

Vzorová písomka 1 z finančných derivátov

V príklade 1 sa hodnotí iba správnosť číselného výsledku (správne cena opcie, resp. správne hedžovanie), v ostatných príkladoch sa dajú získať body aj za postup, resp. neúplné riešenie.

Ak nie je povedané inak, akcia nevypláca dividendy.

Všade $w(t)$ označuje hodnotu Wienerovho procesu v čase t .

Príklad 1 (1 bod za každú správnu odpoveď, píšete iba výsledky)

Uvažujme Black-Scholesov model, pričom volatilita akcie je 0.30 a jej aktuálna hodnota je 100 USD. Úroková miera je jedno percento. Všetky uvažované opcie expirujú o pol roka. Vypočítajte ich dnešnú cenu a počet akcií v portfóliu, ktoré dnes potrebujeme pri hedžovaní 1000 vypísaných opcií.

Payoff opcie (S je cena akcie v čase expirácie)	Dnešná cena akcie	Počet akcií pri delta hedžingu 100 vypísaných opcií
$\max(60 - S, 0)$		
$1000/S$		
1, ak je S medzi 120 a 150 (inak 0)		

Príklad 2 (3 body)

Uvažujme Black-Scholesov model a „cash-or-nothing“ binárnu opciu, ktorá vyplatí 1 USD, ak je v čase expirácie cena akcie vyššia ako stanovená hodnota K . Odvodte, pre akú cenu akcie je delta takejto opcie maximálna.

Príklad 3 (3 body)

Definujme náhodný proces $B(t) = w(t) - t w(1)$ pre čas t z intervalu $[0, 1]$. Tento proces je známy ako **Brownov most (Brownian bridge)**.

- Aká je jeho disperzia v čase 0 v a čase 1?
- Vypočítajte jeho disperziu vo všeobecnom čase t . (Výsledky z predchádzajúceho bodu môžete použiť ako skúšku.)

Príklad 4 (3 body)

Uvažujme call a put opciu, ktoré majú rovnakú expiračnú cenu, 55 USD a obidve expirujú o rok. Cena akcie je 53 USD a cena callu je o 0.1 USD vyššia ako cena putu. Čomu sa rovná úroková miera?