

Finančné deriváty – vzorová písomka 2

V príkladoch 1, 2 a 3 sa hodnotí iba správnosť číselného výsledoku, v ostatných príkladoch sa dajú získať body aj za postup, resp. neúplné riešenie.

Príklad 1 (1 bod za každú správnu odpoveď, píšete iba výsledky)

Uvažujme Black-Scholesov model, pričom volatilita akcie je 0.30 a jej aktuálna hodnota je 100 USD. Úroková miera je jedno percento. Všetky uvažované opcie expirujú o pol roka. Vypočítajte ich dnešnú cenu a počet akcií v portfóliu, ktoré dnes potrebujeme pri hedžovaní 1000 vypísaných opcií.

Payoff opcie	Cena opcie	Počet akcií pri delta hedžingu
$100 \cdot S^{1/2}$		
100 pre S mimo intervalu (100, 125), a inak 0		

Príklad 2 (1 bod za každú správnu odpoveď, píšete iba výsledky)

Uvažujme Vašíčkov model s parametrizáciou $dr_t = (\alpha + \beta r_t)dt + \sigma r_t^\gamma dW_t$, a parametrami z nasledovnej tabuľky:

Table 3 (Continued)

Country	Model ^b	α	β	σ^2	γ
New Zealand	Unrestricted	0.0045 (2.1021)	-0.048 (-2.1597)	0.0034 (1.9698)	0.7815 (7.2141)
	Vasicek	0.0046 (1.8959)	-0.0487 (-2.2584)	0.0001 (8.3736)	0
	CIR SR	0.0041 (2.026)	-0.0447 (-2.2176)	0.0010 (8.5626)	0.5
	RR-SC	0.005	-0.0536	0.0096	1

Vypočítajte, čomu sa rovná:

Stredná hodnota okamžitej úrokovej miery o pol roka, ak je jej dnešná hodnota 11 percent.	
Úroková miera s maturitou jeden rok, ak je dnešná hodnota okamžitej úrokovej miery 11 percent a trhovú cenu rizika je nulová.	
Limita úrokových mier, ak splatnosť ide do nekonečna, za predpokladu, že trhovú cenu rizika je nulová.	

Príklad 3 (1 bod za každú cenu – bid a ask - píšete iba výsledky)

Uvažujme Lelandov model s transakčnými nákladmi. Predpokladajme, že rozdiel medzi bid a ask cenou akcie predstavuje pol percenta ich primernej hodnoty. Vypočítajte bid a ask cenu call opcie s expiračnou cenou 100 USD, ktorá expiruje o štvrt' roka, ak volatilita akcie je 0,25 a jej dnešná hodnota je 90 USD. Úroková miera je nulová a portfólio pri delta hedžingu meníme raz za deň. Uvažujme 252 pracovných dní v roku.

Príklad 4 (4 body)

Uvažujme nasledovný model pre okamžitú útokovú mieru r :

$$dy(t) = [\theta - ay(t)]dt + \sigma dW(t), \quad r(t) = \exp(y(t))$$

Predpokladajme, že jej hodnota v čase $t = 0$ je r_0 . Odvoďte strednú hodnotu okamžitej úrokovej miery v čase t .

Príklad 5 (3 body)

Uvažujme Black-Scholesov model. Vypočítajte limitu ceny call opcie, ak volatilita ide do nekonečna v prípade, že akcia vypláca spojitú dividendu s dividendovou mierou q .

Príklad 6 (2 body za každú odpoveď so správnym zdôvodnením, čiastočný počet bodov sa dá získať iba za pokus o vysvetlenie, nie za „uhádnutie“ odpovede áno/nie)

Black-Scholesovu PDR transformujeme na rovnicu vedenia tepla a riešime ju numericky implicitnou schémou. Na riešenie sústavy lineárnych rovníc na každej vrstve použijeme SOR metódu s vhodným parametrom ω . Je pravda, že spektrálny polomer iteračnej matice pri Gauss-Seidelovej metóde by bol vždy (pri ľubovoľných parametroch delenia) väčší ako pri SOR metóde s optimálnou voľbou parametra ω ?

Príklad 7 (2 body za každú odpoveď so správnym zdôvodnením, čiastočný počet bodov sa dá získať iba za pokus o vysvetlenie, nie za „uhádnutie“ odpovede áno/nie)

Uvažujme ceny americkej put opcie s expiračnou cenou 10 USD z domácej úlohy:

Asset Price	Payoff Value	3 months	
		Amer.	Euro.
0.00	10.0000	10.0000	9.7531
2.00	8.0000	8.0000	7.7531
4.00	6.0000	6.0000	5.7531
6.00	4.0000	4.0000	3.7569
8.00	2.0000	2.0200	1.9024
10.00	0.0000	0.6913	0.6694
12.00	0.0000	0.1711	0.1675
14.00	0.0000	0.0332	0.0326
16.00	0.0000	0.0055	0.0054

Nájdite interval dĺžky 2 pre cenu akcie, v ktorom leží voľná hranica, teda hranica predčasného uplatnenia opcie.