

CVIČENIA Z EKONOMETRIE 2004/2005

DOMÁCA ÚLOHA 1

TERMÍN ODOVZDANIA: 21.2.2005

1. (10 bodov) Vyriešte jeden z nasledujúcich dvoch príkladov.

(a) Nech náhodný vektor $(X, Y)^T$ má dvojrozmerné normálne rozdelenie. Ukážte, že podmienené rozdelenie $Y|X = x$ je normálne, určte jeho parametre.

(b) Dokážte, že

$$\text{Cov}(X, Y - E(Y|X)) = 0$$

pre ľubovoľné náhodné premenné X, Y také, že všetky potrebné stredné hodnoty existujú.

2. (10 bodov) Rozhodnite, či sú tvrdenia (a)-(e) pravdivé. Ak áno, dokážte, ak nie, uveďte kontrapríklad.

(a) Ak A je štvorcová matica, tak $\det(-A) = -\det(A)$.

(b) Ak A, B sú symetrické matice, tak aj $A + B$ je symetrická.

(c) Ak A, B sú symetrické matice, tak aj AB je symetrická.

(d) Ak A je idempotentná matica (t.j. $A^2 = A$), tak aj $I - A$ je idempotentná.

(e) Ak je matica kladne definitná, tak je regulárna.

Prémiová úloha (3 body)

Presvedčte sa, že matice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} \frac{8}{9} & \frac{2}{9} & -\frac{2}{9} \\ \frac{2}{9} & \frac{5}{9} & \frac{4}{9} \\ -\frac{2}{9} & \frac{4}{9} & \frac{5}{9} \end{pmatrix}$$

sú idempotentné a určte ich hodnoty. Aký je vzťah medzi ich hodnotou a stopou? Uveďte príklad inej idempotentnej matice a zistite, či rovnaký vzťah platí aj pre túto maticu.

(Na nasledujúcom cvičení tvrdenie o hodnosti a stope idempotentnej matice dokážeme.)