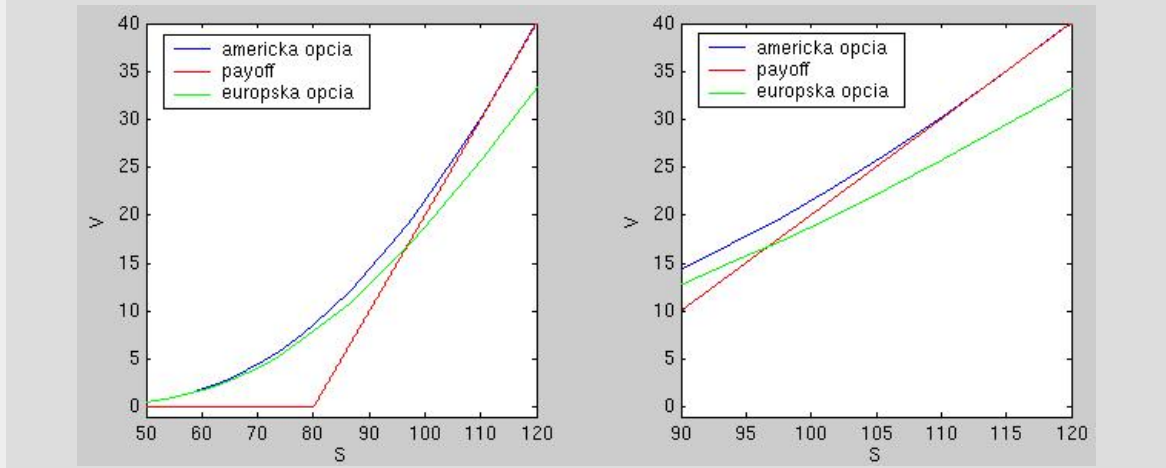


Oceňovanie amerických opcií

:: Numerické riešenie ::

- Použijeme tú istú transformáciu a implicitnú metódu pri diskretizácii ako v prípade európskych opcií.
- Navyše potrebujeme zaručiť, že **cena derivátu neklesne pod payoff** - to by bola arbitráž.
- Vieme:
 - Cena európskeho callu na akciu bez dividend leží nad payoffom.
 - Cena európskeho callu na akciu bez dividend vždy pretne payoff.
 - Cena európskeho putu (bez ohľadu na to, či akcia vypláca dividendy alebo nie) vždy pretne payoff
- Takže: **Pre amerického callu na akciu bez dividend a ľubovoľného putu je iná ako cena príslušného európskeho derivátu.**
- **Cena derivátu sa hladko napojí na payoff.**
- Ukážka pre call opciu:



- Fakt, že cena americkej opcie musí ležať nad payoffom znamená, že **riešenie u rovnice vedenia tepla musí ležať nad transformovaným payoffom** (t.j. payoffom opcie transformovaným rovnakým spôsobom ako rovnica).

:: Porovnanie numerického oceňovania európskej a americkej opcie ::

Európska opcia - postup riešenia rovnice pre u

- Vypočítame okrajové podmienky.
- Vypočítame začiatočnú podmienku.
- Výpočet ďalšej časovej vrstvy - SOR metóda.

Americká opcia - postup riešenia rovnice pre u - stiahnete si m-file [UScall.m](#), ktorý budeme ďalej upravovať

- Vypočítame okrajové podmienky. **Riešenie musí byť nad transformovaným payoffom => vypočítame max(okrajová podmienka, transformovaný payoff)**

```
% TREBA UPRAVIT OKRAJOVE PODMIENKY - NEMOŽU KLESNUT POD TRANSFORMOVANY PAYOFF
for j=0:m-1
    phi(j+1)=0;
    psi(j+1)=exp((alfa+1)*NN*h+(beta-q)*j*k);
end;
```

- Vypočítame začiatočnú podmienku.
- Výpočet ďalšej časovej vrstvy - **PSOR metóda (projektovaná SOR metóda)**
 - Vytvoríme si vektor s transformovaným payoffom pre túto časovú vrstvu:

```
for j=1:m
    b=zeros(n,1); b(1)=gam*phi(j); b(n)=gam*psi(j);

    % gvec bude vektor, s ktorým budeme porovnávať iterácie
    % každá zložka vektora u musí byť >= príslušná zložka vektora gvec
    gvec=zeros(1,n);
    index=1;
    for i=-NN+1:NN-1
        gvec(index)= % ... VYTVORTE VEKTOR gvec transf. payoff pre tento čas
        index=index+1;
    end;
```

S týmto payoffom budeme potom porovnávať zložky riešenia.

- Začiatočná aproximácia - treba ju **porovnať transformovaným payoffom => zoberieme max(SOR iterácia, transformovaný payoff)**

```

omega=1.7;
uvec=ustare;
fvec=ustare+b;

% POROVNAJTE ZACIATOCNU ITERACIU S gvec
% AK JE NIEKDE MENSIA, PREPISTE JU PRISLUSNOU ZLOZKOU gvec

% .....

for kiter=1:10
    uvec(1)=(1-omega)*uvec(1)+(omega/A(1,1))*(fvec(1)-A(1,2)*uvec(2));

```

- o Výpočet novej iterácie podľa PSOR metódy - vypočítame zložku vektora pomocou SOR metódy a porovnáme s transformovaným payoffom => zoberieme **max(SOR iterácia, transformovaný payoff)**:

```

for kiter=1:10
    uvec(1)=(1-omega)*uvec(1)+(omega/A(1,1))*(fvec(1)-A(1,2)*uvec(2));
    uvec(1)= % DOPLNTE POROVNANIE S PRISLUSNOU ZLOZKOU gvec

    for i=2:n-2
        uvec(i)=(1-omega)*uvec(i)+(omega/A(i,i))*( fvec(i)-A(i,i-1)*uvec(i-1)-A(i,i+1)*uvec(i+1));
        uvec(i)= % DOPLNTE POROVNANIE S PRISLUSNOU ZLOZKOU gvec
    end;
    uvec(n-1)=(1-omega)*uvec(n-1)+(omega/A(n-1,n-1))*( fvec(n-1)-A(n-1,n-2)*uvec(n-2));
    uvec(n-1)= % DOPLNTE POROVNANIE S PRISLUSNOU ZLOZKOU gvec
end;

```

a počítame ďalšiu zložku

Nakoniec spravíme spätné transformácie, aby sme dostali ceny akcie a ceny opcie.

:: Ďalšie príklady na precvičenie ::

1. Zmeňte program tak, aby ste ním oceňovali americké put opcie. Zrealizujte numerický výpočet pre konkrétne hodnoty a zakreslite do jedného grafu payoff, cenu americkej opcie a cenu európskej opcie.

Cvičenia z finančných derivátov, 2011
Beáta Stehlíková, FMFI UK Bratislava

E-mail: stehlikova@pc2.iam.fmph.uniba.sk

Web: <http://pc2.iam.fmph.uniba.sk/institute/stehlikova/>

