

Európske opcie

:: Európska call a put opcia ::

- Európske opcie:
 - **Európska call opcia** je kontrakt, v ktorom majiteľ, opcie získava právo (ale nie povinnosť) kúpiť akciu v presne určenom expiračnom čase za vopred dohodnutú expiračnú cenu E .
 - **Európska put opcia** je kontrakt, v ktorom majiteľ, opcie získava právo (ale nie povinnosť) predat' akciu v presne určenom expiračnom čase za vopred dohodnutú expiračnú cenu E .
- **Payoff** = hodnota v čase expirácie
 - **Call opcia** má payoff: $\max(S-E, 0)$
 - **Put opcia** má payoff: $\max(S-E, 0)$
- **Profit** = payoff znížený o odúročenú cenu opcie

:: Z prednášky: príklady s reálnymi cenami opcií ::

Keďže na prednáške nešiel dataprojektor, prejdeme si teraz slajdy využívajúce reálne ceny akcií a opcií:

- vnútorná a časová hodnota opcie
- bid a ask ceny

:: Symboly opcií ::

Ako je možné, že máme viac opcií s rovnakou expiračnou cenou a rovnaký časom do expirácie?

View By Expiration: **Feb 14** | Mar 14 | Apr 14 | Jun 14 | Sep 14 | Jan 15 | Jan 16 | Jun 16

Call Options		Expire at close Saturday, February 22, 2014					
Strike	Symbol	Last	Chg	Bid	Ask	Vol	Open Int
1,080.00	GOOG140222C01080000	123.70	↑5.70	120.70	124.50	5	307
1,080.00	GOOG7140222C01080000	96.20	0.00	120.80	125.00	1	26
1,080.00	GOOG140228C01080000	124.00	↑23.40	121.50	125.20	1	5
1,080.00	GOOG7140228C01080000	84.00	0.00	121.60	125.20	6	2
1,085.00	GOOG140222C01085000	118.80	↑5.31	115.70	119.00	12	172
1,085.00	GOOG7140222C01085000	112.82	↑41.42	115.60	119.90	1	15

- Opcie väčšinou expirujú tretiu sobotu v mesiaci (a obchodovanie s nimi sa končí predchádzajúci piatok), ale:
 - nie všetky
 - pre niektoré akcie existujú aj tzv. *mini options*: štandardne sa opcie nakupujú v stovkách, mini opcie v desiatkach kusov
- Všetko sa dá vyčítať **zo symbolu opcie**:
 - na začiatku: symbol akcie
 - ak ide o mini opciu, za symbolom akcie nasleduje číslo 7
 - čas expirácie vo formáte YYMMDD
 - typ opcie: call/put, zapísané ako C/P
 - expiračná cena: posledné tri desatinné miesta sú centy

:: Payoff a profit diagramy v Scilabe ::

- Definujeme v Scilabe funkcie, ktoré vrátia payoff call opcie

```
function [cp]=CallPayoff(S,E)
    cp=max(S-E,0);
```

```
endfunction;
```

a put opcie

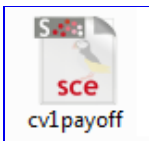
```
function [pp]=PutPayoff(S,E)
    pp=max(E-S,0);
```

```
endfunction;
```

- Rozdiely oproti Matlabu:

- na konci definície funkcie treba **endfunction**,
- funkcie môžu byť definované na ľubovoľnom mieste skriptu, tieto definujeme na začiatku.

- Teraz môžeme kresliť **payoff diagram** a **profit diagram** (payoff znížený o cenu stratégie - týmto vlastne predpokladáme, že úroková miera je nulová, ale vzhľadom na nízke úrokové miery a nie veľmi dlhý čas zostávajúci do expirácie to nespôsobuje veľký rozdiel).



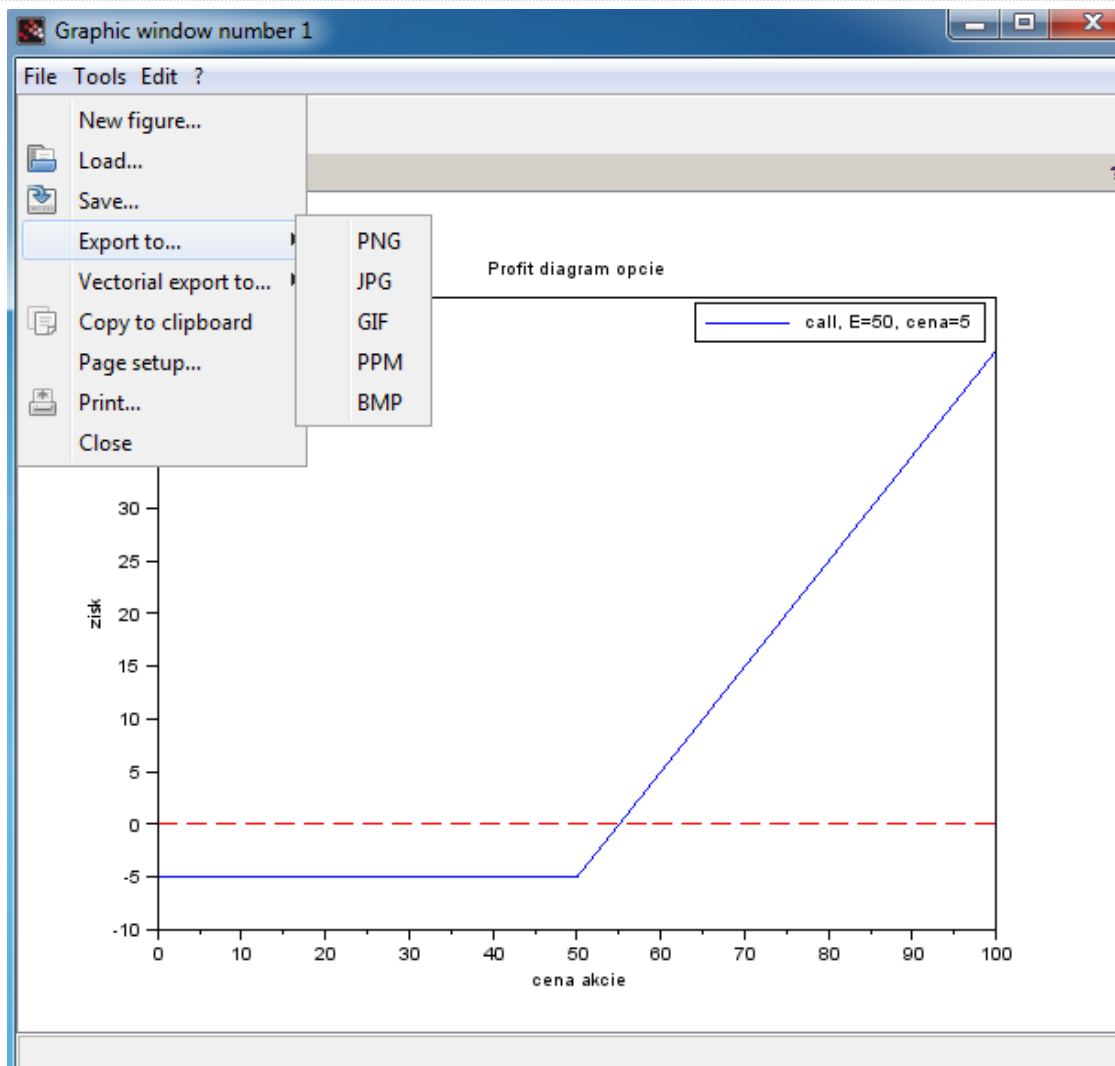
[\[cv1payoff.sce\]](#) - súbor pre Scilab:

- definícia funkcií na výpočet payoffů call a put opcie
- doložený kód na vykreslenie obrázku

Stiahnite si ho a spustite.

```
cv1payoff.sce (C:\derivaty\cv1\cv1payoff.sce) - SciNotes
File Edit Format Options Window Execute ?
cv1payoff.sce (C:\derivaty\cv1\cv1payoff.sce) - SciNotes
cv1payoff.sce
1 function [cp]=CallPayoff(S,E)
2     cp=max(S-E,0);
3 endfunction;
4
5 function [pp]=PutPayoff(S,E)
6     pp=max(E-S,0);
7 endfunction;
8
9 s=0:100;
10
11 figure(1);
12
13 //-----
14 //aby sme zarucili biele pozadie:
15 a=gca();
16 a.background=color("white");
17 a=gcf();
18 a.background=color("white");
19
20 //-----
21 plot(s,CallPayoff(s,50)-5);
22 legend("call, E=50, cena=5");
```

Výsledok:



Môžeme si vybrať formát a obrázok uložiť - buď pomocou **Export to** (napr. do png) alebo **Vectorial export to** (napr. do eps).

:: Cvičenia (1) ::

1. Predpokladajme, že vlastnime jednu put opciu s expiračnou cenou 60 USD, ktorá stojí 7 USD a jednu call opciu s tou istou expiračnou cenou, ktorá stojí 5 USD.
 - Nakreslite payoff a profit diagram. Aké očakávanie o vývoji ceny akcie vyjadruje táto stratégia?
 - Pre aké ceny akcie v čase expirácie dosiahneme zisk?
 - Aký maximálny zisk môžeme dosiahnuť? Akú maximálnu stratu? Kedy sa dosahuje tento maximálny zisk, resp. maximálna strata?

:: Moneyness ::

Týmto pojmom sa rozlišujú opcie v závislosti od vzťahu expiračnej ceny opcie a aktuálnej ceny opcie.

- **ATM (at the money):** cena akcie sa rovná expiračnej cene
- **ITM (in the money):** ak by opcia expirovala teraz, bolo by výhodné uplatniť ju
- **OTM (out of the money):** ak by opcia expirovala teraz, nebolo by výhodné uplatniť ju

:: Kombinované stratégie ::

Link: <http://www.theoptionsguide.com/>

- **Neutral (non-directional) strategies** - používajú sa v prípade, že investor nevie, ktorým smerom sa cena akcie pohne. Líšia sa tým, či predpokladáme malú alebo veľkú zmenu ceny akcie (bez špecifikácie smeru tejto zmeny).
 - Ak očakávame malú zmenu ceny, možné stratégie sú napríklad:
 - **Short straddle**: <http://www.theoptionsguide.com/short-straddle.aspx>
 - **Short strangle**: <http://www.theoptionsguide.com/short-strangle.aspx>
 - **Long call condor**: <http://www.theoptionsguide.com/condor.aspx>
 - **Long call butterfly**: <http://www.theoptionsguide.com/butterfly-spread.aspx>
 - Ak očakávame veľkú zmenu ceny, možné stratégie sú napríklad:
 - **Long straddle**: <http://www.theoptionsguide.com/long-straddle.aspx>
 - **Long strangle**: <http://www.theoptionsguide.com/long-strangle.aspx>
 - **Short call condor**: <http://www.theoptionsguide.com/short-condor.aspx>
 - **Short call butterfly**: <http://www.theoptionsguide.com/short-butterfly.aspx>
- **Bearish strategies** (medvedie stratégie) - založené sú na predpoklade investora, že cena akcie klesne. Príkladmi takýchto stratégií sú:
 - **Bear call spread**: <http://www.theoptionsguide.com/bear-call-spread.aspx>
 - **Bear put spread**: <http://www.theoptionsguide.com/bear-put-spread.aspx>
- **Bullish strategies** (býčie stratégie) - založené sú na predpoklade investora, že cena akcie vzrastie. Príkladmi takýchto stratégií sú:
 - **Bull call spread**: <http://www.theoptionsguide.com/bull-call-spread.aspx>
 - **Bull put spread**: <http://www.theoptionsguide.com/bull-put-spread.aspx>

