

## Akcie s dividendami.

### :: Black-Scholesov model pre akcie vyplácajúce dividendy ::

- Na cvičení odvodíme PDR pre akciu, ktorá vypláca dividendy so spojitou dividendovou mierou  $D$ :

$$-\frac{\partial V}{\partial \tau} + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 V}{\partial S^2} + (r - \boxed{D})S \frac{\partial V}{\partial S} - rV = 0$$

rozdiel v porovnaní  
s akciou bez dividend

- Riešenie tejto rovnice je:

$$V(S, t) = Se^{-\boxed{D}\tau} N(d_1) - Ee^{-r\tau} N(d_2),$$

kde

$$d_1 = \frac{(r - \boxed{D} + \frac{\sigma^2}{2})\tau + \ln \frac{S}{E}}{\sigma\sqrt{\tau}}, \quad d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{\tau}$$

### :: Cvičenia (1) ::

- Zmeňte váš program na výpočet ceny call opcie tak, aby zahŕňal aj možnosť vyplácania dividend.  
Vypočítajte cenu európskej call opcie s expiráciou o pol roka, ktorej expiračná cena je 50 USD. Dnešná cena akcie je 41 USD, jej volatilita je 0.3. Úroková miera je pol percenta, dividendová miera je jedno percento.
- Ako sa zmení call-put parita v prípade, že akcia vypláca dividendy? Vypočítajte z nej cenu put opcie.
- Do jedného obrázku nakreslite graf ceny call opcie (ako funkcie  $S$ ), ak akcia vypláca dividendy a ak akcia nevypláca dividendy. Grafy by mali ilustrovať nasledovné vlastnosti:
  - Ak akcia vypláca dividendy, tak graf ceny call opcie vždy pretne payoff diagram.
  - Ak akcia nevypláca dividendy, tak jej graf vždy leží nad payoff diagramom.Dokážte tieto vlastnosti.

### :: Ďalšie príklady na precvičenie ::

- Nakreslite graf ceny call opcie (ako funkcie  $S$ ) pre rôzne dividendové miery, pričom ostatné parametre sú rovnaké. Ako závisí cena opcie od dividendovej miery - je to závislosť rastúca, klesajúca alebo nemusí byť monotónna? Dokážte.
- Ako sa zmení výpočet implikovanej volatility, ak akcia vypláca dividendy? Pre aké trhové ceny call a put opcie existuje implikovaná volatilita? Je jednoznačne určená?
- Vypočítajte parametre citlivosti (greeks) pre opciu na akciu vyplácajúcu dividendy.
- [Vzorová písomka, 2009]  
Uvažujme Black-Scholesov model, v ktorom akcia vypláca spojitú dividendu s dividendovou mierou  $D$ .
  - [1 bod] Vypočítajte limitu ceny call opcie, ak volatilita ide do nekonečna.
  - [1 bod] Vypočítajte limitu ceny call opcie, ak volatilita ide k nule.
- [Vzorová písomka, 2009]

2. (2.5 b.) Vypočítajte cenu európskej call opcie na akciu, ktorá vypláca dividendy so spojitou dividendovou mierou dve percentá. Aktuálna cena akcie je 120 USD, jej volatilita je 0.6. Expiračná cena opcie je 130 USD, expiračný čas o pol roka. Úroková miera je pol percenta.
3. (2.5 b.) Uvažujme call opciu na akciu, ktorá vypláca dividendy so spojitou dividendovou mierou jeden a pol percenta. Aktuálna cena akcie je 100 USD, expiračná cena opcie je 110 USD, expiračný čas o pol roka. Úroková miera je pol percenta. Cena opcie je 8.5 USD. Rozhodnite, či existuje implikovaná volatilita. Ak áno, vypočítajte ju.
4. (2.5 b.) Uvažujme akciu, ktorá nevypláca dividendy a má volatilitu 0.7. Jej aktuálna cena je 100 USD. Ďalej uvažujme put opciu na túto akciu, expiračná cena opcie je 120 USD, expiračný čas o rok. Úroková miera je pol percenta. V portfóliu máme 100 akcií. Koľko opcií budeme mať v tomto portfóliu pri delta hedžingu (t. j. pri vytváraní delta-neutrálneho portfólia)?

---

Beáta Stehlíková ([www](#))

Cvičenia z finančných derivátov, FMFI UK Bratislava, LS 2009/2010