Cvičenia z ekonometrie 2004/2005

Domáca úloha 10
Termín odovzdania: 9.5.2005

Vyberte si 3 príklady. Za každý príklad je **7 bodov.**

1. **Testovanie signifikancie parametrov**
   Uvažujme model $Y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \ldots \beta_k x_k + \varepsilon$ so splnenými klasickými predpokladmi linárnej regresie. Chceme testovať signifikantnosť parametra β_i.

   (a) Sformulujte nulovú hypotézu. Kedy je parameter signifikantný - ak sa nulová hypotéza zamieta alebo ak sa nezamieta?

   (b) Uveďte vzťah na výpočet testovacej štatistiky a jej rozdelenie. Pre aké hodnoty testovacej štatstiky sa nulová hypotéza zamieta?

   (c) Nech Φ je distribučná funkcia rozdelenia štatistiky a x je hodnota štatistiky. Vyjadrite P hodnotu testu. Pre ktoré P hodnoty sa nulová hypotéza zamieta?

2. **Testovanie signifikancie regresie**
   Uvažujme model $Y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \ldots \beta_k x_k + \varepsilon$ so splnenými klasickými predpokladmi linárnej regresie. Chceme testovať signifikantnosť regresie.

   (a) Sformulujte nulovú hypotézu. Kedy je regresia signifikantná - ak sa nulová hypotéza zamieta alebo ak sa nezamieta?

   (b) Uveďte vzťah na výpočet testovacej štatistiky a jej rozdelenie. Pre aké hodnoty testovacej štatstiky sa nulová hypotéza zamieta?

   (c) Nech Φ je distribučná funkcia rozdelenia štatistiky a x je hodnota štatistiky. Vyjadrite P hodnotu testu. Pre ktoré P hodnoty sa nulová hypotéza zamieta?

3. **Testovanie reštrikcií na parametre**
   Nech r_t sú skutočné napozorované hodnoty úrokových mier pre 3-mesačné U.S. Treasury Bills. Máme 30 štvrťročných pozorovaní. Nech r_t^* je priemer očakávaní pre tieto úroky, ktorý je zrátaný na základe predikcií oznámených v predošlej perióde. Výsledky regresie skutočných úrokov na predikované sú nasledovné:

$$\begin{array}{rcl} r_t & = & 0.24 + 0.94 r_t^* + e_t \\ \text{st.dev.} & & (0.86)\ \ (0.14) \end{array}$$

   Reziduálna suma štvorcov RSS=28.56. Charakteristiky pre r_t^* sú:

$$\sum r_t^*/30 = 10 \qquad \sum (r_t^* - \bar{r}^*)^2 = 52$$

   Sformulujte hypotézu, že očakávania sú nevychýlené (rational expectation hypothesis), teda priemerná predikcia je rovná pozorovanej realizácii, ako hypotézu o parametroch modelu a testujte ju. Predpokladajte, že všetky klasické predpoklady lineárnej regresie sú splnené.

4. **Zhodnosť parametrov**
Zmrzlinár predáva čokoládovú a vanilkovú zmrzlinu.

   (a) Zmrzlinár predpokladá, že pre každý druh zmrzliny má dopyt tvar $\log Q = \alpha + \beta \log P + \varepsilon$, kde Q je dopyt a P je cena daného druhu zmrzliny. Za predpokladu, že dopyt má tento tvar, navrhnite postup na testovanie hypotézy, že funkcie dopytu sú rovnaké.

   (b) Navrhnite iný model pre dopyt. Prečo si myslíte, že môže byť lepší ako model z časti (a)?

5. **Heteroskedasticita**
Uvažujme model $Y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \varepsilon$, v ktorom máme podozrenie, že s rastúcou hodnotou premennej x_1 rastie variancia ε.

   (a) Uveďte príklad modelu, v ktorom táto situácia môže nastať.

   (b) Zoradíme dáta podľa veľkosti premennej x_1, od najmenšej po najväčšiu. Spolu máme 100 dát, z prvých 33 vytvoríme prvú skupinu, ďalších 34 vynecháme a z posledných 33 vytvoríme druhú skupinu. V prvej a druhej skupine spravíme samostatné regresie. V prvej výjde odhad parametra σ rovný 18.31 a v druhej 28.11. Goldfeld-Quandtovym testom testujte hypotézu, že v oboch skupinách je variancia náhodnej zložky rovnaká.

6. **Metóda maximálnej vierohodnosti - alternatívne rozdelenie**
Náhodná premenná X má alternatívne rozdelenie s parametrom p, ak s pravdepodobnosťou p nadobúda hodnotu 1 a s pravdepodobnosťou $1-p$ nadobúda hodnotu 0.

   (a) Nech $X_1, \ldots X_n$ je náhodný výber z alternatívneho rozdelenia. Nájdite odhad parametra p metódou maximálnej vierohodnosti.

   (b) Označme p pravdepodobnosť, že pri hode mincou padne hlava. V 18. storočí spravil Buffon experiment, v ktorom hádzal mincou 4040 krát. Hlava padla 2048 krát. Nájdite odhad parametra p. Pomerom vierohodností testujte hypotézu, že $p = 0.5$.

7. **Akaikeho informačné kritérium**
Pre model $Y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \ldots \beta_{k-1} x_{i,k-1} \varepsilon_i$ $(i = 1, \ldots, n)$ bolo na prednáške definované AIC vzťahom

$$\log \frac{e^T e}{n} + \frac{2k}{n},$$

kde e je vektor rezíduí. EViews počíta AIC podľa vzorca

$$-\frac{2\ell}{n} + \frac{2k}{n},$$

kde ℓ je logaritmus funkcie vierohodnosti v bode $\beta = \hat{\beta}_{MLE}$, $\sigma^2 = \hat{\sigma}^2_{MLE}$. Dokáte, že tieto dve hodnoty sa líšia konštantu (nezávislú od modelu a dát).

8. **Dummy premenné**
Uvažujme tieto dva modely:

$$Y = \alpha_0 + \alpha_1 x + \alpha_2 d + \varepsilon,$$

$$Y = \beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 x.d + \varepsilon,$$

kde d je dummy premenná (nadobúda hodnoty 0 a 1).

   (a) Uveďte príklad premenných Y a x, a spôsobu priradenia hodnôt premennej d, v ktorom má zmysel odhadovať tieto modely.

   (b) Interpretujte parametre α_2 a β_2.

9. **Durbin-Watsonova štatistika**
Testujte autokoreláciu, ak

   (a) pri odhade $Y_t = \alpha + \beta x_{t1} + \gamma x_{t2} + \varepsilon_t$ $(t = 1, \ldots 50)$ sa Durbin-Watsonova štatistika rovná 1.08.

   (b) pri odhade $Y_t = \alpha + \beta x_t + \varepsilon_t$ $(t = 1, \ldots 80)$ sa Durbin-Watsonova štatistika rovná 1.65.

Zdôvodnite.