

*I. Deriváty, call a put opcie,
ohraničenia na ceny opcií, kombinované stratégie*

Beáta Stehlíková
Finančné deriváty, FMFI UK Bratislava

Čo sú finančné deriváty

- Slovo DERIVATIVE v slovníku:

noun

1 something which is based on another source:

the aircraft is a derivative of the Falcon 20G

- a word derived from another or from a root in the same or another language:

'fly-tip' is a derivative of the phrase 'on the fly'

- a substance that is derived chemically from a specified compound:

crack is a highly addictive cocaine derivative

2 (often **derivatives**) *Finance* an arrangement or product (such as a future, option, or warrant) whose value derives from and is dependent on the value of an underlying asset, such as a commodity, currency, or security:

[*as modifier*]:

the derivatives market

3 *Mathematics* an expression representing the rate of change of a function with respect to an independent variable.

<http://oxforddictionaries.com/definition/derivative>

Deriváty

- Aristoteles píše o Tálesovi z Milétu (Politika, kniha I, kapitola XI):

... ešte v zime dal peniaze, čo mal, ako závdavok a prenajal si všetky olivové lisy v Miléte a na ostrove Chios za nepatrný obnos, lebo nikto neprihadzoval. Keď potom prišiel pravý čas a naraz a súčasne sa mnohí záujemcovia zháňali po olivových lisoch, prenajímal ich tak draho, ako chcel.

- Právo použiť olivové lisy - jeho hodnota závisí od úrody v danom roku
- Niektoré lisy mohli zostať nevyužité; Táles mal právo, ale nie povinnosť použiť lisy

Deriváty

- Právo, ale súčasne aj povinnosť zrealizovať dohodnutý obchod - niekoľko historických príkladov:
 - Anglicko, Francúzsko, 12. stor. - dohoda o budúcom obchode založená na vzorke tovaru, „*lettre de faire*“
 - Japonsko, 17. stor. - štandardizované obchody s ryžou
 - Chicago, 19. stor. - obilie, založenie *Chicago Board of Trade* (1848)
 - 1898 - *Chicago Mercantile Trading*, maslo a vajcia, neskôr aj iné poľnohospodárske komodity
 - 1978 - *International Monetary Market* ako súčasť *Chicago Mercantile Trading*, cudzie meny, neskôr aj (napr.) deriváty S&P 500

Akcie

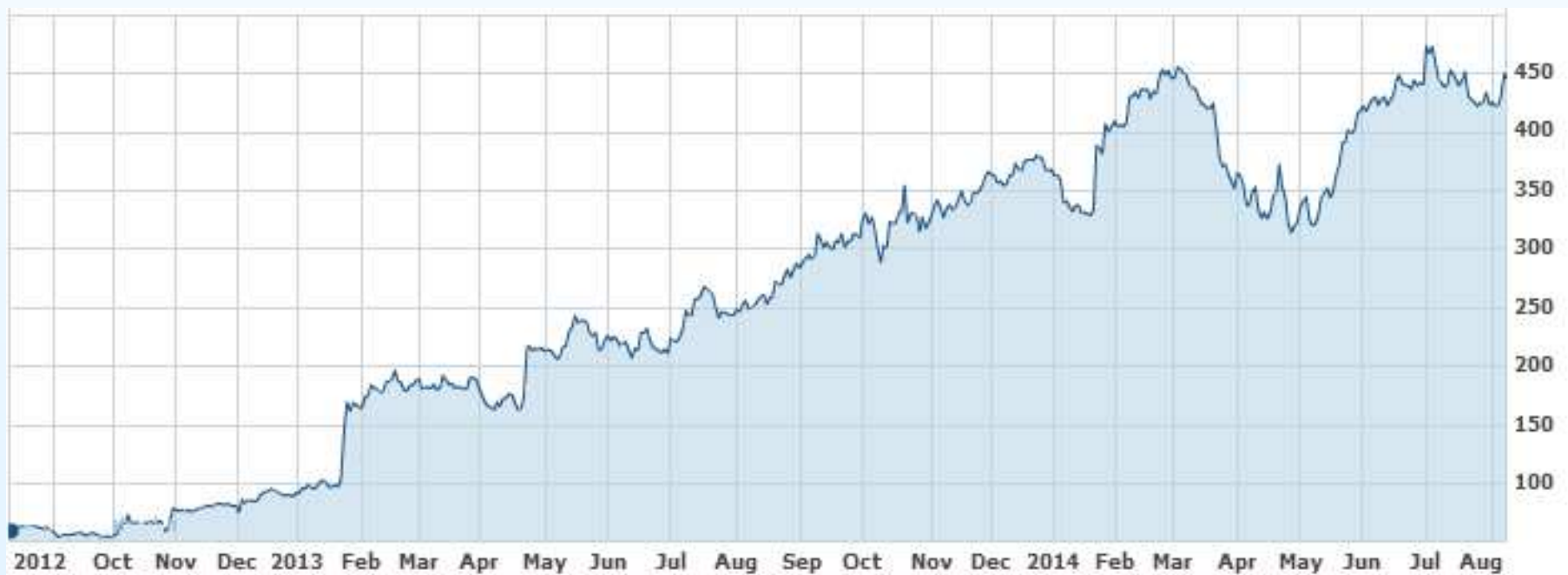
- Budeme sa zaoberať predovšetkým derivátmi akcií
- Príklad: vývoj ceny akcie DIS (*The Walt Disney Company*)



<http://finance.yahoo.com>

Akcie

- Vývoj ceny sa skladá z trendu a náhodných fluktuácií
- Príklad trendu: NFLX (Netflix, Inc.), august 2012 - august 2014):



<http://finance.google.com>

Akcie

- Príklad fluktuácií: NFLX (Netflix, Inc.), detail z predchádzajúceho grafu



<http://finance.google.com>

Nasledujúca prednáška: matematické modelovanie tohto pozorovania $\text{cena} = \text{trend} + \text{fluctuácie}$

Opcie na akcie

- Európska call opcia je právo - ale nie povinnosť - kúpiť akciu za dohodnutú cenu E (*expiračná cena, strike price, exercise price*) v dohodnutom čase T (*expiration time*)
- Európska put opcia je právo - ale nie povinnosť - predat' akciu za dohodnutú cenu E (*expiračná cena, strike price, exercise price*) v dohodnutom čase T (*expiration time*)
- Americká call/put opcia - právo kúpiť/predat' akciu nie iba v čase expiračie T , ale hocikedy do času expirácie

Opcie na akcie

- Ukážka reálnych dát: put opcie na akcie Disney

Put Options		Expire at close Saturday, October 18, 2014					
Strike	Symbol	Last	Chg	Bid	Ask	Vol	Open Int
50.00	DIS141018P00050000	0.03	0.00	0.01	0.04	34	396
55.00	DIS141018P00055000	0.05	0.00	0.02	0.05	32	172
60.00	DIS141018P00060000	0.09	0.00	0.04	0.08	10	416
65.00	DIS141018P00065000	0.15	0.00	0.07	0.14	25	815
67.50	DIS141018P00067500	0.15	0.00	0.08	0.14	5	130
70.00	DIS141018P00070000	0.17	↓0.03	0.12	0.17	30	1,062
72.50	DIS141018P00072500	0.23	↓0.03	0.17	0.21	2	734

<http://finance.yahoo.com>

Opcie na akcie

- Cena opcie sa skladá z dvoch častí:
 - vnútorná hodnota (*intrinsic value*) - cena opcie, ak by bola uplatnená teraz
 - časová hodnota (*time value*) - zostávajúca časť ceny opcie
 - vlastník opcie zaplatil túto hodnotu, očakáva, že opcia mu v budúcnosti prinesie zisk
 - riziková prémie pre vypisovateľa opcie

Vnútoraná a časová hodnota: príklad

- Ceny putov zo str.9 - použijeme poslednú zrealizovanú cenu
- Cena akcie: 87.40 USD

The Walt Disney Company (DIS) - NYSE ★ Follow

87.40 ↑ 0.55 (0.63%) 9:53AM EDT - Nasdaq Real Time Price

Prev Close:	86.85	Day's Range:	87.05 - 87.49
Open:	87.07	52wk Range:	60.41 - 87.63
Bid:	87.33 x 200	Volume:	482,854
Ask:	87.35 x 200	Avg Vol (3m):	6,031,720

- Zoberme put opciu s expiračnou cenou 70 USD, ktorá stojí 0.17 USD:
 - vnútorná hodnota: 0
 - časová hodnota: 0.17

Vnútorná a časová hodnota: príklad

- Otázky:
 - Prečo majú opcie zo str. 9 nulovú vnútornú hodnotu?
 - Aké put opcie by mali kladnú vnútornú hodnotu?
 - Ako je to pre call opcie? Použite tieto dáta:

Toyota Motor Corporation (TM) - NYQ ★ Follow
119.43 ↑ 2.08 (1.77%) Sep 18, 4:03PM EDT

Options

View By Expiration: Sep 14 | **Oct 14** | Jan 15 | Apr 15 | Jan 16 | Jan 17

Call Options

Strike	Symbol	Last	Chg	
110.00	TM141018C00110000	9.45	↑ 1.79	
115.00	TM141018C00115000	4.45	↑ 1.40	
120.00	TM141018C00120000	1.20	↑ 0.44	
125.00	TM141018C00125000	0.20	↑ 0.03	
130.00	TM141018C00130000	0.05	0.00	

Príklad

- Predáme akciu DIS za aktuálnu *bid cenu* (cena, ktorú je kupujúci ochotný zaplatiť): 87.33 USD.

The Walt Disney Company (DIS) - NYSE ★ Follow

87.40 ↑ 0.55 (0.63%) 9:53AM EDT - Nasdaq Real Time Price

Prev Close:	86.85	Day's Range:	87.05 - 87.49
Open:	87.07	52wk Range:	60.41 - 87.63
Bid:	87.33 x 200	Volume:	482,854
Ask:	87.35 x 200	Avg Vol (3m):	6,031,720

<http://finance.yahoo.com>

Príklad

- Ďalej, predáme put opciu s expiračnou cenou 60 USD a expiráciou v októbri za - nájdeme *bid cenu* - 0.04 USD

Put Options		Expire at close Saturday, October 18, 2014					
Strike	Symbol	Last	Chg	Bid	Ask	Vol	Open Int
50.00	DIS141018P00050000	0.03	0.00	0.01	0.04	34	396
55.00	DIS141018P00055000	0.05	0.00	0.02	0.05	32	172
60.00	DIS141018P00060000	0.09	0.00	0.04	0.08	10	416
65.00	DIS141018P00065000	0.15	0.00	0.07	0.14	25	815
67.50	DIS141018P00067500	0.15	0.00	0.08	0.14	5	130
70.00	DIS141018P00070000	0.17	↓0.03	0.12	0.17	30	1,062
72.50	DIS141018P00072500	0.23	↓0.03	0.17	0.21	2	734

<http://finance.yahoo.com>

Príklad

- Koľko by ste boli ochotní zaplatiť za call opciu s rovnakou expiračnou cenou?
- Pripomeňme si vývoj ceny DIS, dáta sú z 11.8.2014:



<http://finance.yahoo.com>

Príklad

- Russel Sage, New York, 19. storočie
 - kúpi akciu a put opciu, predal call s rovnakou expiračnou cenou a rovnakým časom expirácie
 - takto obišiel ohraničenia na úroky dané zákonmi o úžere
- PRÍKLAD - POKRAČOVANIE:
 - Ukážeme, že táto stratégia je v skutočnosti pôžička (*synthetised loan*)
 - S akou úrokovou mierou ste súhlasili pri akceptovaní zvolenej ceny call opcie?

Put-call parita

- Uvažujme portfólio:
 - vypíšeme 1 call opciu s expiračnou cenou E
 - kúpime 1 put opciu s rovnakou expiračnou cenou a rovnakým časom expirácie
 - kúpime 1 akciu
- Aká bude hodnota portfólia v čase expirácie opcií?

$$\text{portfólio} = - 1 \text{ call} + 1 \text{ put} + 1 \text{ akcia}$$

\Rightarrow

$$\text{payoff} = - [\text{payoff callu}] + [\text{payoff putu}] + [\text{cena akcie}]$$

Put-call parita

- Teda, v závislosti od ceny akcie S v čase expirácie:
 - ak $S \leq E$:

$$payoff = -[0] + [E - S] + [S] = E$$

- ak $S \geq E$:

$$payoff = -[S - E] + [0] + [S] = E$$

Takže, bez ohľadu na vývoj ceny akcie, hodnota portfólia bude E

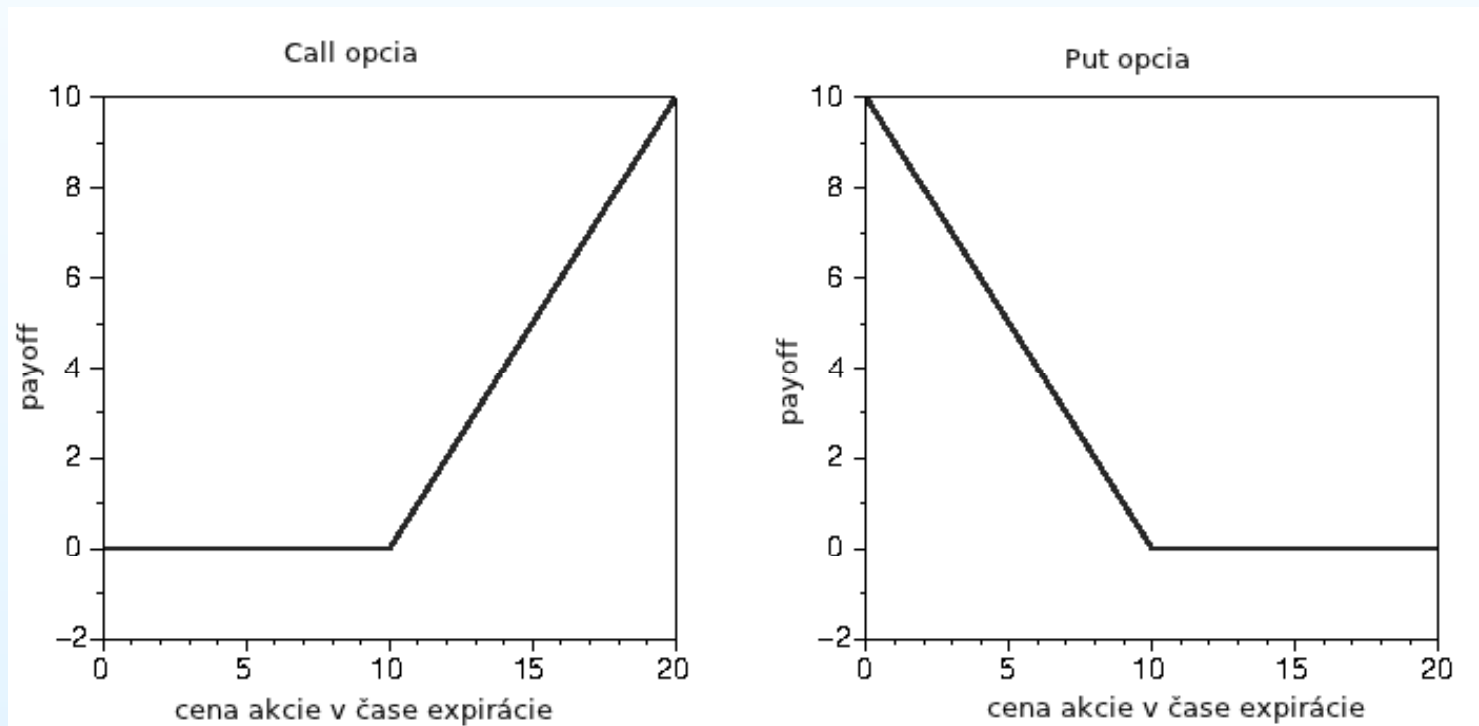
- Hodnota portfólia dnes preto musí byť

$$-c(S, E, \tau) + p(S, E, \tau) + S = Ee^{-r\tau}$$

- dostali sme vzťah medzi cenami call a put opcií, známy ako put-call parita

Payoff diagram

- Payoff diagram opcie - hodnota opcie v čase expirácie ako funkcia ceny akcie v tomto čase
- Call opcia: $\max(0, S - E)$, put opcia: $\max(E - S, 0)$

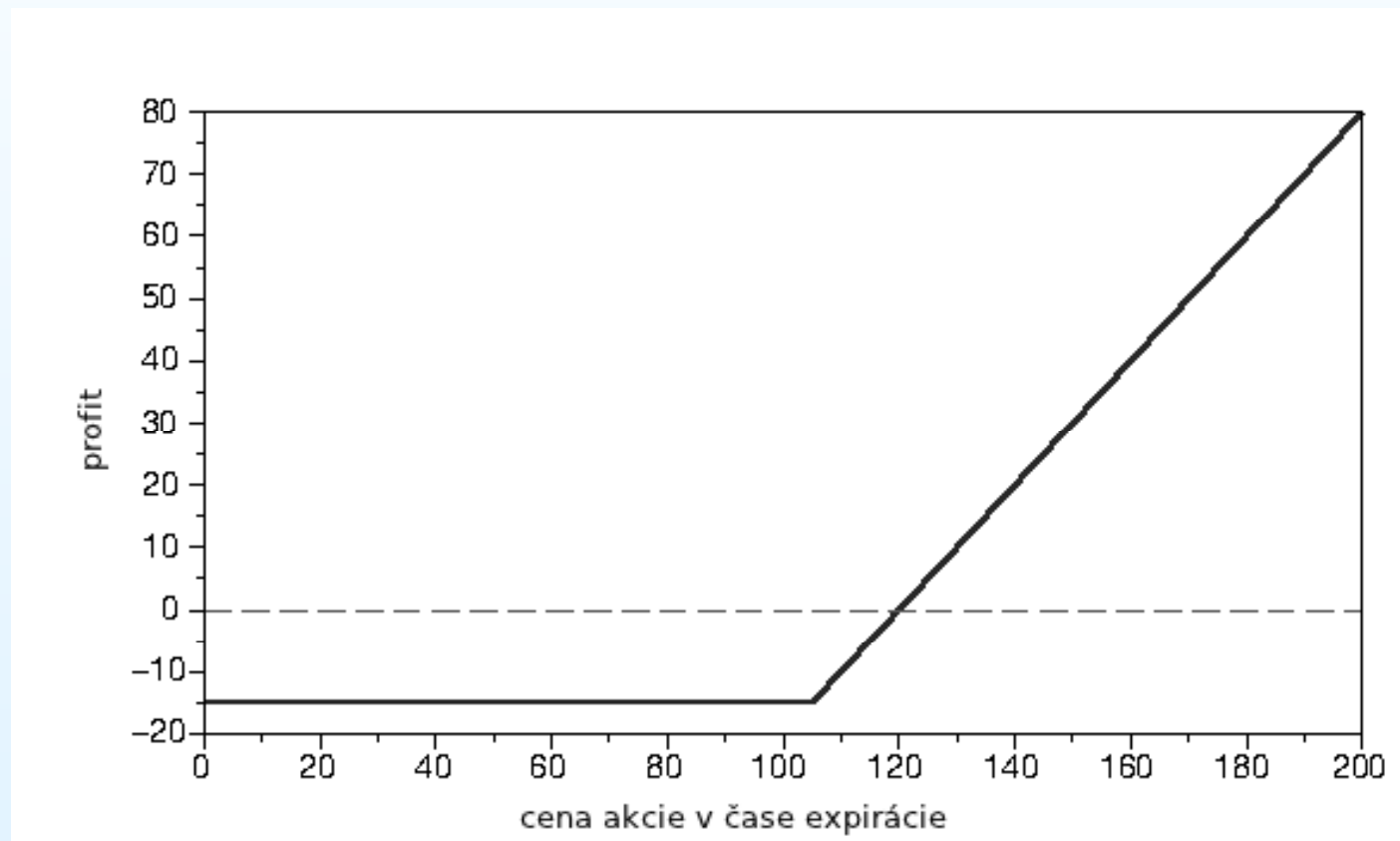


Profit diagram

- Profit diagram opcie - payoff znížený o hodnotu začiatocnej investície
- Ak $r = 0$, tak *profit = payoff - (začiatočná investícia)*

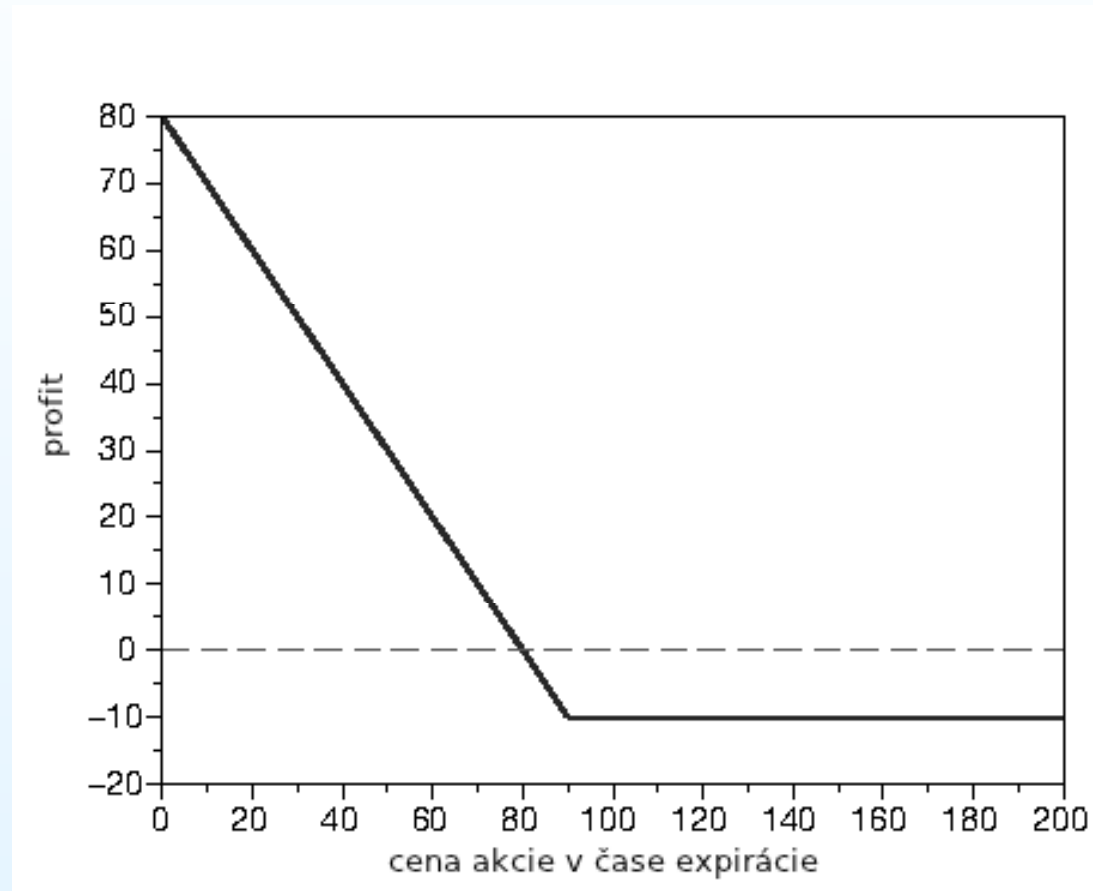
Profit diagram - príklad 1

- Uvažujme call opciu s expiračnou cenou 105 USD, ktorá stojí 15 USD
- Profit diagram (pre $r = 0$):



Profit diagram - príklad 2

- Analyzujte nasledový profit diagram put opcie (pre $r = 0$):



Profit diagram - príklad 2

- JEDNODUCHÉ OTÁZKY:
 - Aká je expiračná cena opcie? Koľko táto opcia stojí?
 - Aký je maximálny možný zisk? Ak je ohraničený, kedy je maximálny? Ak nie je ohraničený, kedy rastie do nekonečna?
 - Aká je maximálna možná strat? Ak je ohraničená, kedy je maximálna? Ak nie je ohraničená, kedy rastie do nekonečna?

Ohraničenia na ceny opcií

- Ukážeme niekoľko nerovností pre ceny, ktoré musia platiť - inak by bola na trhu arbitráž
- Všetky uvažované opcie majú rovnaký čas expirácie
- Bezrizikovú úrokovú mieru označíme r .
- Označenie:
 - $c(S, E, \tau)$ je trhovú cenu call opcie s expiračnou cenou E , ak dnešná cena akcie je S a čas zostávajúci do expirácie je τ
 - $p(S, E, \tau)$ je trhovú cenu put opcie s expiračnou cenou E , ak dnešná cena akcie je S a čas zostávajúci do expirácie je τ

Ohraničenia na ceny opcí

- Postup:
 - Uvažujme dve portfóliá - také, že v čase expirácie platí
(hodnota portfólia I.) \leq (hodnota portfólia II.)
 - Aby nevznikla arbitráž, aj dnes musí platiť
(hodnota portfólia I.) \leq (hodnota portfólia II.)
- portfóliá sú skonštruované tak, aby práve toto bola nerovnosť, ktorú chceme dokázať

Ohraničenia na ceny opcií - príklady

PRÍKLAD 1: Je zrejmé, že musí byť

$$c(S, E, \tau) \geq 0, p(S, E, \tau) \geq 0$$

PRÍKLAD 2: Dokážte, že

$$E_1 \geq E_2 \Rightarrow c(S, E_1, \tau) \leq c(S, E_2, \tau)$$

RIEŠENIE: Nech $E_1 \geq E_2$ Uvažujme nasledovné portfóliá:

portfólio I.: opcia s expiračnou cenou E_1

portfólio II.: opcia s expiračnou cenou E_2

Porovnáme ich hodnoty v čase expirácie, v závislosti od ceny akcie S v tomto čase

Ohraničenia na ceny opcií - príklady

	$0 \leq S \leq E_2$	$E_2 \leq S \leq E_1$	$E_1 \leq S$
portfólio I.	0	0	$S - E_1$
portfólio II.	0	$S - E_2$	$S - E_2$
porovnanie	$0 = 0$	$0 \leq S - E_2$	$S - E_1 \leq S - E_2$

V čase expirácie:

(hodnota portfólia I.) \leq (hodnota portfólia II.)

\Rightarrow aj dnes:

(hodnota portfólia I.) \leq (hodnota portfólia II.),

teda

$$c(S, E_1, \tau) \leq c(S, E_2, \tau), \text{ QED}$$

Ohraničenia na ceny opcií - príklady

PRÍKAD 3:

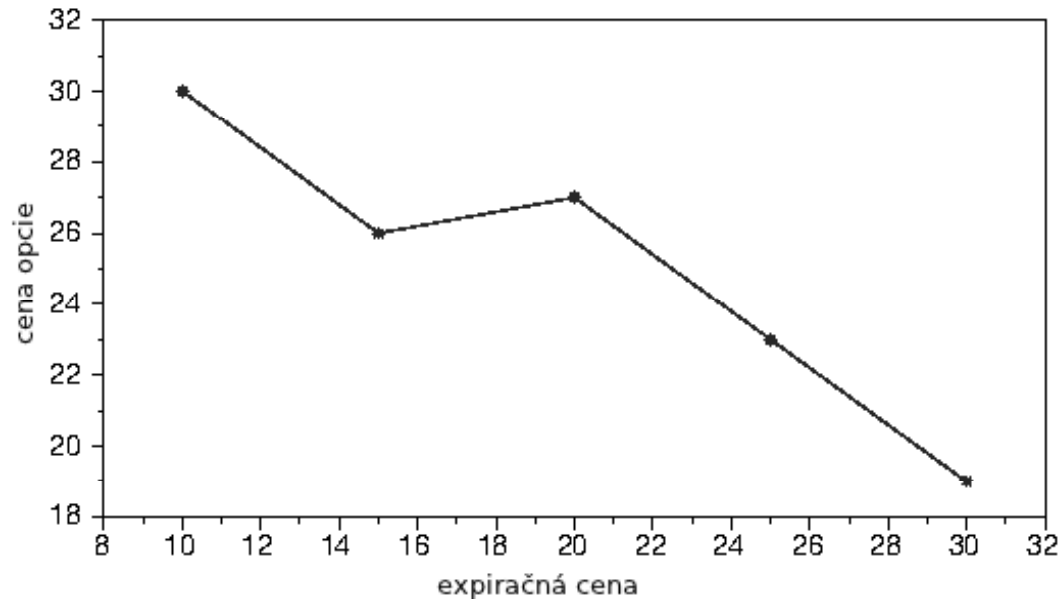
Predpokladjme, že úroková miera je nulová a máme nasledujúce ceny call opcií:

expiračná cena	cena opcie
10	30
15	26
20	27
25	23
30	19

Nájdite arbitráž.

RIEŠENIE: Nakreslíme závislosť ceny call opcie od expiračnej ceny - nerastúca závislosť z predchádzajúceho príkladu tu nie je splnená

Ohraničenia na ceny opcií - príklady

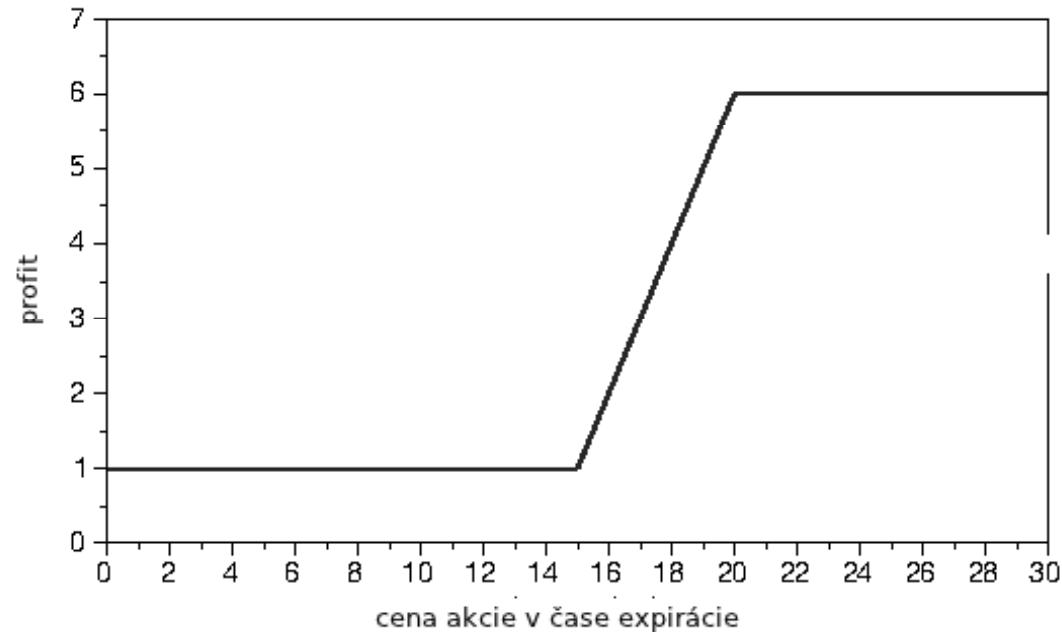


Malo by platiť $c(S, 15, \tau) \geq c(S, 20, \tau)$, ale tu máme $c(S, 15, \tau) < c(S, 20, \tau)$. Preto:

- *kúpime opciu, ktorá stojí menej, ako by mala, v tomto prípade opciu s expiračnou cenou $E = 15$,*
- *predáme opciu, ktorá stojí viac, ako by mala, v tomto prípade opciu s expiračnou cenou $E = 20$.*

Ohraničenia na ceny opcií - príklady

- Profit diagram stratégie:



⇒ je to naozaj arbitráž

- PRÍKLAD 4: Rovnakým postupom ako v pr. 2 dokážeme, že cena call opcie musí byť konvexnou funkciou expiračnej ceny

Kombinované stratégie

- V predchádzajúcom (teoretickom) príklade sme skombinovali opcie, aby sme skonštruovali arbitráž
- Táto myšlienka kupovania a predávania viacerých opcií sa dá použiť aj pri trhových dátach - na to, aby sme vytvorili stratégiu zohľadňujúcu naše očakávanie o vývoji ceny akcie

Kombinované stratégie

PRÍKLAD:

- Uvažujme akcie MCD (Mac Donald's Corp.)



<http://finance.yahoo.com>

a predpokladajme (pre účely tohto cvičenia), že očakávame pokles ceny

Kombinované stratégie

- Cena akcie je 93.72 USD a niektoré z dostupných opcií sú:

Put Options				Expire at close Friday, September 5, 2014			
Strike	Symbol	Last	Chg	Bid	Ask	Vol	Open Int
85.00	MCD140920P00085000	0.22	0.00	0.17	0.22	56	1,471
86.00	MCD140905P00086000	0.16	0.00	0.11	0.18	2	5
87.50	MCD140920P00087500	0.33	↓0.03	0.31	0.33	17	1,575
88.00	MCD140926P00088000	0.59	0.00	0.41	0.49	2	2
89.00	MCD140905P00089000	0.36	0.00	0.28	0.34	26	965
89.00	MCD140912P00089000	0.45	0.00	0.37	0.44	13	83
89.00	MCD140926P00089000	0.66	0.00	0.56	0.63	4	4
90.00	MCD140920P00090000	0.65	↓0.07	0.62	0.66	21	6,135

<http://finance.yahoo.com>

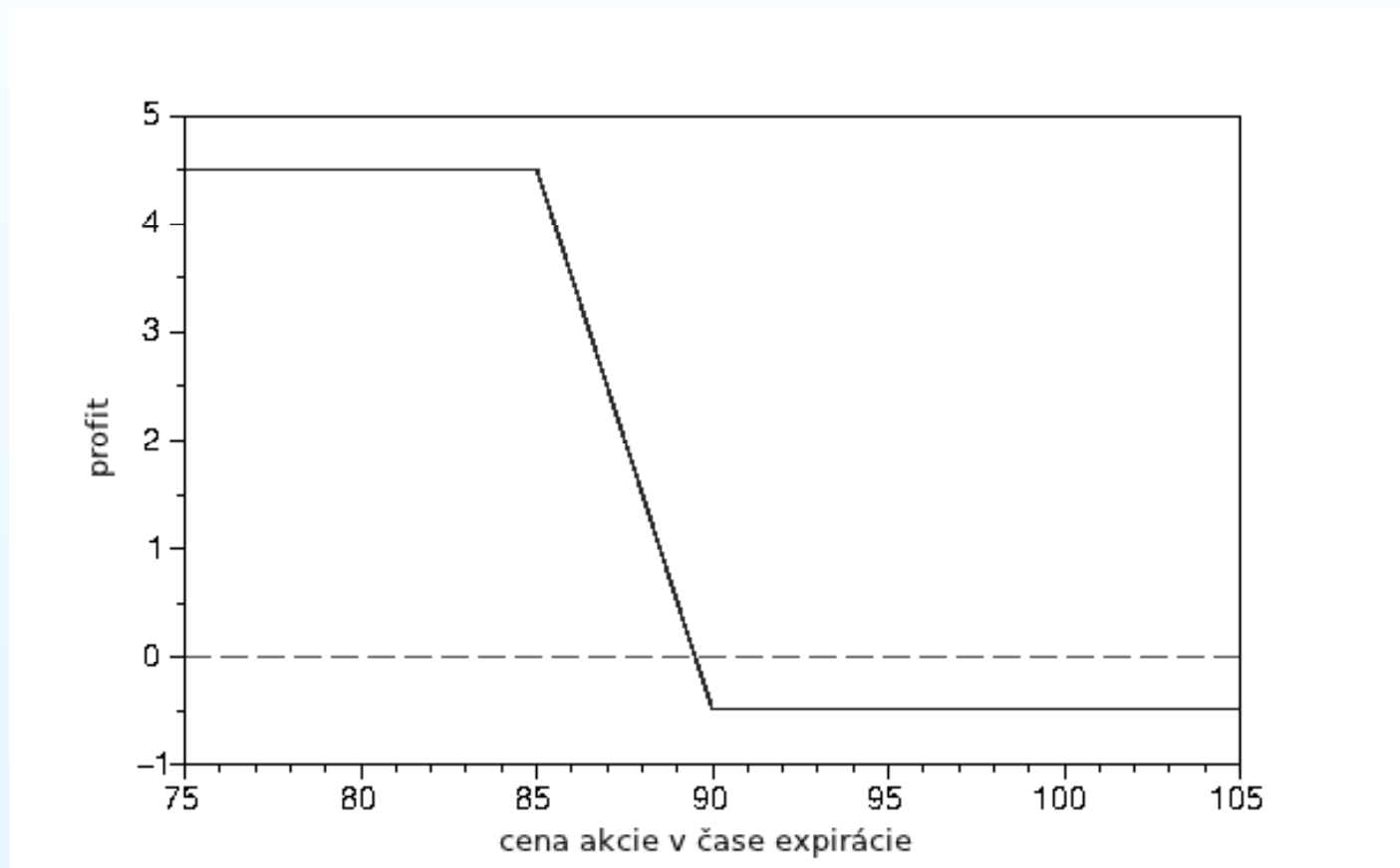
- Očakávame pokles ceny ⇒ kúpime put opciu, napr. put opciu s expiračnou cenou 90 USD
- Ak ale nepredpokladáme veľmi výrazný pokles ⇒ vypíšeme put opciu s nižšou expiračnou cenou, napr. 85 USD
- Predpokladáme, že vypísaná opcia nebude uplatnená, ale jej vypísaním si znížime začiatočnú investíciu

Kombinované stratégie

- Naša stratégia teda je:
kúpime put s $E = 16$ a predáme put s $E = 14$
- Pripomeňme si bid and ask ceny:
 - bid cena (nižšia) - ponuka na kúpu → opciu vieme predať za *bid*
 - ask cena (vyššia) - ponuka na predaj → opciu vieme kúpiť za *ask*
- Teda naša začiatočná investícia je **0.49**, lebo:
 - kúpime put s $E = 16$ za **0.66**
 - predáme put s $E = 13$ za **0.17**

