Cvičenia z finančných derivátov 2011/2012
Písomka - praktická časť

**Píšte iba výsledky.**

1. Predpokladajme, že cena akcie $S$ sa riadi geometrickým Brownovym pohybom $S(t) = S_0 e^{\mu t + \sigma w(t)}$, kde $w(t)$ je Brownov pohyb a parametre modelu sú $\mu = 0.3$, $\sigma = 0.3$.

   (a) *(2 body)* Aká je pravdepodobnosť, že rok bude cena aspoň o 25 percent vyššia ako dnes?

   Výsledok:__________________

   (b) *(2 body)* Aká je pravdepodobnosť, že rok bude cena nižšia ako dnes?

   Výsledok:__________________

2. Uvažujme Black-Scholesovu cenu derivátu na akciu nevyplácajúcu dividendy. Uvažujme call opciu s expiračnou cenou 150 USD a expiráciou o pol roka. Volatilita akcie je 0.15 a úroková miera jedno percento.

   (a) *(2 body)* Vypočítajte cenu tejto call opcie, ak dnešná cena akcie je 140 USD.

   Výsledok:__________________

   (b) *(2 body)* Vypíšeme tisíc takýchto opcií. Uveďte príklad ceny akcie, pri ktorej by sme museli mať v portfóliu pri delta hedžingu viac ako 600 akcií.

   Výsledok:__________________

3. *(2 body)* Predpokladajme, že očakávame výrazný nárast ceny akcie. Ktorá z nasledujúcich stretégií je najvhodnejšia?

   (a) kúpiť jeden at-the-money call a jeden at-the-money put

   (b) kúpiť jeden in-the-money put a predať jeden out-of-the-money put

   (c) kúpiť jeden in-the-money call a predať jeden out-of-the-money call

   Odpoveď:____________________

4. Vieme, že *theta* put opcie (derivácia ceny opcie podľa času $t$ - t.j. derivácia podľa času $\tau$ zostávajúceho do expirácie s opačným znamienkom) nemá jednoznačne určené znamienko. Uveďte konkrétne hodnoty parametrov $S, E, r, \sigma, \tau$, pri ktorých je kladná a pri ktorých je záporná.
   Odpoveď: *(1 bod)* Parametre, pri ktorých je *theta* kladná:

   ________________________________________________

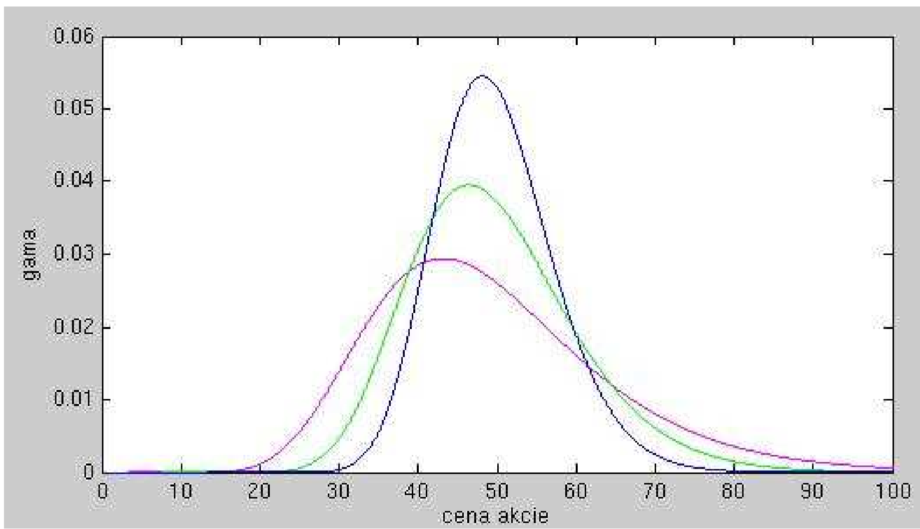
   *(1 bod)* Parametre, pri ktorých je *theta* záporná:

   ________________________________________________

5. *(2 body)* Vypočítajte hodnotu stratégie, ktorá pozostáva z kúpy call opcie s nízkou expiračnou cenou a predaja call opcie s vyššou expiračnou cenou s tou istou dobou splatnosti. Výpočet ceny stratégie realizujte pre nasledovné dáta: cena akcie 55 USD, volatilita akcie 0.4, úrok jeden a pol percenta, expiračná doba jeden rok, expiračné ceny sú 45 a 65 USD.

