

CVIČENIA Z EKONOMETRIE  
LETNÝ SEMESTER 2007/2008

DOMÁCA ÚLOHA 2  
TERMÍN ODOVZDANIA: 28.2.2008

- Ak úlohu (alebo jej časť) posielate e-mailom, pošlite ju na adresu **bs.ulohy@gmail.com** so subjectom **ekonometria - du2 - vase priezvisko**

1. (3 body) Uveďte príklad odhadu, ktorý nie je nevychýlený, ale je konzistentný. Dokážte tieto jeho vlastnosti.
2. Po zavedení eura bol v The Guardian (4.1.2002)<sup>1</sup> uvedený výsledok pokusu s belgickou mincou s hodnotou jedného eura: Dvaja poľskí matematici a ich študenti hádzali mincou 250 krát. Hlava padla 140 krát.

Padnutie hlavy pri hode mincou modelujeme alternatívnym rozdelením - nadobúda hodnotu 1 ("padne hlava") s pravdepodobnosťou  $p$  a hodnotu 0 ("nepadne hlava") s pravdepodobnosťou  $1 - p$ .

- (a) (3 body) Odvoďte odhad parametra  $p$  alternatívneho rozdelenia metódou maximálnej vierohodnosti a použite ho na dáta z uvedeného pokusu s belgickou mincou.
- (b) (3 body) Testujte hypotézu  $p = \frac{1}{2}$  pomerom vierohodností (likelihood ratio test).
- (c) (3 body) V The Guardian je okrem iného aj tento komentár:

*It looks very suspicious to me. If the coin were unbiased the chance of getting a result as extreme as that would be less than 7%.*

Zistite, o akú pravdepodobnosť tu ide a vypočítajte jej hodnotu.

- (d) (3 body) Uvažujme nasledujúce (hypotetické) výsledky. Odhadnite parameter  $p$  testujte hypotézu  $p = \frac{1}{2}$  pomerom vierohodností, ak sme spravili
  - 100 pokusov, hlava padla 56 krát,
  - 200 pokusov, hlava padla 112 krát
  - 300 pokusov, hlava padla 168 krát,
  - 400 pokusov, hlava padla 224 krát,
  - 500 pokusov, hlava padla 280 krát.

Vysvetlite rozdiel vo výsledkoch.

**Bonus:** (3 body) Na cvičení sme ukázali, že odhad štandardnej odchýlky

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

je vychýlený. Uvažujme teraz náhodný výber z normálneho rozdelenia. Nájdite nevychýlený odhad štandardnej odchýlky tvaru

$$\hat{s} = c(n) \hat{\sigma},$$

kde  $c(n)$  je konštanta závislá od rozsahu náhodného výberu a dokážte jeho nevychýlenosť.

<sup>1</sup><http://www.guardian.co.uk/world/2002/jan/04/euro.eu2>