

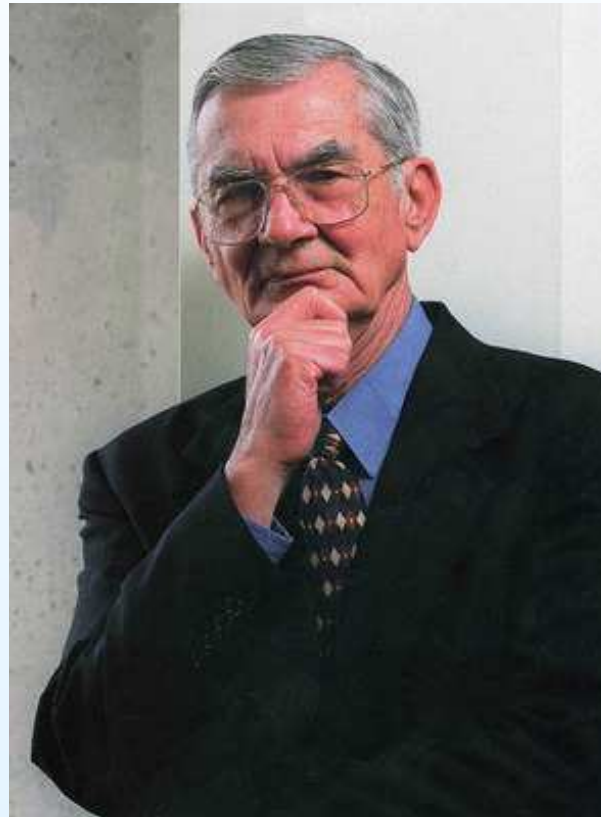
Modelovanie nového produktu na trhu: Bassov model

Beáta Stehlíková

Cvičenia z časových radov, FMFI UK

Úvod

- **Frank Bass** (1926-2006) - priekopník matematických modelov v marketingu



<http://marketingscience.info/professor-frank-bass-1926-2006>

Úvod

F. Bass, **A New Product Growth for Model Consumer Durables**, Management Science, Vol. 15 (January 1969)

- Matematický model pre zavedenie nového produktu na trh, predikcie tržieb
- Jeden z desiatich článkov vo výbere *Top 10 Most Influential Papers published in the 50-year history of Management Science* (2004)
- Nielen tovary dlhodobej spotreby

Úvod

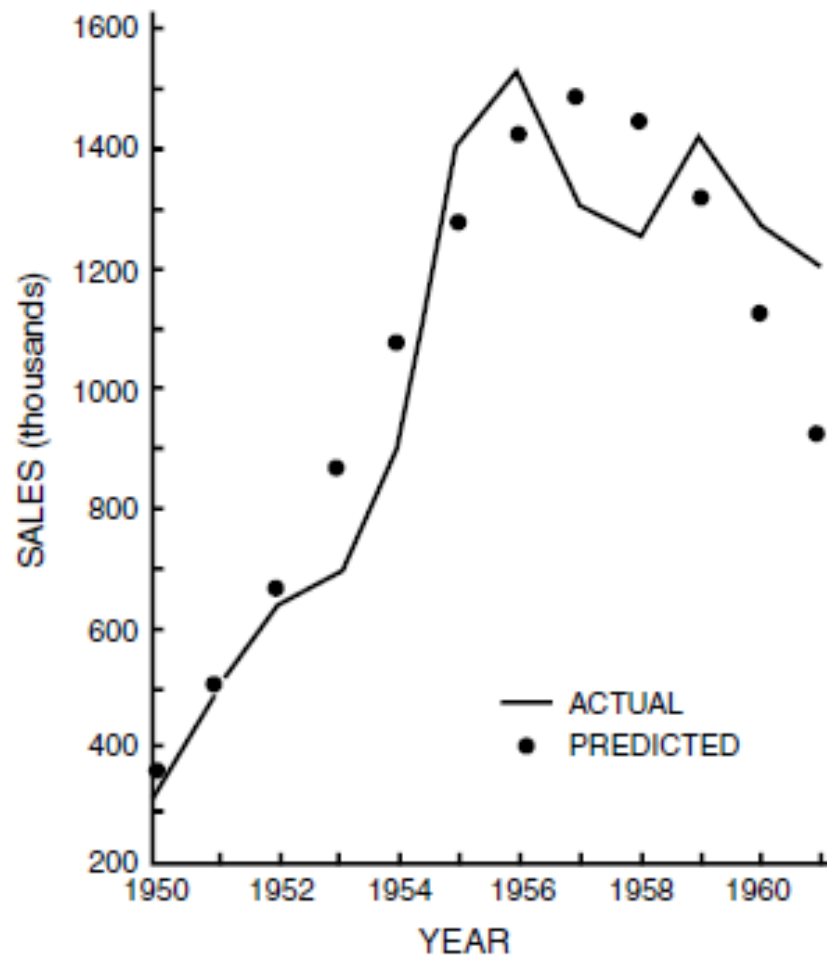
- Z neskoršieho komentáru Franka Bassa k svojmu článku:
Perhaps the first thing to notice... is the title. It contains a typo. The correct title should be *A New Product Growth Model for Consumer Durables*. I suppose that I was so excited about having the paper accepted for publication that I failed to carefully proofread the galley proofs.

