

# Diskrétne náhodné vektory

Metódy riešenia úloh z pravdepodobnosti a štatistiky  
Beáta Stehlíková, FMFI UK

# Príklad 1: Hlasovanie komisie

- Komisia sa skladá z troch členov
- Hlasujú nezávisle od seba, rozhodnutie komisie je také, ako hlasovala väčšina
- Každý člen komisie má určitú pravdepodobnosť správneho rozhodnutia, pričom  $1 \geq p_1 \geq p_2 \geq p_3 \geq \frac{1}{2}$
- Definujme náhodný vektor  $(X_1, X_2, X_3)$ , pričom jeho zložka  $X_i$  označuje (hodnotami 1, resp. 0), či sa  $i$ -ty člen komisie rozhodol správne.
- Aké je pravdepodobnostné rozdelenie tohto náhodného vektora?

# Príklad 1: Hlasovanie komisie

- Pri ktorej možnosti je v nasledujúcich prípadoch väčšia pravdepodobnosť správneho rozhodnutia – ak rozhoduje komisia, alebo ak necháme rozhodovať jej najšikovnejšieho člena?
  - $p_1 = 0.9$ ,  $p_2 = 0.8$ ,  $p_3 = 0.75$
  - $p_1 = 0.8$ ,  $p_2 = 0.7$ ,  $p_3 = 0.6$

# Príklad 1: Hlasovanie komisie

- Zoberme pravdepodobnosti  $p_1 = 0.9$ ,  $p_2 = 0.8$ ,  $p_3 = 0.75$ .
- Tretí člen komisie si všimol, že sa najčastejšie mýli.  
Preto zvažuje dve možnosti:
  - Namiesto rozmýšľania nad problémom si len hodí mincou
  - Odpíše hlasovanie suseda, teda druhého člena komisie
- Pri ktorej možnosti bude pravdepodobnosť správneho rozhodnutia komisie vyššia?

# Príklad 2: Nezávislé zložky

- Doplňte pravdepodobnostné rozdelenie náhodného vektora tak, aby mal nezávislé zložky:

		y	
		0	1
x	0	$\frac{2}{9}$	
	1		$\frac{2}{9}$

# Príklad 3: Hádzanie kockou

- Hádzeme  $N$  kockami, pričom  $N$  si môžeme zvoliť. Vyhrávame cenu, ak sa nám podarí hodiť práve jednu šestku. Pri akom  $N$  bude pravdepodobnosť našej výhry maximálna?
- Hádzeme  $N$  kockami, pričom  $N$  si môžeme zvoliť. Vyhrávame cenu, ak sa nám podarí hodiť práve dve šestky a práve dve jednotky. Pri akom  $N$  bude pravdepodobnosť našej výhry maximálna?

# Príklad 4: Hádzanie mincami

- Adam hádže  $N$  mincami, Boris hádže  $N+1$  mincami.
- Spočítame počet hláv.
- Ak na Borisových minciach padlo viac hláv ako na Adamových, vyhráva. V opačnom prípade vyhráva Adam.
- Kto z nich má väčšiu pravdepodobnosť výhry?

# Príklad 5: Dvojruký turnaj kameň-papier-nožnice *(zo stredoškolskej súťaže Náboj)*

- Turnaj pozostáva z 9 hier.
- V každej hre si hráč vyberie dvojicu (L, P) – symboly z množiny {kameň, papier, nožnice}, ktoré ukáže na ľavej, resp. pravej ruke. Každú dvojicu môže použiť práve raz.
- Následne sa vyhodnotia zvlášť ľavé a pravé ruky. Za každú výhru sú 2 body, za remízu 1 bod, za prehru 0 bodov. V jednej hre sa teda rozdelia 4 body.
- Aká je pravdepodobnosť, že všetkých 9 hier skončí remízou 2:2, ak hráči volia dvojice (L, P) náhodne?