

Časové rady: domáca úloha 1

Termín odovzdania: 27. 10. 2025

Odovzdávanie:

- Úlohu rieši každý samostatne. Za odpísané úlohy je nula bodov - pre tých, ktorí úlohu odpísali aj pre tých, ktorí ju dali odpísať.
- Odovzdáva sa mailom na adresu **beata.stehlikova@g.fmph.uniba.sk** (nezabudnite **g** za zavináčom, s predmetom **CR 2025 - DU1 - meno**).
- Súvislý text **v html alebo v pdf** obsahujúci text, kód a výstup. (Najjednoduchší je výstup z markdownu, dá sa v ňom používať aj TeX. Ak máte časť výpočtu písanú rukou, oskenujte ju a vložte ako súčasť riešenia do spoločného dokumentu - teda neposielať ako samostatný súbor).
- Vo všetkých výpočtoch používajte presné hodnoty uložené do premenných, nie hodnoty odpísané z výstupu.
- Ak použijete nejaký kód, ktorý nájdete na internete, treba ho citovať - uviesť na konci riešenia odkaz a odvolať sa naň na príslušnom mieste v texte. V prípade použitia umelej inteligencie treba v maili okrem úlohy uviesť aj kompletný priebeh jej použitia - všetky vaše otázky a všetky odpovede UI. Nie je povolené nechať si vygenerovať kód pre riešenie.

Zadanie. Zrekonštruujeme príklad na str. 30-32 slajdov **cr02c** s modelom pre úrokové miery a doplníme ho ďalšími analýzami. Dáta budú trochu iné, budeme mať k dispozícii o jeden rok údajov viac.

- **[2 body]** Na stránke predmetu je odkaz na stránku s dátami ku knihe *Kirchgästrner, Wolters* aj postup, ako do R načítať dáta vo formáte wfl. Načítajte dáta **example 2.6.9** z kapitoly 2. Vytvorí sa objekt **x**. Akú má štruktúru, čo obsahuje? Z hodnôt úrokovej miery spravte časový rad pomocou funkcie **ts**, pričom využijete informáciu o tom, že ide o kvartálne dáta a o ich začiatku na základe načítaného objektu. Príklad použitia tejto funkcie je aj v slajdoch (na začiatku **cr02c**). Zobraďte priebeh úrokových mier.
- **[2 body]** Odhadnite AR(2) model pre tieto dáta, zapíšte odhadnutú rovnicu a skomentujte testovanie rezíduí, ktoré dostanete priamo vo výstupe z funkcie **sarima**.
- **[2 body]** Dokážte, že získaný model je stacionárny. Graficky znázorníte korene, od ktorých stacionarita závisí, spolu s jednotkovou kružnicou.
- **[3 body]** Testujte hypotézu, že prvé 4 autokorelácie rezíduí rovnajú nule - uveďte hodnotu testovacej štatistiky a p-hodnotu (nezabudnite pritom, že testovaný časový rad predstavuje rezíduá z modelu). To isté zopakujte pre prvých 8 autokorelácií.
- **[3 body]** Analogicky ako v texte z učebnice, citovanom v slajdoch odvodte periódu členov autokorelačnej funkcie (a teda aj dôležitú periódu pre samotné dáta).

- **[6 bodov]** Súčasťou objektu s odhadnutým modelom je aj odhadnutá disperzia bieleho šumu σ^2 . Zistite, ako k tejto hodnote pristupovať a použite ju na vygenerovanie trajektórie AR(2) procesu s parametrami rovnými tým, ktoré ste odhadli pre úrokové miery (nezabudnite pritom na nenulovú strednú hodnotu procesu), pričom počet pozorovaní sa bude zhodovať s počtom pozorovaní v dátach.

Napíšte funkciu, ktorá vygeneruje trajektóriu z predchádzajúceho bodu a ako výstup vráti jej maximálnu hodnotu. Nechajte potom pomocou funkcie `replicate` zbehnúť túto funkciu 10^5 -krát a zobrazte histogram zísakných maxím.

Extrémnou hodnotou nazveme takú, ktorá je menšia ako 2.5% simulovaných hodnôt alebo väčšia ako 97.5% simulovaných hodnôt. Je skutočne realizovaná hodnota maxima extrémna? Pridajte do histogramu čiary, ktoré znázorňujú hranice pre extrémne hodnoty a skutočnú hodnotu maxima z dát.

- **[7 bodov]** Chceme teraz pomocou simulácií odhadnúť, akú maximálnu hodnotu úrokovej miery môžeme očakávať počas nasledujúcich troch rokov. Namiesto simulácie procesu s náhodnou začiatočnou hodnotou teda tentokrát potrebujeme simulovať priebeh procesu s danou začiatočnou hodnotou, ktorá sa rovná poslednému údaju v dátach. Spravte znovu 10^5 simulácií. Spravte histogram, uveďte hodnoty kvartilov a 95% interval spoľahlivosti.