F. Bass: **Comments on "A New Product Growth for Model Consumer Durables"**, *Management Science* 50 (2004), 1833-1840

Úvod

- Aplikácia: tovary dlhodobej spotreby:

Figure 8 Actual Sales and Sales Predicted by Model (Clothes Dryers)

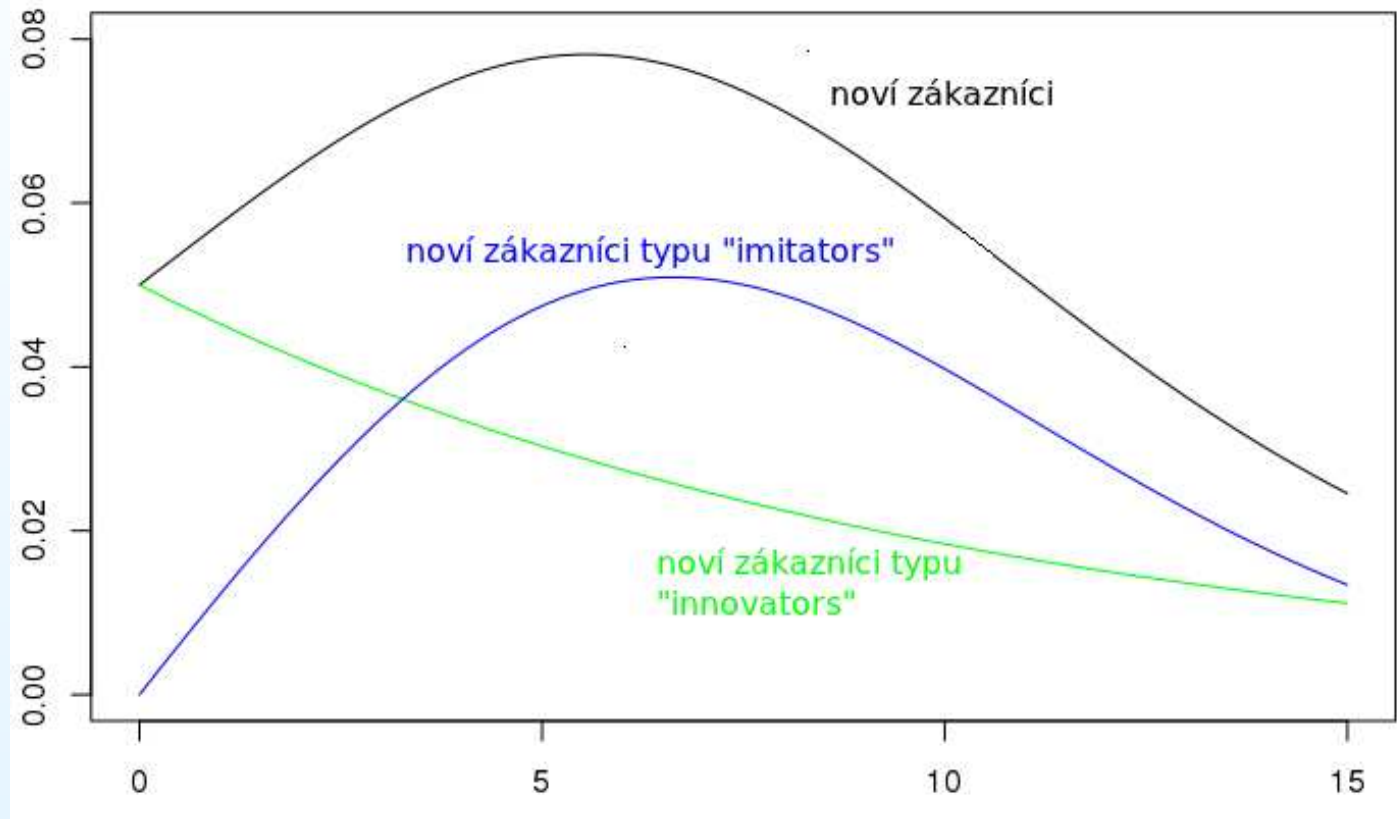


Základná myšlienka modelu

- Dva typy zákazníkov:
 - "innovators" - tovar si kúpia na základe informácií o novom produkte, reklamy, ...
 - "imitators" - rozhodujú sa podľa skúseností iných užívateľov, ich hodnotenia, ...

