1 Black-Scholesov model: greeks

Ak nie je povedané inak, pod cenou derivátu rozumieme Black-Scholesovu cenu derivátu na akciu nevyplácajúcu dividendy. Označenie sa zhoduje s označením z prednášky.

1. Dokážte lemu $SN'(d_1) - Ee^{-r(T-t)}N'(d_2) = 0$. Kde sa využívala?
2. Vypočítajte deltu call a put opcie.
3. Predpokladajme, že pri zostavení portfólia sa riadime delta hedžingom. Koľko akcií budeme mať v portfóliu, ak sme
   (a) kúpili 1000 call opcií
   (b) vypísali 1000 put opcií

   Odpoveď stačí písať v tvare napr. $1000 \times N(d_1)$. Budeme v jednotlivých prípadoch akcie kupovať alebo predávať?
4. Načrtnite priebeh gamy pre dva rôzne časy zostávajúce do expirácie. V čom sa líšia?
5. Odvoďte explicitný vzťah pre faktor *Vanna*, ktorý meria citlivosť delty na zmenu volatility, t. j. $Vanna = \frac{\partial^2 V}{\partial S \partial \sigma}$
6. Odvoďte explicitný vzťah pre faktor *Speed*, ktorý meria citlivosť gamy na zmenu ceny akcie, t. j. $Speed = \frac{\partial^3 V}{\partial S^3}$
7. Ukážte, že ak akcia vypláca spojité dividendy s dividendovou mierou q, tak $Se^{-q(T-t)}N'(d_1) - Ee^{-r(T-t)}N'(d_2) = 0$. Vypočítajte deltu call a put opcie na akciu, ktorá vypláca dividendy.