hodnotu z ľavej aj pravej strany (11):

  $$\mu = \delta + \alpha_1 \mu + \ldots + \alpha_p \mu \;\Rightarrow\; \mu = \frac{\delta}{1 - \alpha_1 - \ldots - \alpha_p}$$

  aj teraz: stredná hodnota má rovnaké znamienko ako parameter δ
- Variancia, autokovariancie - nech $\delta = 0$

$$\begin{aligned} x_t &= \alpha_1 x_{t-1} + \ldots + \alpha_p x_{t-p} + u_t \;\Big/\; \times x_{t-s},\ E[.] \\ \gamma(s) &= \alpha_1 \gamma(s-1) + \ldots \alpha_p \gamma(s-p) + E[u_t x_{t-s}] \end{aligned}$$