

DOMÁCA ÚLOHA 2

TERMÍN ODOVZDANIA: 28.2.2006

Ak ste prvú úlohu odovzdali mailom, prineste si na nasledujúce cvičenie hodnoty priemeru a štandardnej odchýlky z vašich dát.

1. (10 bodov) Po zavedení eura bol v *The Guardian* (4.1.2002)¹ uvedený výsledok pokusu s belgickou mincou s hodnotou jedného eura: Dvaja poľskí matematici a ich študenti hádzali mincou 250 krát. Hlava padla 140 krát. Odhad parametra p teda je $\frac{140}{250} = 0,56$.

- (a) Testujte pomocou pomeru vierohodností (likelihood ratio test) hypotézu, že $p = \frac{1}{2}$.
- (b) Uvažujme nasledujúce (hypotetické) výsledky. Vo všetkých sa odhad parametra p rovná 0,56. Rovnako ako v časti (a) testujte hypotézu $p = \frac{1}{2}$, ak sme spravili
- 100 pokusov, hlava padla 56 krát,
 - 200 pokusov, hlava padla 112 krát,
 - 300 pokusov, hlava padla 168 krát,
 - 400 pokusov, hlava padla 224 krát,
 - 500 pokusov, hlava padla 280 krát.

Vysvetlite rozdiel vo výsledkoch.

Bonus (3 body)

V *The Guardian* je okrem iného aj tento komentár:

It looks very suspicious to me. If the coin were unbiased the chance of getting a result as extreme as that would be less than 7%.

Zistite, o akú pravdepodobnosť tu ide a vypočítajte jej hodnotu.

2. (5 bodov) Náhodná premenná X má rovnomerné rozdelenie na intervale $[a, b]$, ak jej hustota je

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & \text{pre } x \in [a, b], \\ 0 & \text{inak.} \end{cases}$$

Nech X_1, \dots, X_n je náhodný výber z rovnomerného rozdelenia na intervale $[0, \theta]$.

- (a) Nájdite odhad parametra θ metódou maximálnej vierohodnosti.
- (b) Je tento odhad nevychýlený? Zdôvodnite. (Na túto otázku sa dá odpovedať aj bez toho, aby ste počítali strednú hodnotu odhadu.)

¹Pozri <http://www.guardian.co.uk/euro/story/0,,627496,00.htm>. Odkaz na túto stránku je aj na webe pri zadaní domácej úlohy.