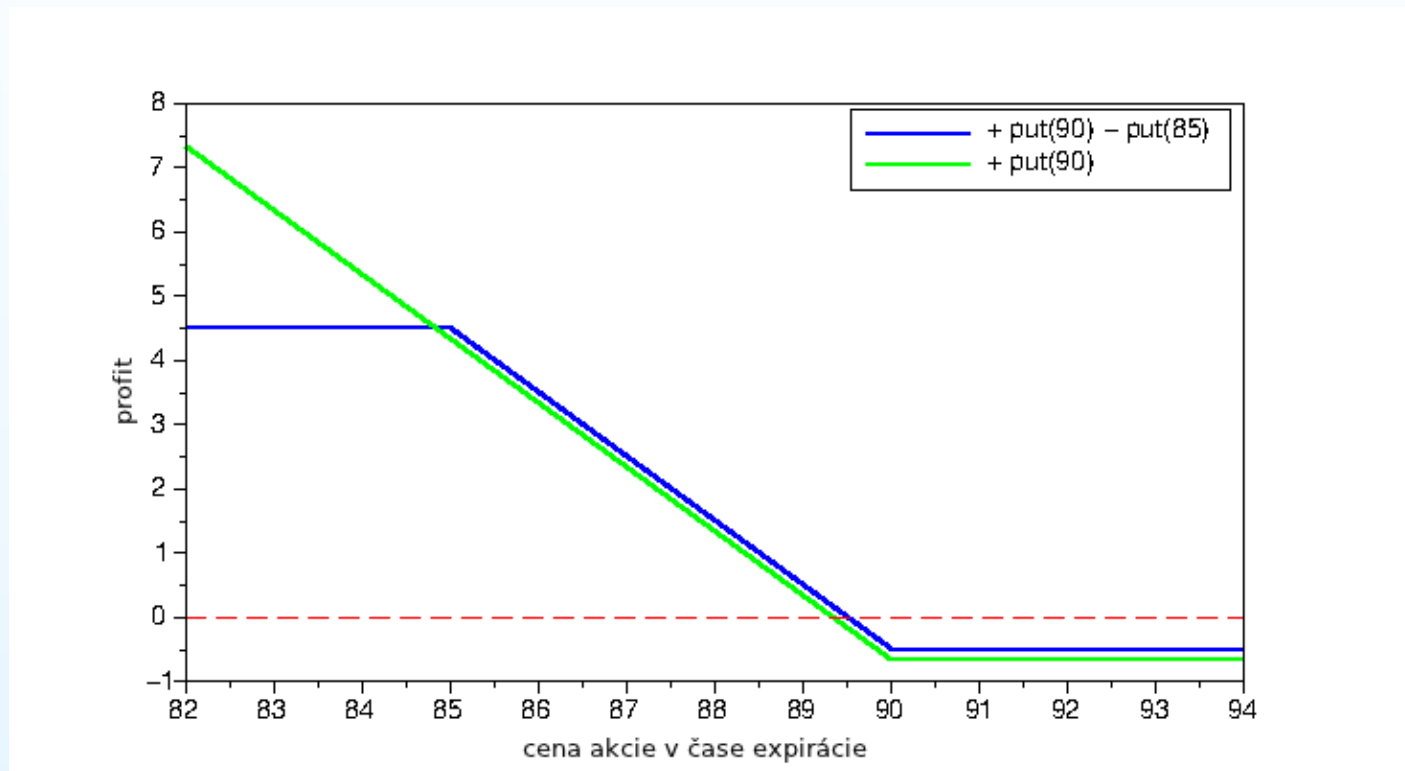
Kombinované stratégie

- Profit diagram:



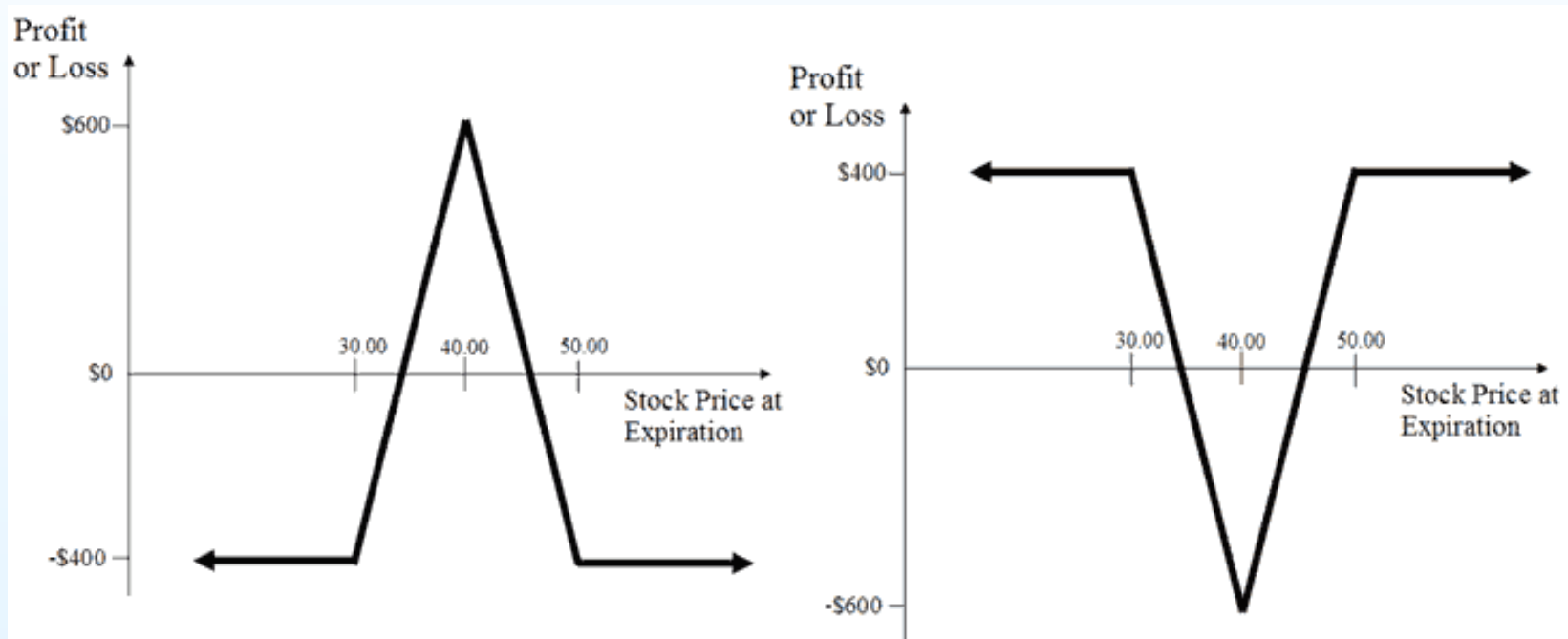
Kombinované stratégie

- Porovnanie - ak by sme iba kúpili put s $E = 90$:



Kombinované stratégie

- CVIČENIE: Pri akom očakávaní o cene akcie by sme zrealizovali tieto stratégie?



<http://www.theoptionsguide.com>

Kombinované stratégie

- Kritériá na výber stratégie:

Option Strategy Finder

A large number of options trading strategies are available to the options trader. Use the search facility below to quickly locate the best options strategies based upon your view of the underlying and desired risk/reward characteristics.

Outlook on Underlying: Bullish **Profit Potential:** **Loss Potential:** **Credit/Debit:** **No. Legs:**

Click on the profit graph for a detailed explanation of each individual options strategy.

Limited
Unlimited

The image shows four profit graphs for different option strategies. Each graph plots Profit or Loss on the y-axis against Stock Price at Expiration on the x-axis. The strategies are: Bull Call Spread, Bull Put Spread, Buying Index Calls, and Call Backspread. A dropdown menu is open over the 'Loss Potential' field, showing 'Limited' and 'Unlimited' options.

Bull Call Spread

Bull Put Spread

Buying Index Calls

Call Backspread

<http://www.theoptionsguide.com>

Kombinované stratégie

- BONUS NA CVIČENÍ:
Konštrukcia kombinovaných stratégií z reálnych dát - tak, aby ste dosiahli čo najvyšší zisk
- Kombinované stratégie - prehľad:
 - Ševčovič, Stehlíková, Mikula: **Analytické a numerické metódy oceňovania finančných derivátov**. STU 2009. - kapitola 2.3.3.
 - <http://www.theoptionsguide.com/option-trading-strategies.aspx>