

# Domáca úloha 2

Termín odovzdania: 14. 11. 2022

Odvzdáva sa na mail [beata.ulohy@gmail.com](mailto:beata.ulohy@gmail.com) s predmetom **ČR 2022 PMS - DU2 - meno**.

**Príklad 1** . Budeme pracovať s tými istými dátami ako v predchádzajúcej domácej úlohe. Ak ste nemali správne načítané dáta, upravte buď k použitým dátam priradte správne dátumy, alebo k použitým dátumom priradte správne pozorovania.

- **(5 bodov)** Zobrazte parciálnu autokorelačnú funkciu pre diferencie. Aký autoregresný model (teda akého rádu) by ste na základe nej skúsili odhadovať? Má tento model dobré rezíduá (požadujeme vyhovujúcu LB štatistiku pre tie lags, ktoré zobrazí funkcia `sarima` vo svojom výstupe)?
- **(5 bodov)** Uvažujme niektorý autoregresný model odhadnutý pre vaše dáta (t. j. pre diferencie úrokových mier), ktorý má dobré rezíduá. Vypočítajte pomocou funkcie v R-ku jeho autokorelačnú funkciu. Zobrazte ju graficky spolu s odhadnutou autokorelačnou funkciou z dát tak (chceme mať na jednom grafe - nie na dvoch samostatných grafoch - súčasne obe ACF tak, aby sa dali porovnať).
- **(5 bodov)** Zobrazte autokorelačnú funkciu pre diferencie. Aký MA model (teda akého rádu) by ste na základe nej išli odhadovať? Má tento model dobré rezíduá (požadujeme vyhovujúcu LB štatistiku pre tie lags, ktoré zobrazí funkcia `sarima` vo svojom výstupe)?

**Príklad 2. (5 bodov)** *Vyberte si jedno z nasledujúcich zadaní, každý rieši iné, rezervácia v tom istom google dokumente ako v prvej domácej úlohe. Zadanie je spoločné: Zistite, či existuje stacionárny proces so zadanou vlastnosťou. Ak áno, nájdite príklad procesu s danou vlastnosťou a dokážte, že požadovanú vlastnosť naozaj má. Ak nie, svoje tvrdenie o neexistencii dokážte.*

1. AR(2) proces, pre ktorý sú hodnoty autokorelačnej funkcie ACF(1) a ACF(2) rovnaké.
2. AR(1) proces, ktorého disperzia je menšia ako disperzia bieleho šumu, pomocou ktorého je definovaný.

3. MA(3) proces, pre ktorý je ACF(1) nulová.
4. AR(4) proces, pre ktorý je PACF(1) nulová.
5. AR proces (zvoleného rádu), pre ktorý je PACF(2) záporná.
6. AR proces (zvoleného rádu), pre ktorý tvoria koeficienty jeho Woldovej reprezentácie nemonotónnu postupnosť.
7. AR(1) proces so strednou hodnotou aj disperziou rovnou 2022.
8. MA(2) proces, pre ktorý je hodnota PACF(1) menšia ako hodnota PACF(2).

**Príklad 3. (5 bodov)** *Vyberte si jedno z nasledujúcich zadaní, každý rieši iné, rezervácia v tom istom google dokumente ako v prvej domácej úlohe.*

1. Nech  $x_t$  je stacionárny AR(1) proces. Odvoďte autokorelačnú funkciu procesu  $y_t$ , ktorý je definovaný ako  $y_t = x_t - x_{t-1}$ .
2. Určte disperziu bieleho šumu  $u_t$  tak, aby sa disperzia procesu  $x_t = 5 + 0,3x_{t-1} + 0,2x_{t-2} + u_t$  rovnala 2022.
3. Zistite, pre ktoré hodnoty parametra  $k$  je proces  $x_t = 10 + kx_{t-1} - 0,5x_{t-2} + u_t$  stacionárny.
4. Zistite, pre ktoré hodnoty parametra  $k$  je stacionárny proces  $x_t = 10 + kx_{t-1} + 0,5x_{t-2} - kx_{t-3} + 0,5x_{t-4} + u_t$ .
5. Nájdite príklad stacionárneho AR(2) procesu, ktorého ACF obsahuje sínus a kosínus s takým argumentom, že ich perióda je 42.
6. Dokážte, že stredná hodnota stacionárneho AR(2) procesu a jeho konštantný člen majú rovnaké znamienko.
7. Odvoďte podmienku stacionarity a autokorelačnú funkciu procesu  $x_t = \delta + \alpha x_{t-4}$ .
8. Odvoďte PACF(4) procesu (vrátane odvodenia determinantov, ktoré sa pri výpočte použijú)  $x_t = u_t + 0,5u_{t-1}$ .