<u>**Vzorová písomka 2 z finančných derivátov**</u>

Open book, môžete používať poznámky, kódy, internetové stránky, … ale zakázaná je komunikácia počas písomky (s ostatnými študentami aj s hocikým iným). Ak nie je povedané inak, derivát je európskeho typu a nemáme transakčné náklady.

Príklad 1 – píšte iba výsledky, každá správna odpoveď 1 b.

1. Uvažujme Black-Scholesov model a akciu s volatilitou 0,4, ktorá nevypláca dividendy a jej dnešná cena je 150. Koľko stojí call opcia na túto akciu s expiračnou cenou 170, ktorá expiruje o rok? Predpokladajme, že úroková miera je nulová.
2. Vypíšeme 1000 opcií z predchádzajúceho bodu. Koľko akcií musíme mať v portfóliu pri delta hedžingu týchto opcií?
3. Uvažujme Lelandov model s transakčnými nákladmi, pričom rozdiel medzi bid a ask cenou akcie tvorí pol percenta ich priemeru. Aktuálna hodnota tohto priemeru je 150. Akcia má volatilitu 0,4 a nevypláca dividendy. Koľko stojí call opcia na túto akciu s expiračnou cenou 170, ktorá expiruje o rok, ak čas medzi zmenami portfólia pri delta hedžingu je 1 hodina? Predpokladajme, že úroková miera je nulová.
4. Vypíšeme 1000 opcií z predchádzajúceho bodu. Koľko akcií musíme mať v portfóliu pri delta hedžingu týchto opcií?
5. Uvažujme opciu z otázky 1 s tým rozdielom, že akcia vypláca spojité dividendy s dividendovou mierou 0,02. Aká je teraz dena opcie?
6. Vypíšeme 1000 opcií z predchádzajúceho bodu. Koľko akcií musíme mať v portfóliu pri delta hedžingu týchto opcií?
7. Uvažujme Vašíčkov model v tvare $\mathrm{d}r_t = (\alpha + \beta r_t)\mathrm{d}t + \sigma r_t^{\gamma}\mathrm{d}W_t$ (kde gama=0) a parametre z cvičenia:

Table 3 (Continued)

Country	Model[b]	α	β	σ^2	γ
New Zealand	Unrestricted	0.0045	−0.048	0.0034	0.7815
		(2.1021)	(−2.1597)	(1.9698)	(7.2141)
	Vasicek	0.0046	−0.0487	0.0001	0
		(1.8959)	(−2.2584)	(8.3736)	
	CIR SR	0.0041	−0.0447	0.0010	0.5
		(2.026)	(−2.2176)	(8.5626)	
	BR-SC	0.005	−0.0536	0.0096	1
		(8.3841)	(−6.9255)	(13.5641)	
	CIR VR	0	0	0.1215	1.5
				(20.8112)	
	CEV	0	−0.0038	0.0030	0.7567
			(−0.4781)	(2.0131)	(7.1676)

Pri akej trhovej cene rizika je limita výnosových kriviek (keď maturita dlhopisu ide do nekonečna) rovná 10 percentám?

Typy úloh pre prvý príklad:

- *oceňovanie a delta hedžing call a put opcie na akciu bez dividend a akciu so spojitými dividendami*
- *oceňovanie a delta hedžing call a put opcií v Lelandovom modeli*
- *stredná hodntoa a diperzia krátkodobej úrokovej miery vo Vašíčkovom modeli, výpočet výnosovej krivky a jej limity*

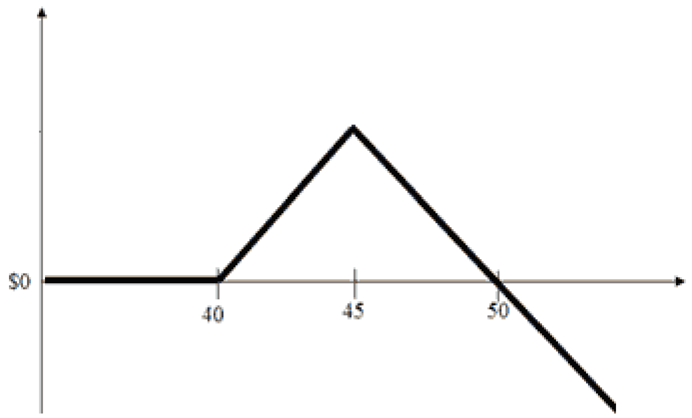
V ostatných príkladoch sa hodnotí aj postup a dajú sa získať aj body za čiastočné riešenie.

Príklad 2 – 3 b.
Z tabuľky modelov úrokových mier $dr_t = (\alpha + \beta r_t)dt + \sigma r_t^\gamma dW_t$ z prvého cvičenia teraz zoberme BR-SC model

Model[b]	α	β	σ^2	γ
CIR SR	0.0041	−0.0447	0.0010	0.5
	(2.026)	(−2.2176)	(8.5626)	
BR-SC	0.005	−0.0536	0.0096	1
	(8.3841)	(−6.9255)	(13.5641)	
CIR VR	0	0	0.1215	1.5
			(20.8112)	
CEV	0	−0.0038	0.0030	0.7567
		(−0.4781)	(2.0131)	(7.1676)

Predpokladajme, že dnešná hodnota úrokovej miery je 15 percent. Odvoďte strednú hodnotu úrokovej miery v čase *t*.

Príklad 3 - 1 bod za každú správnu odpoveď so správnym zdôvodnením, body za dajú získať aj za neúplné zdôvodnenie, resp. dobrý prístup k riešeniu, ale nie za odpoveď „áno/nie“ bez vysvetlenia
Uvažujme derivát s nasledovným payoffom:



Akcia, na ktorú je tento derivát vypísaný, nevypláca dividendy. Ak nie je povedané inak, uvažujeme Black-Scholesov model.

Rozhodnite, či sú nasledovné tvrdenia pravdivé alebo nie a zdôvodnite (ak platia – dokážte, ak neplatia – nájdite číselný kontrapríklad, spor a pod.)

1. Cena derivátu je rastúcou funkciou volatility.
2. Delta derivátu je vždy kladná.
3. Ak je dnešná cena akcie rovná 45, tak je cena derivátu vždy kladná.
4. Cena amerického derivátu s rovnakým payoffom sa zhoduje s cenou európskeho derivátu.
5. Cena derivátu v Lelandovom modeli sa dá počítať rovnako ako v prípade call a put opcie úpravou volatility použitej v Black-Scholesovom vzorci.

Príklad 4 – 5 bodov
Uvažujme opciu, ktorá vyplatí 1 USD, ak je v čase expirácie cena opcie medzi vopred zadanými hranicami E_1 and E_2(inak je jej payoff nulový). Nájdite cenu akcie (ako funkciu ostatných parametrov), pri ktorej je cena tejto opcie maximálna.