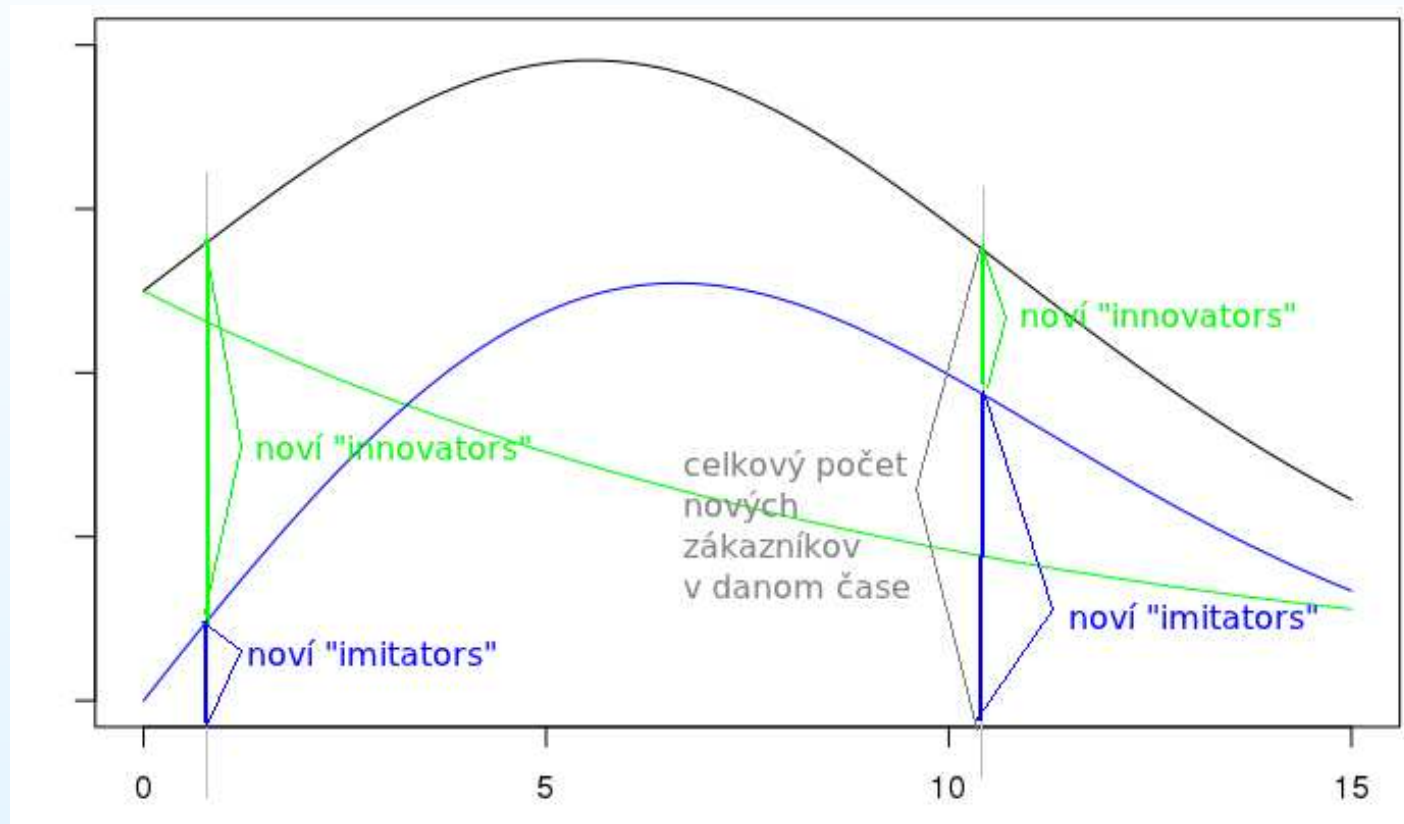
Základná myšlienka modelu

- Noví zákazníci:



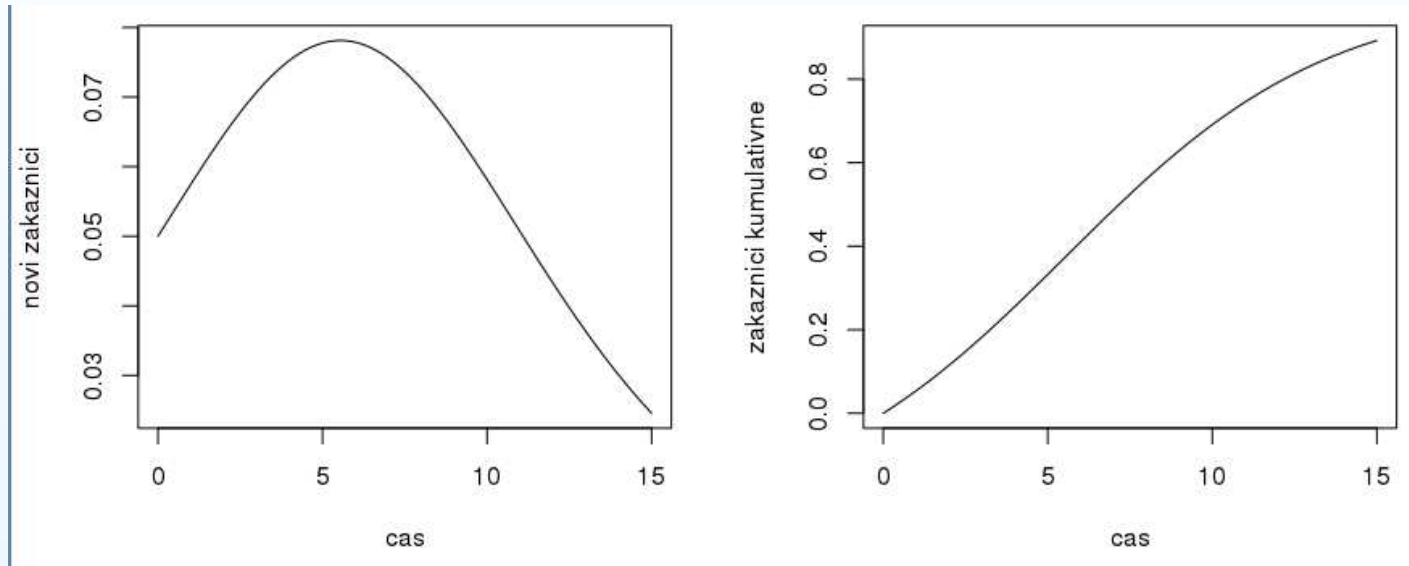
Základná myšlienka modelu

- Noví zákazníci:



Základná myšlienka modelu

- Celkový počet ľudí, ktorí daný produkt používajú:



- Čo nás zaujíma:
 - tržby: v jednotlivých časoch a celkovo
 - kedy budú tržby maximálne

Odvozenie modelu

- $f(t)$ = podiel ľudí z celkového objemu trhu, ktorí si produkt zakúpili "v čase t "
- $F(t)$ = podiel ľudí z celkového objemu trhu, ktorí si produkt zakúpili do času t , platí $F'(t) = f(t)$
- Základ modelu: *Pravdepodobnosť toho, že si človek kúpi produkt v čase t za predpokladu, že si ho doteraz nekúpil, je lineárnou funkciou $F(t)$, teda $p + qF(t)$*
- Parametre:
 - p vyjadruje vplyv skupiny "innovators"
 - q vyjadruje vplyv skupiny "imitators"
- Teda: obyčajná diferenciálna rovnica pre $F(t)$, pričom $F(0) = 0$:

$$\frac{f(t)}{1 - F(t)} = p + qF(t) \Rightarrow \frac{F'(t)}{1 - F(t)} = p + qF(t)$$

Odvođenje modelu

- ODR → separácia premenných

$$\frac{dF}{(1-F)(p+qF)} = dt \Rightarrow F(t) = \frac{1 - e^{-(p+q)t}}{1 + \frac{q}{p}e^{-(p+q)t}}$$

- Príslušná funkcia $f(t) = F'(t)$:

$$f(t) = \frac{(p+q)^2 e^{-(p+q)t}}{p \left[1 + \frac{q}{p} e^{-(p+q)t} \right]^2}$$

- Maximum funkcie f , voľne povedané: čas s najvyšším počtom predaných výrobkov:

$$t_{peak} = \frac{\log(q/p)}{p+q}$$

Hodnoty parametrov

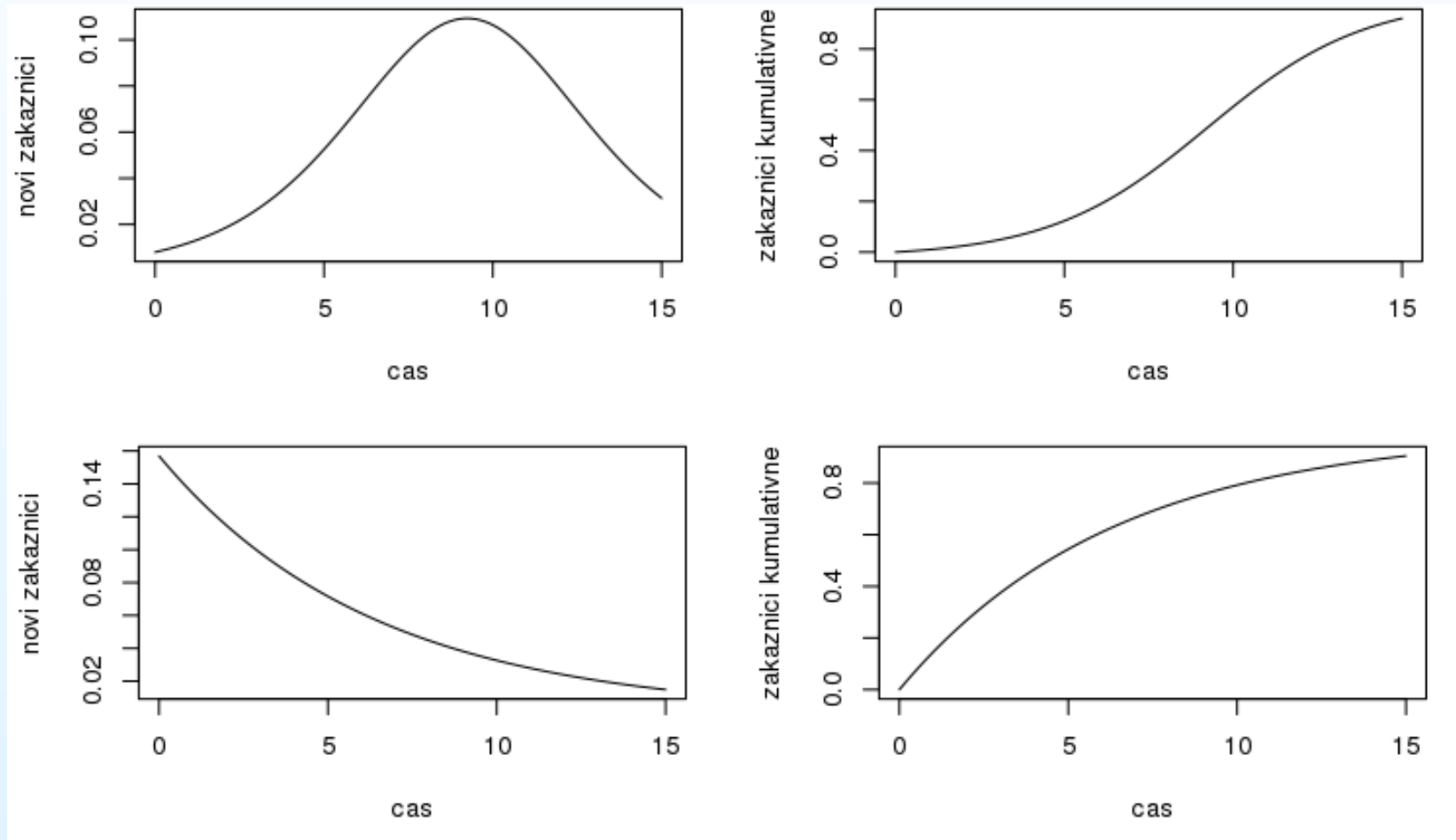
- Pripomeňme si:
 - p zodpovedá skupine "innovators"
 - q zodpovedá skupine "imitators"
- Príklady odhadnutých parametrov:

tovar	parameter p	parameter q
mobil	0.008	0.421
CD prehrávač	0.157	0.000
mikrovlnka	0.002	0.357
...
"priemerný produkt"	0.003	0.380

G. L. Lilien, A. Rangaswamy: **Marketing Engineering**. DecisionPro, 2004

Hodnoty parametrov

- Porovnanie rôznych tovarov - pre mobil a CD prehrávač:



Hodnoty parametrov

- Užitočné pri novom produkte (nie sú historické dáta) - tzv. **analogous product estimates**; napr. satelitné vysielanie DIRECTV, popisované v článku:

F. Bass: **Comments on "A New Product Growth for Model Consumer Durables"**, Management Science 50 (2004), 1833-1840

Praktický príklad

P. S. P. Cowpertwait, A. V. Metcalfe: **Introductory Time Series with R**. Springer 2009.
(Kapitola 3.3.4, str. 52-54)

- Predaj VCR v USA v rokoch 1980-1989
- Dáta:

rok	1980	1981	1982	1983	1984
predaj	840	1470	2110	4000	7590
rok	1985	1986	1987	1988	1989
predaj	10950	10530	9470	7790	5890

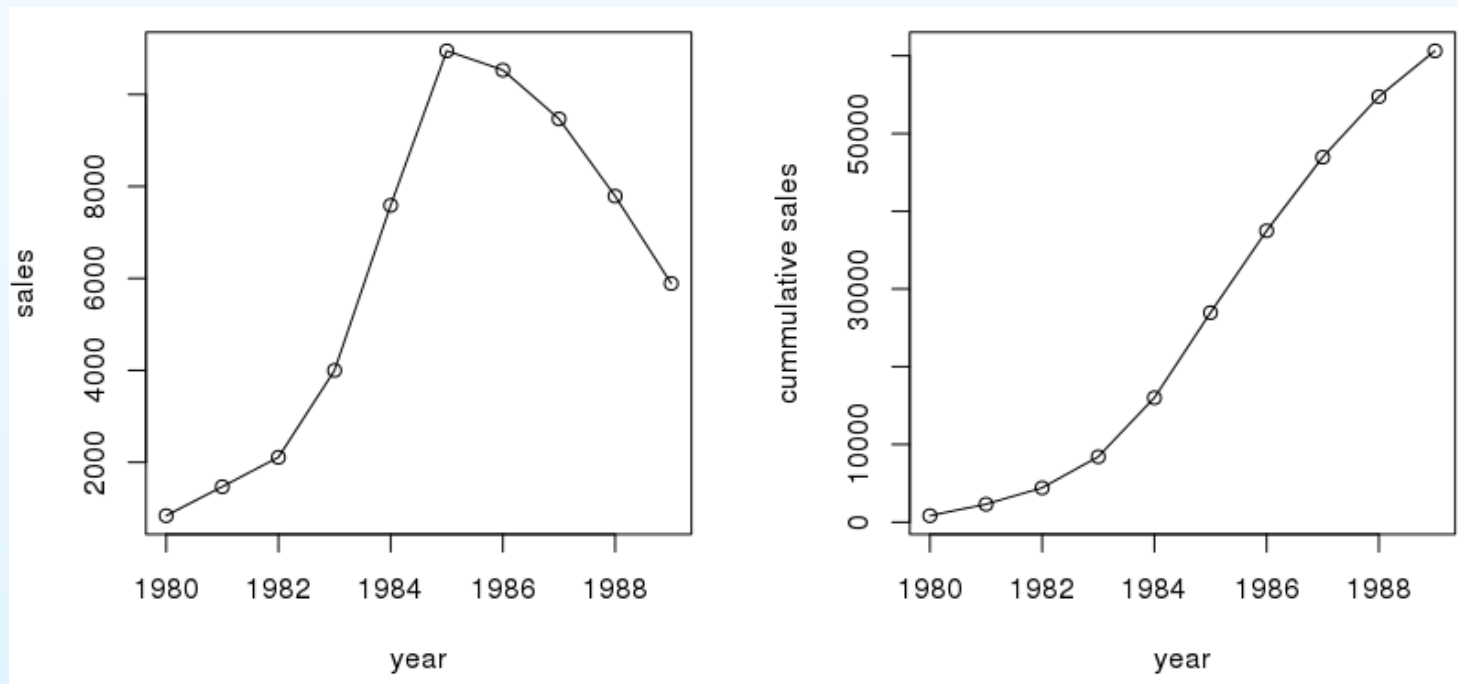
Praktický príklad: výpočet v R-ku

- Dáta, pričom T je časová premenná (rok je $T + 1979$):

$T=1:10$

$Sales=c(840,1470,2110,4000,7590,10950,10530,9470,7790,5890)$

