

# Opakovanie: Podmienená pravdepodobnosť

Metódy riešenia úloh z pravdepodobnosti a štatistiky  
Beáta Stehlíková, FMFI UK

# Príklad 1: HAPPY HOUR

- Dvaja opití kamaráti vychádzajú z krčmy, ktorá má pri vchode nápis HAPPY HOUR.
- Jeden z nich náhodne odlepí dve písmená (s rovnakou pravdepodobnosťou pre každú dvojicu).
- Druhý ich prilepí naspäť, ale nepozerá, či ich vracia správne (obidve možnosti vrátenia teda majú rovnakú pravdepodobnosť).
- Aká je pravdepodobnosť, že nápis HAPPY HOUR zostane zachovaný?

# Príklad 2: Stratená batožina

- Batožina je prepravovaná postupne tromi leteckými spoločnosťami.
- Pravdepodobnosť, že prvá spoločnosť stratí batožinu (samozrejme za predpokladu, že k nej príde) je 0,1. Pre druhú spoločnosť je táto pravdepodobnosť 0,05 a pre tretiu 0,15.
- Batožina sa stratila. Aká je pravdepodobnosť, že ju stratila  $i$ -ta spoločnosť?

# Príklad 3: Zo súdnej siene

- Starší človek v Los Angeles (1968) bol okradnutý
- Páchatelia boli popísaní ako černochoch s fúzami a beloška s blond vlasmi zopnutými v cope, ktorí odišli v žltom aute
- Neskôr zatkli dvojicu, ktorá vyhovovala tomuto popisu

# Príklad 3: Zo súdnej siene

partly yellow automobile	1/10
man with mustache	1/4
girl with ponytail	1/10
girl with blond hair	1/3
black man with beard	1/10
interracial couple in car	1/1000.

- Prokurátor:
  - Pravdepodobnosti:
  - Ak sú nezávislé, tak pravdepodobnosť, že dvojica spĺňa všetky tieto vlastnosti je ich súčin, čo je  $1/12\ 000\ 000$
  - Toto je “*matematický dôkaz viny obžalovaných*”
- Porota:
  - Uznala ich vinnými

# Príklad 3: Zo súdnej siene

- Odvolanie, Najvyšší súd Kalifornie
  - Uvedené pravdepodobnosti nemajú žiadny podklad
  - Nebola zdôvodnená nezávislosť vlastností (a zrejme neplatí)
  - *Použitie pravdepodobnosti bolo nesprávne*

# Príklad 3: Zo súdnej siene

- Prijmime predpoklad, že  $p = 1 / 12\,000\,000$  je pravdepodobnosť vyhovovania popisu a že je *12 000 000* možných dvojíc (na základe populácie LA)
- Vieme, že existuje aspoň jedna taká dvojica existuje (páchatelia)
- *Aká je za tejto podmienky pravdepodobnosť, že existuje ďalšia taká dvojica?*

# Príklad 3: Zo súdnej siene

- Odvolanie, Najvyšší súd Kalifornie
  - Uvedený výpočet (nachádza sa aj v prílohe rozhodnutia súdu) + problémy s pôvodným výpočtom
  - Zmenil pôvodný rozsudok súdu
  - Ale stalo sa tak až po určitom čase vo väzení



# Príklad 4: Putnam Exam I.

- *Putnam Exam* alebo *Putnam Competition* je matematická súťaž vysokoškolákov v USA a v Kanade
- Vyriešime teraz jeden z príkladov z roku 2001:

You have coins  $C_1, C_2, \dots, C_n$ . For each  $k$ , coin  $C_k$  is biased so that, when tossed, it has probability  $\frac{1}{2^{k+1}}$  of falling heads. If the  $n$  coins are tossed, what is the probability that the number of heads is odd? Express the answer as a rational function of  $n$ .

# Príklad 5: Putnam Exam II.

- Ďalší príklad z *Putnam Exam*, tentokrát z roku 2004:

Shanille O'Keal shoots free throws on a basketball court. She hits the first and misses the second, and thereafter the probability that she hits the next shot is equal to the proportion of shots she has hit so far. What is the probability she hits exactly 50 of her first 100 shots?