Menové deriváty

1. Uvažujme výmenný kurz EUR/USD, ktorého vývoj je náhodný (nemáme však žiadny konkrétny model pre jeho vývoj). Označme C_0 jeho dnešnú hodnotu, r úrokovú mieru pre euro a u úrokovú mieru pre dolár (obidve pri spojitom úročení). Chceme dohodnúť forward na úrokovú mieru splatný v čase T, na základe ktorého bude mať jeho držiteľ povinnosť v tomto čase kúpiť doláre s výmenným kurzom K. Forward bude dohodnutý tak, že v čase uzavretia obchodu sa zaň nič neplatí, podpisuje sa len dohodnutá povinnosť budúceho nákupu. Aká musí byť hodnota K, aby nevytvárala priestor pre arbitráž?

2. Uvažujme výmenný kurz EUR/USD a označme jeho hodnotu C. Modelujme ho geometrickým Brownovým pohybom $dC = \mu C dt + \sigma C dw$. Označme r úrokovú mieru pre euro a u úrokovú mieru pre dolár (obidve pri spojitom úročení). Chceme oceniť call opciu na tento výmenný kurz, teda derivát s payoffom $\max(0, C - K)$, kde K je zadaná hodnota.

   Premyslite si súvislosť medzi výmenným kurzom (zahraničná mena prináša zahraničný úrok) a akciou s dividendami (akcia prináša dividendy) a ukážte, že táto call opcia sa dá oceniť priamo pomocou Black-Scholesových vzorcov odvodených na prednáške pre deriváty akcií.

3. Znovu uvažujme výmenný kurz EUR/USD, označme jeho hodnotu C a modelujme ho geometrickým Brownovým pohybom $dC = \mu C dt + \sigma C dw$. Majme historické dáta pre tento výmenný kurz. Ako z nich odhadnúť parametre μ a σ geometrického Brownovho pohybu?

   Návod: Z témy o stochastike vieme, ako odhadnúť parametre $\tilde{\mu}$ a $\tilde{\sigma}$ procesu $X_t = X_0 \exp(\tilde{\mu} t + \tilde{\sigma} w_t)$ - robili sme to pre akcie. My však proces pre výnosový kurz vieme do tohto tvaru dostať a potom z odhadnutých "vlnkových"parametrov vyjadriť odhady "normálnych"parametrov.

4. *(Nepovinné)* Historické dáta výmenných kurzov sú napr. tu:
   `http://www.ecb.int/stats/eurofxref/eurofxref-hist.zip`
   Odhadnite z nich parametre geometrického Brownovho pohybu a oceňte opciu so zvolenými parametrami.