

Diskrétne náhodné vektory II.

Metódy riešenia úloh z pravdepodobnosti a štatistiky
Beáta Stehlíková, FMFI UK

Príklad 1: Dvaja piráti

- Rozhovor dvoch pirátov:
 - Tak si hodíme mincou a ak padne hlava, tak bude podľa môjho návrhu. Ak padne znak, podľa tvojho...
 - No, akurát tej tvojej minci verím...
 - Ved' sa pozri (*a hodí niekoľkokrát mincou*), padá aj hlava, aj znak.
 - To je pekné, ale možno nie rovnako často!



Príklad 1: Dvaja piráti

- Dokážte, že nasledovný postup zaručí spravodlivý výsledok, ak je pravdepodobnosť padnutia hlavy ľubovoľné p z $(0, 1)$:
 - Hodíme dvakrát mincou.
 - Ak padne najskôr hlava a potom znak, vyhráva A.
 - Ak padne najskôr znak a potom hlava, vyhráva B.
 - Inak je remíza a mincou hádžeme znovu.

Príklad 2: Ešte raz zelené kura

*Ďalší príklad zo súťaže **Green chicken contest**,
upravený pre rok 2021*

- Kura stojí na číselnej osi v bode 0
- Hodí 2021-krát pravidelnou mincou.
Ak v k-tom hode padne hlava,
posunie sa o k jednotiek doprava.
Inak sa posunie o k jednotiek doľava.
- Aká je pravdepodobnosť, že na konci
bude znovu v bode 0?



Society of Actuaries

- SOA – Society of Actuaries, www.soa.org
- Exam P – Probability
www.soa.org/education/exam-req/edu-exam-p-detail.aspx
- Počas semestra budeme riešiť aj príklady z tejto skúšky

The syllabus for Exam P develops the candidate's knowledge of the fundamental probability tools for quantitatively assessing risk. The application of these tools to problems encountered in actuarial science is emphasized. A thorough command of the supporting calculus is assumed. Additionally, a very basic knowledge of insurance and risk management is assumed.

Príklad 3 (SOA): Predĺžená záruka

- V predajni áut je počet predaných áut za deň 0, 1 alebo 2.
- Ak predajú auto, ponúknú kupujúcemu predĺženú záruku.
- Označme X počet predaných áut a Y počet predaných predĺžených záruk
- Združené rozdelenie náhodného vektora (X, Y) je nasledovné:
- Vypočítajte disperziu počtu predaných áut.

$$P(X = x, Y = y) = \begin{cases} 1/6 & (x, y) = (0, 0), \\ 1/12 & (x, y) = (1, 0), \\ 1/6 & (x, y) = (1, 1), \\ 1/12 & (x, y) = (2, 0), \\ 1/3 & (x, y) = (2, 1), \\ 1/6 & (x, y) = (2, 2). \end{cases}$$

Príklad 4 (SOA): Tornáda

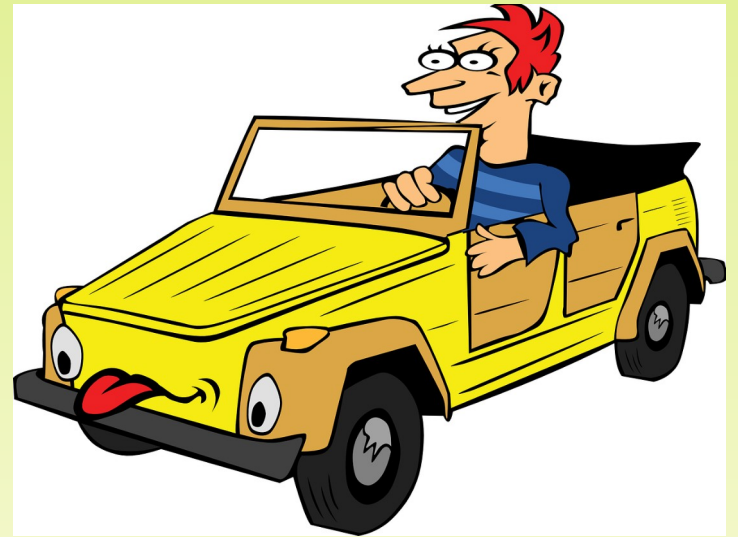
- Máme dané združené rozdelenie počtu tornád v miestach P a Q:
- Vypočítajte disperziu počtu tornád v Q za podmienky, že v P neboli žiadne tornáda.

		Q			
		0	1	2	3
P	0	0.12	0.06	0.05	0.02
	1	0.13	0.15	0.12	0.03
	2	0.05	0.15	0.10	0.02

Možnosti: (A) 0.51 (B) 0.84 (C) 0.88 (D) 0.99 (E) 1.76

Príklad 5 (SOA): Rizikovosť vodičov

- Poistenie vodičov, ktorí práve dostali vodičský preukaz
- Nemáme ich charakteristiky, len historické údaje o takýchto vodičoch, z ktorých sa odhadli nasledovné pravdepodobnosti:
 - 0,5 nízke riziko
 - 0,3 stredné riziko
 - 0,2 vysoké riziko



Príklad 5 (SOA): Rizikovosť vodičov

- Poistenie uzavreli štyria takíto vodiči
- Prepokladáme, že ich zaradenie podľa rizika je nezávislé a riadi sa uvedeným rozdelením.
- Aká je pravdepodobnosť, že v do kategórie vysokého rizika spadá aspoň o 2 viac vodičov ako do kategórie nízkeho rizika?

Možnosti: (A) 0.006 (B) 0.012 (C) 0.018 (D) 0.049 (E) 0.073