

ČASOVÉ RADY
VZOROVÁ SKÚŠKOVÁ PÍ SOMKA

Vo všetkých príkladoch označuje u biely šum s disperziou σ^2 .

1. *Kostra: Overovanie stacionarity a invertovateľnosti (spolu 6 bodov)*. Zistite, či je proces

$$x_t = 2 + 1.2x_{t-1} - 1.1x_{t-2} + 0.7x_{t-3} + u_t - 1.3u_{t-1} + 1.2u_{t-2}$$

stacionárny a invertovateľný.

Pre každú z vlastností napíšte:

- (1 bod pre každú vlastnosť) polynóm, ktorého korene budete počítat a počet koreňov, ktoré má,
 - (1 bod pre každú vlastnosť) absolútne hodnoty týchto koreňov,
 - (1 bod pre každú vlastnosť) záver - či je proces stacionárny, resp. invertovateľný.
2. *Kostra: ARIMA modelovanie (spolu 14 bodov)*. Načítajte dáta:

```
library(astsa); y <- ts(fmri$L1T1[,1])
```

- (a) Pre tieto dáta testujte hypotézu o jednotkovom koreni. Napíšte:
- (1 bod) typ použitého testu a zdôvodnenie výberu,
 - (2 body) odhadnutú regresiu (konkrétne na základe výstupu, nie vo všeobecnosti),
 - (2 body) hypotézu o koeficientoch tejto regresie, ktorá sa testuje a odvodenie, prečo zodpovedá hypotéze o jednotkovom koreni
 - (1 bod) záver, či je v dátach jednotkový koreň alebo nie a aký to má dôsledok pre ďalšie modelovanie
- (b) (6 bodov) Nájdite vhodný model pre zadané dáta. Napíšte iba, o aký ARIMA(p,d,q) model ide. Požiadavky: správny rád diferencovania, stacionarita, invertovateľnosť, vyhovujúce rezíduá.
- (c) (2 body) Napíšte odhadnuté koeficienty v tom tvare, ako ich uvádza R-ko. Napíšte polynómy, ktorých korene sa počítajú pri overovaní stacionarity a invertovateľnosti a aké musia byť tieto korene, aby mal proces požadované vlastnosti.
3. (spolu 10 bodov, 2 body za každý proces) Napíšte príklady procesov s nasledujúcimi vlastnosťami:
- (a) nestacionárny AR(3) proces
 - (b) proces modelujúci disperziu v GARCH modeli
 - (c) ARMA(1,1) proces, ktorý je stacionárny, ale nie je invertovateľný
 - (d) proces, ktorý má jednotkový koreň
 - (e) proces, ktorého spektrum je konštantné
4. (spolu 10 bodov, 5 bodov za každý proces) Odvodte (teda nie numerické hodnoty z R-ka) autokorelačnú funkciu nasledovných sezónnych procesov:

- $x_t = 0.8x_{t-4} + u_t$
- $x_t = 0.8x_{t-4} + u_t - 0.6u_{t-1}$

5. (spolu 8 bodov) Odhadnite parametre Bassovho modelu pre dáta v tabuľke:

rok	1	2	3	4	5	6	7
tržby	80	140	200	400	800	1000	1200

- (a) (4 body) Napíšte odhadnuté koeficienty M, p, q .
- (b) (4 body) Odvoďte, v ktorom roku začnú podľa modelu tržby klesať.
6. (2 body) Dáta na obrázku boli vyhladené Hodrick-Prescottovym filtrom, raz s parametrom 50 a raz s parametrom 1500. Ktorá vyhladená krivka (modrá, červená) zodpovedá ktorej hodnote parametra? Zdôvodnite (iba odpoveď bez zdôvodnenia nestačí).