:: Reálne ceny opcí ::

- <http://finance.yahoo.com>, <http://finance.google.com>
- Zadáme kód alebo ho vyhladáme firmu podľa názvu.
- Pre zvolenú firmu zobrazíme opcie. Ukážka:

35.95 ↑ 0.75 (2.13%) Feb 14, 4:02PM EST | After Hours: **36.00** ↑ 0.05 (0.14%) Feb 14, 7:39PM EST

Options

View By Expiration: [Feb 14](#) | [Mar 14](#) | **[Jun 14](#)** | [Sep 14](#) | [Jan 15](#) | [Jan 16](#)

Options Expiring Saturday, June 21, 2014

Calls								Puts							
Symbol	Last	Change	Bid	Ask	Volume	Open Int	Strike Price	Symbol	Last	Change	Bid	Ask	Volume	Open Int	
GM140621C00018000	18.88	0.00	17.60	18.30	1	80	18.00	GM140621P00018000	0.04	0.00	N/A	0.03	23	56	
GM140621C00019000	21.80	0.00	16.55	17.30	20	60	19.00	GM140621P00019000	N/A	0.00	N/A	0.04	0	0	
GM140621C00020000	15.50	0.00	15.80	16.05	1	49	20.00	GM140621P00020000	N/A	0.00	N/A	0.06	0	0	
GM140621C00021000	15.54	0.00	14.60	15.30	1	36	21.00	GM140621P00021000	0.08	0.00	N/A	0.08	15	22	
GM140621C00023000	17.80	0.00	12.60	13.30	21	46	23.00	GM140621P00023000	0.05	0.00	0.02	0.16	60	256	
GM140621C00024000	11.10	0.00	11.80	12.05	32	41	24.00	GM140621P00024000	0.12	0.00	0.04	0.18	84	89	
GM140621C00025000	12.16	0.00	10.65	11.15	5	55	25.00	GM140621P00025000	0.18	0.00	0.03	0.16	22	102	
GM140621C00026000	9.54	0.00	9.60	10.15	3	93	26.00	GM140621P00026000	0.17	0.00	0.11	0.14	2,500	584	
GM140621C00027000	14.80	0.00	8.60	9.15	16	17	27.00	GM140621P00027000	0.22	0.00	0.16	0.20	2	164	
GM140621C00028000	8.00	↑0.40	7.90	8.10	30	93	28.00	GM140621P00028000	0.34	0.00	0.23	0.26	60	173	
GM140621C00029000	6.25	0.00	6.60	7.25	1	38	29.00	GM140621P00029000	0.47	0.00	0.32	0.36	112	4,150	
GM140621C00030000	6.20	↑0.70	5.85	6.30	3	582	30.00	GM140621P00030000	0.49	↓0.08	0.45	0.48	35	3,618	
GM140621C00031000	5.15	↑0.50	5.10	5.45	5	171	31.00	GM140621P00031000	0.63	↓0.23	0.62	0.65	66	5,687	
GM140621C00032000	4.30	↑0.40	4.35	4.60	40	304	32.00	GM140621P00032000	0.88	↓0.21	0.84	0.87	62	12,820	
GM140621C00033000	3.64	↑0.46	3.65	3.80	16	687	33.00	GM140621P00033000	1.13	↓0.39	1.13	1.16	1,088	10,305	
GM140621C00034000	3.10	↑0.44	3.05	3.15	58	1,262	34.00	GM140621P00034000	1.55	↓0.33	1.50	1.52	40	22,372	
GM140621C00035000	2.61	↑0.43	2.49	2.53	369	2,966	35.00	GM140621P00035000	1.98	↓0.47	1.93	1.97	1,355	14,023	
GM140621C00036000	1.95	↑0.22	1.98	2.02	950	8,662	36.00	GM140621P00036000	2.48	↓0.47	2.45	2.48	15	18,261	
GM140621C00037000	1.57	↑0.26	1.55	1.59	223	9,814	37.00	GM140621P00037000	3.10	↓0.55	3.00	3.10	23	5,561	
GM140621C00038000	1.24	↑0.20	1.19	1.22	5,382	12,606	38.00	GM140621P00038000	3.85	↓0.62	3.65	3.75	10	4,615	
GM140621C00039000	0.94	↑0.12	0.88	0.93	265	18,853	39.00	GM140621P00039000	4.65	↓0.52	4.40	4.55	10	5,277	
GM140621C00040000	0.70	↑0.11	0.66	0.70	2,025	31,721	40.00	GM140621P00040000	6.10	0.00	5.10	5.60	246	4,739	
GM140621C00041000	0.57	↑0.16	0.49	0.52	26	18,695	41.00	GM140621P00041000	6.50	0.00	6.00	6.40	3	13,337	
GM140621C00042000	0.36	↑0.03	0.35	0.39	622	25,996	42.00	GM140621P00042000	6.85	↓1.00	6.80	7.30	10	1,633	
GM140621C00043000	0.30	↑0.07	0.26	0.28	34	4,436	43.00	GM140621P00043000	7.80	0.00	7.65	8.60	8	767	
GM140621C00044000	0.23	↑0.05	0.18	0.23	40	9,489	44.00	GM140621P00044000	9.65	0.00	8.65	8.90	10	926	
GM140621C00045000	0.13	0.00	0.11	0.17	13	8,018	45.00	GM140621P00045000	10.32	0.00	9.55	10.10	891	1,767	
GM140621C00046000	0.13	0.00	0.06	0.13	4	5,136	46.00	GM140621P00046000	8.20	0.00	10.00	11.40	3	143	
GM140621C00047000	0.10	0.00	0.05	0.09	1	11,495	47.00	GM140621P00047000	7.45	0.00	11.40	12.25	31	36	
GM140621C00048000	0.07	↑0.02	0.04	0.09	2	15,736	48.00	GM140621P00048000	8.60	0.00	12.20	13.35	6	356	
GM140621C00049000	0.08	0.00	0.02	0.09	10	152	49.00	GM140621P00049000	9.50	0.00	13.35	14.20	7	297	
GM140621C00050000	0.03	0.00	0.02	0.09	5	4,911	50.00	GM140621P00050000	12.43	0.00	14.35	15.30	133	3,490	
GM140621C00055000	0.01	0.00	N/A	0.05	10	9,166	55.00	GM140621P00055000	17.33	0.00	19.00	20.20	222	9,142	

Highlighted options are in-the-money.

- Opciu môžeme kúpiť za ask, predáť za bid.

:: Cvičenia (2) ::

1. Vyberte si jednu stratégiu z prehľadu a pomocou reálnych cien uvedených hore zostrojte jej payoff a profit diagram. Aké presvedčenie o budúcom vývoji akcie vyjadruje takáto stratégia? Pre aké ceny akcie v čase expirácie bude zisková?

:: Obmedzenia na ceny opcií ::

- Označme $c(S, \tau, E)$, $p(S, \tau, E)$ cenu call, resp. put opcie s expiračnou cenou E , ak aktuálna cena akcie je S a do expirácie opcie zostáva čas τ .
- Ceny opcií musia vyhovovať určitým nerovnostiam, ktoré vyplývajú z neprípustnosti arbitráže. Myšlienka ich dôkazu je nasledovná:
 - Uvažujme dve portfóliá (zložené z akcií, opcií a dlhopisov).

- Nech v čase expirácie opcií platí pre hodnoty týchto portfólií nerovnosť $P_1 \leq P_2$
- Potom rovnaká nerovnosť pre hodnoty portfólií musí platiť aj vo všetkých predchádzajúcich časoch.

• Príklad I. z prednášky: nerastúcosť pre call opciu

Dokázali sme, že $c(S, \tau, E_1) \leq c(S, \tau, E_2)$ pre $E_2 \leq E_1$

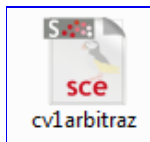
Cvičenie: Uvažujme nasledovné ceny call opcií:

Expiračná cena	Cena call opcie
10	30
15	26
20	27
25	23
30	19

Nájdite arbitrážnu príležitosť - teda takú stratégiu, ktorá bez ohľadu na cenu akcie v čase expirácie opcií prinesie zisk. Nakreslite profit diagram vašej stratégie.

Riešenie: Podľa prechádzajúceho príkladu by malo platiť $c(15) \geq c(20)$. Pre naše dáta to však neplatí, máme $c(15) < c(20)$. Čo teda spravíme:

- **kúpime to, čo je lacnejšie, ako by malo byť** - na našom prípade $c(15)$
- **predáme to, čo je drahšie, ako by malo byť** - na našom prípade $c(20)$



[\[cv1arbitraz.sce\]](#) - súbor pre Scilab:

- dáta - ceny opcií
- vykreslenie závislosti ceny opcie od jej expiračnej ceny

Stiahnite si ho a dopíšte vykreslenie profit diagramu arbitrážnej príležitosti.

• Príklad I. z prednášky: nerastúcosť pre call opciu

Dokázali sme, že $c(S, \tau, E)$ je konvexnou funkciou expiračnej ceny.

Cvičenie: Uved'te príklad cien opcií, pre ktoré táto závislosť nie je konvexná a nájdite arbitráž.

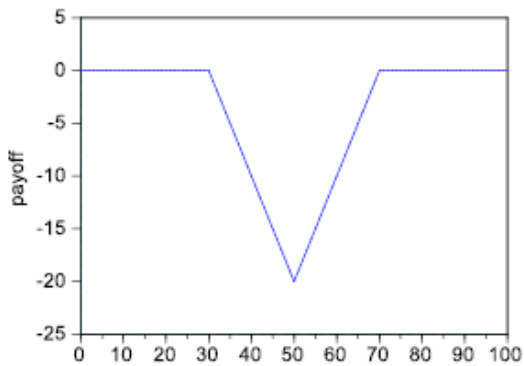
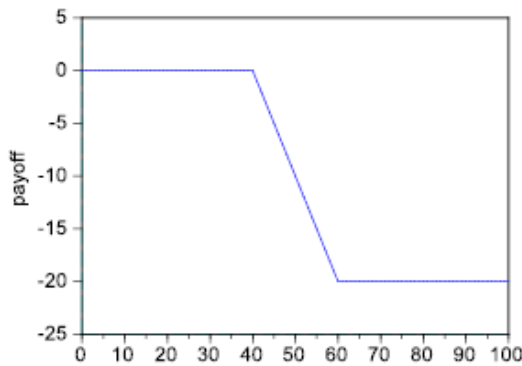
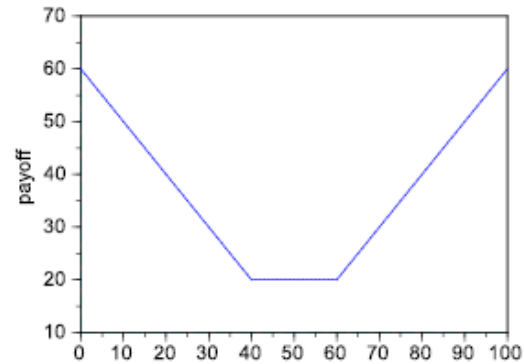
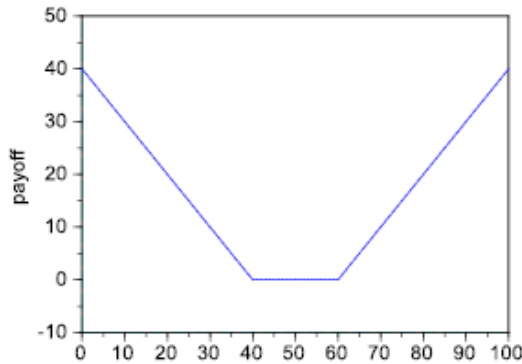
:: Ďalšie príklady na precvičenie ::

