

Príklady na precvičenie 1

AR procesy: teoretické úlohy

Beáta Stehlíková
Časové rady 2013/2014

Skúška je pri počítači, pri mnohých výpočtoch je vhodné použiť R-ko. Príkazy sú v slajdoch k prednáškam a podrobnejšie v slajdoch k nepovinným cvičeniam.

1. Rozhodnite, ktoré nasledujúcich autoregresných procesov sú stacionárne a svoje tvrdenie dokážte:

(a) $(1 - \frac{1}{2}L)x_t = 1 + u_t$

(b) $(1 - 2L)x_t = 2 + u_t$

(c) $(1 - \frac{1}{2}L)(1 - 3L)x_t = 4 + u_t$

(d) $x_t = 1 + \frac{3}{4}x_{t-1} - \frac{1}{8}x_{t-2} + u_t$

(e) $x_t = 10 + 0.45x_{t-1} + 0.075x_{t-2} - 0.025x_{t-3} + u_t$

2. Pre stacionárne procesy z predchádzajúceho bodu vypočítajte strednú hodnotu, disperziu a prvých 10 členov autokorelačnej funkcie.
3. Uvažujme autoregresný proces $(1 - \frac{1}{2}L)(1 - \frac{1}{3}L)(1 - \frac{1}{4}L)x_t = u_t$

(a) Ukážte, že tento proces je stacionárny.

(b) Napíšte diferenčnú rovnicu, ktorú spĺňajú autokorelácie.

(c) Napíšte sústavu rovníc, z ktorej sa vypočítajú začiatočné podmienky pre túto diferenčnú rovnicu. Vypočítajte riešenie tejto sústavy.

4. Uvažujme AR(2) proces

$$x_t = a_1x_{t-1} + a_2x_{t-2} + \varepsilon_t.$$

Ovodte stacionarity ako podmienky na koeficienty a_1, a_2 . Zakreslite do roviny (na xovej osi a_1 , na y-ovej osi a_2) množinu bodov, ktoré zodpovedajú stacionárnym procesom.

Mali by ste dostať taký obrázok, ako je na obálke druhého vydania knihy *Applied Econometric Time Series*, pozri napr. <http://www.amazon.com/dp/0471230650>.

5. ¹Uvažujme nasledovný model ekonomiky (uzavretá ekonomika bez vládnych výdavkov), kde c je spotreba, i sú investície a y je výstup:

$$y_t = c_t + i_t,$$

$$c_t = \alpha y_t + \varepsilon_t^c,$$

$$i_t = \beta(c_t - c_{t-1}) + \varepsilon_t^i,$$

¹Zdroj: <http://www.uncg.edu/bae/people/bearse/eco722/ps1sol.pdf>, tu nájdete aj riešenie

kde $0 < \alpha < 1$ a $\beta > 0$ sú konštanty, a ε_t^c a ε_t^i sú nezávislé biele šumy.

Ukážte, že y sa riadi autoregresným procesom druhého rádu a odvodte podmienky na koeficienty α, β , pri ktorých je tento proces stacionárny.

6. Odvodte PACF pre AR(2) proces - aj postup odvodu, nielen dosadenie do všeobecného vzorca.
7. Priradte k sebe AR proces, jeho typickú realizáciu, výberovú ACF (vypočítanú pomocou funkcie `acf` v R, takže prvá hodnota je autokorelácia s lagom 0) a výberovú PACF.

Procesy:

(a) $x_t = 5 + 0.5x_{t-1} + 0.3x_{t-2} + \varepsilon_t$

(b) $x_t = -0.5x_{t-1} + 0.3x_{t-2} + \varepsilon_t$

(c) $x_t = 0.8x_{t-1} + \varepsilon_t$

(d) $x_t = 1.5x_{t-1} - 0.8x_{t-2} + \varepsilon_t$

Priebehy procesov, výberové ACF a PACF sú na nasledujúcich stranách.





