

CVIČENIA Z EKONOMETRIE 2006/2007

DOMÁCA ÚLOHA 5

TERMÍN ODOVZDANIA: 20.3.2007

Pokyny k DÚ:

- Ak úlohu (alebo jej časť) posielate e-mailom, pošlite ju na adresu *bs.ulohy@gmail.com* so subjectom *ekonometria - du5 - vase priezvisko*
 - Neodpisujte.
-

1. (5 bodov) Uvažujme regresný model $y = X\beta + \varepsilon$ a nasledujúce tvrdenia odhade $\hat{\beta}$ metódou najmenších štvorcov:

- Odhad $\hat{\beta}$ je nevychýlený.
- Kovariančná matica odhadu $\hat{\beta}$ je $\sigma^2(X^T X)^{-1}$.
- Odhad $\hat{\beta}$ má normálne rozdelenie.
- Odhad $\hat{\beta}$ má normálne rozdelenie so strednou hodnotou β .
- Priemer rezíduí je nulový.

Ku každému z týchto tvrdení napíšte, ktoré z predpokladov (a)-(d) o modeli sú potrebné, aby dané tvrdenie platilo.

- (a) $E[\varepsilon] = 0$.
- (b) ε_i sú nekorelované pre $i \neq j$.
- (c) $Var[\varepsilon_i] = \sigma^2$ pre každé i .
- (d) ε má normálne rozdelenie.

2. (5 bodov) Uvažujme model

$$Y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i.$$

Ukážte, že odhady $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$ metódou najmenších štvorcov sa dajú zapísať v tvare

$$\hat{\beta} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(Y_i - \bar{Y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}, \quad \hat{\alpha} = \bar{Y} - \hat{\beta} \bar{x}.$$

3. (5 bodov) Uvažujme model v maticovom zápise $y = X\beta + \varepsilon$ kde ε má n -rozmerné normálne rozdelenie $N(0, \sigma^2 I)$. Už vieme, že odhad parametra β metódou maximálnej vierohodnosti sa zhoduje s odhadom metódou najmenších štvorcov, Nájdite metódou maximálnej vierohodnosti odhad parametra σ^2 .