- Hodnoty v jednotlivých rokoch a kumulatívne:



Praktický príklad: výpočet v R-ku

- Budeme fitovať premennú `Sales`
- Funkcia `nls` v R: nelineárna metóda najmenších štvorcov

```
Bass.nls=nls(Sales ~  
M*((P+Q) ^ 2/P)*exp(-(P+Q)*T))/(1+(Q/P)*exp(-(P+Q)*T)) ^ 2,  
start=list(M=...,P=...,Q=...))
```

- Potrebujeme začiatočné hodnoty pre optimalizáciu:
 - `M` - súčet doterajších hodnôt (už klesajú, `M` zrejme nebude oveľa väčšie)
 - `P, Q` - hodnoty pre "priemerný produkt" (uvidíme, že na konvergenciu to stačí)
- Odhadnuté koeficienty (a štatistiky) získame príkazom `summary(Bass.nls)`

Praktický príklad: výpočet v R-ku

- Porovnáme mode so skutočnými hodnotami a spravíme predikcie:
 - odhadnuté parametre:
Bcoef=coef(Bass.nls)
m=Bcoef[1]
p=Bcoef[2]
q=Bcoef[3]
 - jemnejšie delenie na časovej osi:
T2=(1:100)/10
(alebo napr. T2=(1:200)/10, ak chceme aj predikcie):
 - odhadnuté hodnoty, porovnáваме so Sales:
SalesE=m*((p+q)^2/p)*exp(-(p+q)*T2)/(1+(q/p)*exp(-(p+q)*T2))^2
 - odhadnuté kumulatívne hodnoty, porovnáваме s cumsum(Sales):
CumE= m*(1-exp(-(p+q)*T2))/(1+(q/p)*exp(-(p+q)*T2))

Praktický príklad: výpočet v R-ku

Porovnanie:

