

# Black-Scholesov vzorec: greeks

---

## :: Delta opcie ::

---

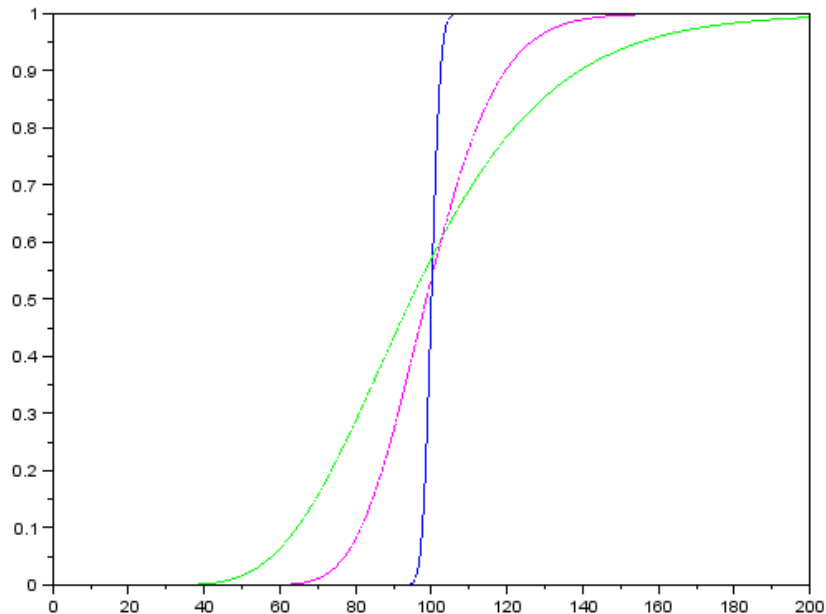
- Derivácia ceny opcie podľa ceny akcie, rovná sa  $N(d_1)$
- **Pri odvodení Black-Scholesovho vzorca vystupuje ako počet akcií, ktoré kúpime pri hedžovaní jednej predanej opcie** a nazýva sa **delta opcie**.
- Takémuto hedžovaniu opcií sa hovorí **delta hedžing**.

---

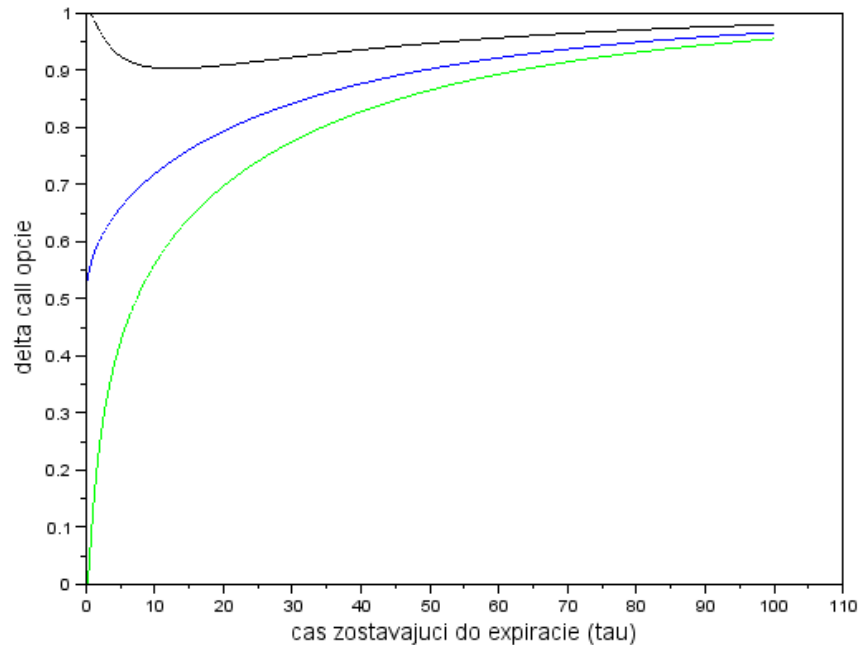
## :: Cvičenia (1) ::

---

1. Koľko akcií musíme mať v portfóliu pri delta hedžingu, ak
  - sme vypísali 1000 call opcií s expiračnou cenou 25 USD a expiráciou o pol roka,
  - sme vypísali 1000 put opcií s expiračnou cenou 20 USD a expiráciou o štvrt roka,
  - sme kúpili 1000 call opcií s expiračnou cenou 30 USD a expiráciou o rok,
  - sme kúpili 1000 put opcií s expiračnou cenou 20 USD a expiráciou o mesiac,ak dnešná cena akcie je 20 USD, volatilita je 0.3 a úroková miera je pol percenta?
2. Na nasledujúcom obrázku sú zobrazené delty troch call opcií v závislosti od ceny akcie. Tieto opcie sa líšia expiráciou: **o 1 deň, o pol roka, o 2 roky**. Ostatné parametre sú rovnaké. Priradte tieto expirácie grafom na obrázku.



- 
3. K čomu konverguje delta call opcie, ak čas zostávajúci o expirácie ide do nuly a ak ide do nekonečna? Od čoho to závisí? Na základe obrázka a interpretácie delty sformulujte hypotézu a dokažte ju.



#### 4. Delta pre jednoduché deriváty.

1. Ako vyzerajú riešenia Black-Scholesovej PDR pre koncovú podmienku  $S$  a pre koncovú podmienku  $c$  (kde  $c$  je konštatna)? Čomu sa rovná ich delta a akú má tento výsledok interpretáciu?
2. Uvažujme Black-Scholesovu rovnicu na akciu s dividendami. Ako sa zmení riešenie PDR pre koncovú podmienku  $S$  a príslušná delta? Interpretujte finančne.

---

### :: Cvičenia (2) - ostatné parametre citlivosti ::

---

1. Príklad z prednášky: **závislosť delty od volatility**, téma *Black-Scholes III*, slajd 15
  1. Graficky znázorníte závislosť delty od volatility pre rôzne opcie.
  2. Explicitne vypočítajte **DdeltaDvol** a určte jej znamienko. Čo sa dá na základe vzorce očakávať pre opciu, ktorá je "deep out of the money", ako sa spomína v článku? Porovnajte s numerickými výpočtami a grafmi.
2. Príklad z prednášky: "**cash or nothing**" opcia, téma *Black-Scholes III*, slajd 12-14
  1. Odvodte cenu tejto opcie podľa Black-Scholesovho vzorca.
  2. Uvažujme ďalší z parametrov citlivosti - závislosť od času. Odvodte vzťah pre jeho výpočet, znázorníte graficky (priebeh v závislosti od ceny akcie, pre niekoľko časov zostávajúcich do expirácie) a interpretujte.

---

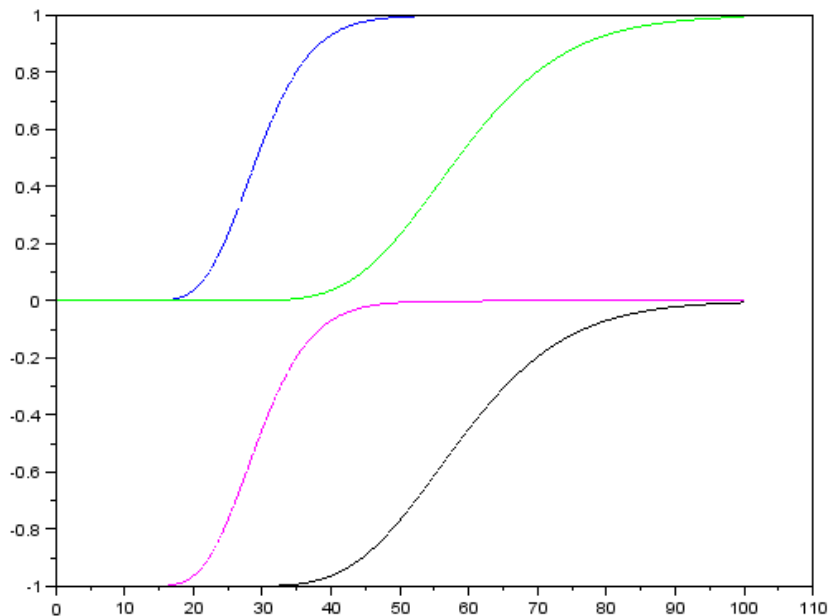
### :: Ďalšie príklady na precvičenie ::

---

1. **Delta pre put opcie.** Vypočítajte deltu put opcie. Nakreslite graf jej závislosti od aktuálnej ceny akcie. Vysvetlite priebeh tohto grafu - znamienko, monotónnosť, priebeh pre  $\tau$  blízke nule.
2. Na nasledujúcom obrázku sú zobrazené delty štyroch call opcií v závislosti od ceny akcie:

**call opcia s E=30, put opcia s E=30, call opcia s E=60, put opcia s E=60.** Ostatné parametre sú rovnaké. Priradte opcie grafom na obrázku.

---



3. Uvažujme opciu, ktorá vyplatí 1 USD, ak je cena akcia v čase expirácie medzi dvoma stanovenými hodnotami  $E_1$  a  $E_2$  (inak je jej payoff nulový).
1. Vypočítajte Black-Scholesovu cenu takejto opcie. Návod: Využite vzťah pre cenu cash or nothing opcie.
  2. Vypočítajte deltu takejto opcie a znázornite jej priebeh v závislosti od ceny akcie. Zopakujte pre rôzne časy zostávajúce o expirácie. Ako vyzerá priebeh pre čas blízky expirácie a prečo?

---

**Cvičenia z finančných derivátov, 2014**  
**Beáta Stehlíková, FMFI UK Bratislava**

**E-mail:** [stehlikova@pc2.iam.fmph.uniba.sk](mailto:stehlikova@pc2.iam.fmph.uniba.sk)  
**Web:** <http://pc2.iam.fmph.uniba.sk/institute/stehlikova/>