   Výsledok:__________________

6. Na nasledujúcom obrázku sú zobrazené gamy troch call opcií v závislosti od ceny akcie. Tieto opcie sa líšia expiráciou: o rok, o pol roka, o štvrť roka. Ostatné parametre sú rovnaké. Vyznačte, ktorá gama zodpovedá expirácii o rok *(1 bod)* a ktorá expirácii o štvrť roka *(1 bod)* .




7. *(2 body)* Uvažujme Vašíčkov model pre vývoj okamžitej úrokovej miery $dr = \kappa(\theta - r)dt + \sigma dw$, kde $w$ je Wienerov proces a hodnoty parametrov sú $\kappa = 12$, $\theta = 0.05$, $\sigma = 0.25$. Vypočítajte pravdepodobnosť. že pri limitnom rozdelení okamžitej úrokovej miery je táto úroková miera menšia ako tri percentá.

   Výsledok:__________________

8. *(2 body)* Uvažujme Black-Scholesovu cenu derivátu na akciu nevyplácajúcu dividendy. Čomu sa rovná $P = \partial V/\partial r$ pre put opciu?

   Odpoveď:__________________

1. Numerické oceňovanie opcií.

   (a) *(4 body - spôsob hodnotenia uvedený na cvičení)* Cena akcie $S$ sa riadi geometrickým Brownovym pohybom s parametrami $\mu = 0.20, \sigma = 0.40$. Akcia nevypláca dividendy. Úroková miera je 10 percent. Vypočítajte cenu americkej put opcie s expiráciou o pol roka a expiračnou cenou 10 USD pre nasledovné možnosti dnešnej ceny akcie: 0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16 USD. Uveďte ich s presnosťou na 4 desatiné miesta.

   Výsledky zapíšte do tabuľky:

| cena akcie | cena opcie |
|---|---|
| 0 | |
| 2 | |
| 4 | |
| 6 | |
| 8 | |
| 10 | |
| 12 | |
| 14 | |
| 16 | |

   (b) *(6 bodov - získanie aspoň 3 bodov je podmienkou na zarátenie bodov z časti (a) - pozri hodnotenie uvedené na cvičení)* Uvažujme implicitnú schému na oceňovanie európskej **put opcie** a označenie z cvičení.

   - *(1+1 bod)* Ak zvolíme $L = 4$, akou cenou akcie aproximujeme veľmi malú cenu akcie (teda $S \sim 0$) a akou veľmi veľkú cenu akcie (teda $S \sim \infty$) pri zadávaní okrajových podmienok, ak expiračná cena opcie je 50 USD?

     Odpoveď:________________________________________

   - *(1 bod)* Aká hodnota premennej $x$ zodpovedá cene akcie, ktorá sa rovná expiračnej cene oceňovanej opcie?

     Odpoveď:____________________

   - *(1 bod)* "Implicitná schéma konverguje iba vtedy, keď je splnená CLF podmienka určujúca vzťah časového a priestorového kroku." - rozhodnite, či je toto tvrdenie pravdivé.

     Odpoveď:____________________

   - *(1 bod)* "Na riešenie sústavy rovníc, ktorá pri implicitnej schéme vzniká, môžeme použiť Gauss-Seidelovu metódu - bude konvergovať." - rozhodnite, či je toto tvrdenie pravdivé.

     Odpoveď:____________________

   - *(1 bod)* "Na riešenie sústavy rovníc, ktorá pri implicitnej schéme vzniká, použijeme iteračnú metódu v tvare $x^{n+1} = Tx^n + c$. Táto metóda bude konvergovať tým rýchlejšie, čím bližšie bude spektrálny polomer matice $T$ k jednotke.” - rozhodnite, či je toto tvrdenie pravdivé.

Odpoveď:____________________

2. *(10 bodov)* Vypočítajte limitu delty call opcie pre $\tau \to 0^+$. Ako závisí od vzťahu expiračnej ceny opcie a súčasnej ceny akcie?
**Píšte celý postup výpočtu, výsledok nestačí.**