1. Dokážte, že $p(S, \tau, E_1) \leq p(S, \tau, E_2)$ pre $E_1 \leq E_2$. Zostavte príklad arbitrážnej príležitosti, ak táto nerovnosť neplatí (s konkrétnymi číslami).
2. Dokážte, že funkcia $p(S, \tau, E)$ je konvexnou funkciou expiračnej ceny E. Zostavte príklad arbitrážnej príležitosti, ak táto nerovnosť neplatí (s konkrétnymi číslami).
3. Dokážte, že $S - E \exp(-r \tau) \leq c(S, \tau, E) \leq S$, kde r je úroková miera. Zostavte príklad arbitrážnej príležitosti, ak táto nerovnosť neplatí (s konkrétnymi číslami).
4. Predpokladajme, že úroková miera je nulová. Súčasná cena akcie je 10 USD, a na trhu sú dostupné opcie s expiračnou cenou 12 USD, ktoré expirujú o mesiac. Call opcia stojí 3 USD, put opcia stojí 4 USD. Nájdite arbitráž.
5. Uvažujme call a put opciu, ktoré majú rovnakú expiračnú cenu, 55 USD a obidve expirujú o rok. Cena akcie je 53 USD a cena callu je o 0.1 USD vyššia ako cena putu. Čomu sa rovná úroková miera?
6. [Vzorová písomka, 2008]

Predpokladajme, že očakávame výrazný nárast ceny akcie. Ktorú z týchto stratégií zvolíme a prečo?

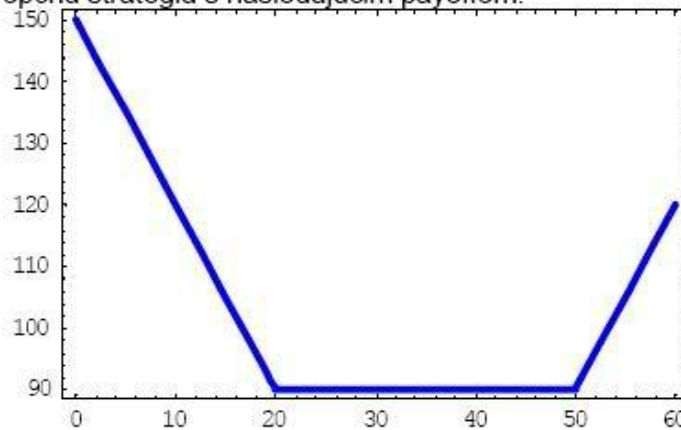
- Predáme jednu at-the-money call opciu a jednu at-the-money put opciu.
- Kúpime jednu in-the-money call opciu a predáme jednu out-the-money call opciu.
- Kúpime jednu in-the-money put opciu a predáme jednu out-the-money put opciu.

7. Nájdite kombinácie call a put opcií, ktoré majú nasledovné payofffy:



8. [Písomka, 2009]

Uvažujme opčnú stratégiu s nasledujúcim payofffom:



[1 bod] Nájdite takú kombináciu call a put opcií, ktorá má takýto payoff.

9. [Písomka, 2009]

[3 body] Nájdite arbitrážnu príležitosť pri daných cenách call opcií. Opcie majú rovnaký čas expirácie. Úroková miera je nulová. Aktuálna cena akcie je 28 USD.

expiračná cena	cena opcie
15	30
20	26
25	22
30	20
35	19

Napište stratégiu, ktorá vedie k arbitráži.

Cvičenia z finančných derivátov, 2014
Beáta Stehliková, FMFI UK Bratislava

E-mail: stehlikova@pc2.iam.fmph.uniba.sk
Web: <http://pc2.iam.fmph.uniba.sk/institute/stehlikova/>