

Vzorová písomka 1 z finančných derivátov

Open book, môžete používať poznámky, kódy, internetové stránky, ... ale zakázaná je komunikácia počas písomky (s ostatnými študentami aj s hocikým iným).

Príklad 1 – píšete iba výsledky, každá správna odpoveď 1 b.

1. Predpokladajme, že cena akcie sa riadi geometrickým Brownovým pohybom, ktorý je daný v tvare $S = 150 \exp(0,3 dt + 0,4 dw)$. Vypočítajte pravdepodobnosť, že o pol roka bude cena akcie nižšia ako 165.
2. Vypočítajte pravdepodobnosť z predchádzajúceho príkladu, ak je cena akcie daná stochastickou diferenciálnou rovnicou $dS = 0,3 S dt + 0,4 S dw$, pričom dnešná cena akcie je 150 (uvedomte si, že to nie je ten istý proces, takže odpoveď bude iná).
3. Uvažujme Black-Scholesov model a akciu s volatilitou 0,4, ktorá nevypláca dividendy a jej dnešná cena je 150. Koľko stojí call opcia na túto akciu s expiračnou cenou 170, ktorá expiruje o rok? Predpokladajme, že úroková miera je nulová.
4. Vypíšeme 1000 opcií z predchádzajúceho bodu. Koľko akcií musíme mať v portfóliu pri delta hedžingu týchto opcií?
5. Kúpime 1000 opcií z bodu 3. Koľko akcií musíme mať v portfóliu pri delta hedžingu týchto opcií?
6. Vypočítajte disperziu náhodnej premennej $w(1) + 10 w(10)$, kde w je Wienerov proces.

Typy úloh pre prvý príklad:

- výpočty s Wienerovým procesom a geometrickým Brownovým pohybom (pravdepodobnosti, stredné hodnoty, pravdepodobnostné rozdelenia)
- oceňovanie a delta hedžing call a put opcie na akciu bez dividend a akciu so spojitými dividendami

V ostatných príkladoch sa hodnotí aj postup a dajú sa získať aj body za čiastočné riešenie.

Príklad 2 – 2 b.

Uvažujme call a put opciu, ktoré majú rovnakú expiračnú cenu, 55 USD a obidve expirujú o rok. Cena akcie je 53 USD a cena callu je o 0.1 USD vyššia ako cena putu. Čomu sa rovná úroková miera?

Príklad 3 – 3b.

Odvoďte PDR pre cenu opcie v Black-Scholesovom modeli, ak namiesto geometrického Brownovho pohybu predpokladáme obyčajný Brownov pohyb ako model pre cenu akcie (ako Louis Bachelier na začiatku 20. storočia). Ostatné predpoklady zostávajú rovnaké, akcia nevypláca dividendy.

Príklad – 4b.

Odvoďte Black-Scholesovu cenu derivátu, ktorý v čase expirácie vyplatí sumu $\max(S^2 - 10, 0)$. Predpokladajte, že akcia nevypláca dividendy.